УДК 624.04:519.853:519.688

НЕЛІНІЙНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТОПОЛОГІЇ ПРОСТОРОВИХ СТЕРЖНЕВИХ СИСТЕМ

Є.А. Єгоров,
д-р техн. наук, професор

О.Є. Кучеренко,
аспірант

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, м. Дніпро

Розглядається задача оптимізації топології просторової стержневої системи. Наведена модифікована напіввизначена задача математичного програмування, яка доповнюється додатковими інженерно-технічними критеріями, що висуваються до конструкції нормами проектування. Запропоновано алгоритм кусково-лінійної апроксимації, що дозволяє на основі площі перерізу стержня визначати необхідні для розрахунку геометричні характеристики, наведено алгоритм визначення форми перерізу стержня. Пропонується узагальнена схема розв'язання задачі оптимізації топології стержневої системи, наводяться приклади розв'язання оптимізаційної задачі для структурної плити.

Ключові слова: топологія, оптимізація, стержнева система, структурна плита, момент інерції, кусково-лінійна апроксимація, стійкість.

Вступ. Ефективність просторових стержневих систем, які знайшли широке застосування в будівництві, в значній мірі залежить від правильно обраної конструктивної схеми, інакше кажучи - топології. У свою чергу задача визначення раціональної топології просторової системи нерозривно пов'язана з проблемою зниження матеріаломісткості та забезпечення надійності функціонування конструкції. Зазвичай роботи, що існують в галузі оптимального проектування, або досліджують сугубо математичну сторону оптимізаційної задачі, або обмежуються розв'язанням інженерних прикладних задач. До першої групи можна віднести роботи Н.В. Банічука, Т. Такади, А. Бен-Таля. Так, в [1] аналітично розв'язується задача оптимального проектування у вигляді функціоналів. В [2] автор розглядає задачу оптимізації топології з позицій лінійного програмування, а в роботі [3] проводиться аналіз та обґрунтування проблеми оптимізації стержневих систем, яка представлена як задача напіввизначеного програмування.

З другої групи можна виділити роботи В.Б. Гриньова, А.В. Перельмутера, В.О. Пермякова, В.В. Трофимовича, С.Ф. Пічугіна. В [4] автор, наприклад, розглядає оптимізацію елементів конструкцій за спектром власних частот. В [5] автори наводять практичні методи розв'язання деяких оптимізаційних задач. В [6] серед іншого розглядається оптимізація попередньо напружених металевих конструкцій, а в [7] використовується імовірнісні методи для підбору характеристик сталевих балок.

В зазначених вище роботах можна відмітити такі особливості: загальні оптимізаційні методи малозастосовні при розв'язуванні реальних технічних задач, а частковий інженерний підхід зазвичай не забезпечує оптимального розв'язку. В більшості випадків це зводить нанівець всі зусилля з побудови ефективної конструктивної схеми.

В цій роботі пропонується алгоритм оптимізації топології просторових стержневих систем, який дозволяє поєднати математичну оптимізаційну схему з інженерними задачами, зокрема з нормативними вимогами до міцності та стійкості, а також до конкретної конфігурації перерізів кожного конструктивного елемента. Ціль оптимізаційного алгоритму - мінімізація матеріаломісткості при забезпеченні виконання нормативних вимог. У відповідності до [8], витрати на матеріали можуть сягати 73% вартості металевої конструкції, тому розв’язання такої задачі є актуальною проблемою.

1. Постановка задачі. Проблема оптимізації топології просторової стержневої системи - складна багатокритеріальна задача, яку умовно можна подати за допомогою функціоналів [1]:

$$\{J_v, J_u, -J_\sigma\} \to \min, \qquad (1)$$

де J_v - інтегральний функціонал об’єму, J_u - локальний функціонал жорсткості, J_σ - локальний функціонал міцності. Функціонал жорсткості пов'язаний із зсувом вузлів стержневої системи, а отже - і з енергією стержневої системи. Гіпотеза полягає у тому, що мінімізація енергії системи веде до жорсткої геометрично незмінної конструктивної схеми.

Зазвичай проблему оптимізації топології стержневої системи можна записати як задачу опуклого програмування у напіввизначеній формі:

$$\begin{gathered} minimize_{W,v} W \\ \sum_{i=1}^{m} v_i \le V,\ v_i \ge 0,\ i = 1, \ldots, m \\ \begin{pmatrix} W & F^T \\ F & \sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{E_i v_i}{L_i^2} p_i p_i^T \end{pmatrix} \ge 0. \end{gathered} \qquad (2)$$

Тут W - верхня оцінка величини енергії пружної деформації стержневої системи; v_i - об'єм стержня; F - зовнішні сили, прикладені до вузлів конструкції; E_i - модуль Юнга; L_i - довжина стержня; p_i - стовпець матриці **P**, яка входить у рівняння балансу сил $\mathbf{P}f - F = 0$.

Варто відзначити, що у такій постановці задача має суттєвий недолік: необхідно заздалегідь знати значення параметру V, який пов'язаний із інтегральним функціоналом об'єму та локальним функціоналом міцності. При зміні величини V доводиться наново розв'язувати задачу (2), що у випадку розрахунків просторових стержневих систем з великою кількістю скінчених елементів призводить до невиправданих витрат машинного часу. Це викликає необхідність у модифікації задачі (2) з тим, щоб а) забезпечити її інтеграцію з інженерно-технічними критеріями; б) знизити ресурсомісткість обчислень.

2. Модифікована напіввизначена оптимізаційна задача. Умову $\sum_{i=1}^{m} v_i \le V$ можна замінити більш жорсткою умовою $\sum_{i=1}^{m} v_i = 1$, яка значно звужує область пошуку. Тоді оптимізаційна задача математичного програмування набуває такого вигляду:

$$\begin{gathered}minimize_{W,v} W\\ \sum_{i=1}^{m} v_i = 1,\ v_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, m \\ \begin{pmatrix} W & F^T \\ F & \sum_{i=1}^{m} \dfrac{E_i v_i}{L_i^2} p_i p_i^T \end{pmatrix} \geq 0.\end{gathered} \tag{3}$$

З позицій опуклої оптимізації ця заміна цілком правомірна, адже функції, що входять у задачу, залишаються опуклими. Розв'язком оптимізаційної задачі (3) буде співвідношення між об'ємами стержнів системи v_1:v_2:…:v_m. Застосовуючи умови Каруша-Куна-Такера до такої задачі, можна виразити об'єм стержня у замкнутому вигляді:

$$t_i = V \cdot v_i = V \sqrt{L_i^2 f_i^2 / E_i} \Big/ \sum_{j=1}^{m} \sqrt{L_j^2 f_j^2 / E_j}\,. \tag{4}$$

Пошук параметру V здійснюється в ітераційному режимі, виходячи із додаткових інженерно-технічних критеріїв та умов.

3. Апроксимація геометричних характеристик перерізу стержня. Перш ніж перейти до розгляду інженерно-технічних критеріїв, необхідно розв'язати задачу апроксимації моментів інерції перерізу стержня по його площі. Ця задача має ключове значення при розрахунках на стійкість, зокрема, побудова матриці жорсткості здійснюється саме на основі обчислених значень моментів інерції.

Для простих перерізів типу «коло», «квадрат» визначення моментів інерції - тривіальна задача, що розв'язується за допомогою добре відомих формул. Залежність моментів інерції від площі для різноманітних складних перерізів не така проста, так як одній площині перерізу може відповідати багато моментів інерції. Відповідно до Адамара, задача є коректною, якщо відповідає таким умовам:

1. Задача має розв'язок.
2. Існує тільки один розв'язок.
3. Розв'язок безперервно залежить від умов задачі.

Задача визначення моментів інерції плоского перерізу за його площею порушує як мінімум другу умову, а отже, є некоректною. Розв'язання подібних - некоректних - задач можна здійснити кількома шляхами, наприклад, за допомогою таких методів машинного навчання як нейронні мережі [9]. Використовується і регуляризація, яка дозволяє застосовувати додаткову інформацію для розв'язання некоректної задачі. При апроксимації моментів інерції плоского перерізу у якості додаткової інформації можна використовувати табличні дані із сортаменту.

З погляду статистики вкрай малоймовірно, щоб при розв'язанні опуклої оптимізаційної задачі виходили точні числа із сортаменту: обчислені площі стержнів практично завжди будуть перебувати в деякому інтервалі (A_i, A_{i+1}), де A_i A_i і A_{i+1} - площі стержнів із сортаменту, яким відповідають плоскі моменти інерції I_i і I_{i+1}. Виходячи з вищезазначених міркувань, можна виконати кусково-лінійну апроксимацію моментів інерції, припускаючи на малому інтервалі (A_i, A_{i+1}) лінійну залежність між плоским моментом інерції й площею перерізу. Тоді для $A \in (A_i, A_{i+1})$ матимемо:

$$I = \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i} A + I_i - \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i} A_i = I_i + \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i}(A - A_i). \qquad (5)$$

Якщо обчислення проводити паралельно для кількох сортаментів, то також можна визначити й оптимальну геометрію перерізу за наступним алгоритмом:

Вхід: S=(S_1, ..., S_n) - таблиці формату (A, I); A - площа стержня.
Для S_j:
   Знайти інтервали (A_{j1}, A_{j2}), (I_{j1}, I_{j2}).
   Розв'язати рівняння (5).
   Якщо нове значення I більше за попереднє, то
      Запам'ятати j, I.
КінецьДля.
Вивід j, I.

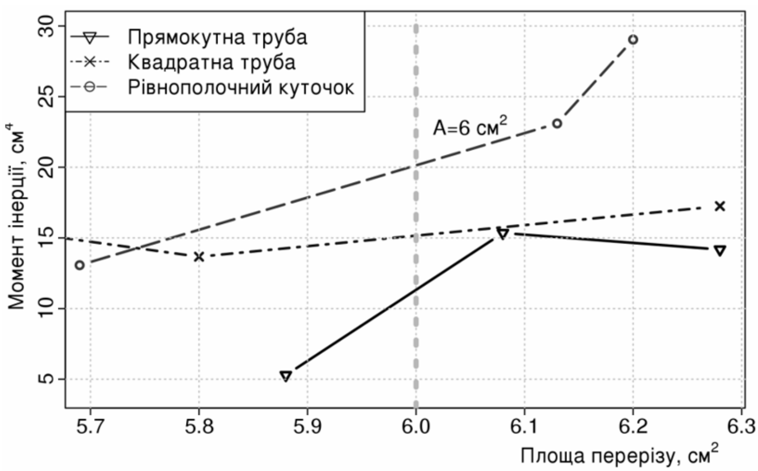


Рис. 1. Залежність моментів інерції від площі

На рис. 1 проілюстровано цю ідею: для площі A=6 $см^2$ оптимальним перерізом буде рівнополочний куточок. Тоді, використовуючи (5), отримаємо момент інерції:

$$I = 13.07 + \frac{23.1\text{-}13.07}{6.13\text{-}5.69}(6 - 5.69) = 20.14\, см^4.$$

4. Додаткові умови і об'єм стержневої системи. Додаткові умови та критерії, такі як міцність та стійкість, дозволяють визначити кінцевий об'єм матеріалу V, який буде витрачено на виготовлення конструкції. Умову міцності запишемо у відповідності до [10]:

$$\frac{N}{A} \le \frac{\gamma_c R}{\gamma_n}, \quad (6)$$

де N – сила, що діє на стержень; γ_c - коефіцієнт умов роботи; γ_n - коефіцієнт надійності за призначенням; R – розрахунковий опір матеріалу; A – площа перетину стержня.

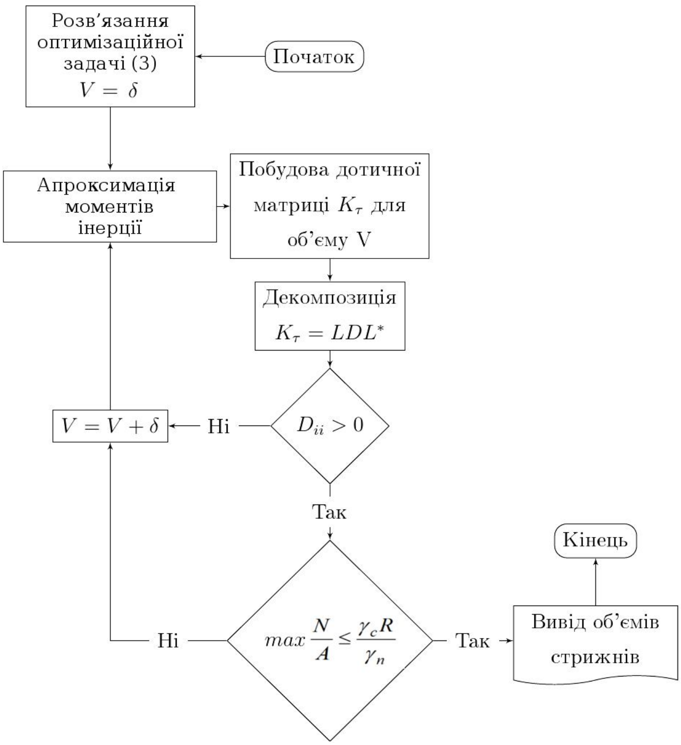


Рис. 2. Узагальнений алгоритм розв'язання оптимізаційної задачі.

Але норми проектування не містять точних рекомендацій щодо розрахунків на стійкість просторових систем. В цьому випадку доцільно використовувати скінчено-елементній підхід, сутність якого полягає у побудові дотичної матриці жорсткості K_τ з наступним її розкладом за Холецьким:

$$K_\tau = LDL^T, \quad (7)$$

де L - нижня трикутна матриця; D - діагональна матриця. Якщо елементи на головній діагоналі матриці D більші 0, то вважається, що система знаходиться у стабільній рівновазі. Для визначення загального об'єму стержневої системи V пропонується алгоритм, який наведено на рис. 2. Тоді об'єм кожного стержня обчислюється як $t_i = v_i \cdot V$.

5. Приклад оптимізації топології структурної плити. Розглянемо базову просторову структуру 9 м x 8 м x 2 м, наведену на рис. 3.

Стосовно такої структури розв'яжемо задачу (3) для двох випадків: 1) нерухомі опори у кутах структурі (вузли 1, 4, 17, 20); 2) нерухомі опори у вузлах 1, 4, 9, 12, 17, 20. Поверхневе навантаження на структуру дорівнює 10 *кН/м*^{2}.

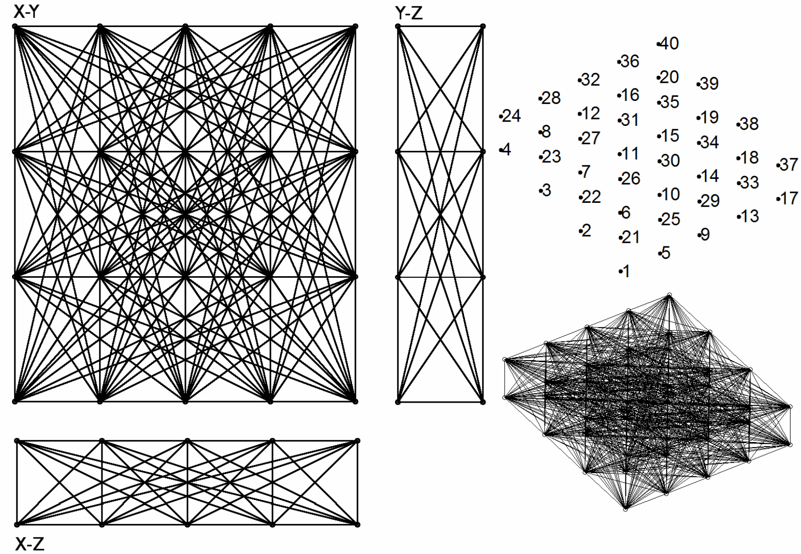


Рис. 3. Базова структура - проекції, вузли, повний граф

Розв'язання задачі (3) веде відповідно до двох варіантів конструктивної схеми (рис. 4). Буквами вказані визначені за наведеним у 3 розділі алгоритмом перерізи: H - двотавр, CTUBE - труба, HREC - прямокутна труба. На рис. 5 зображені конструктивні схеми з опорами та навантаженнями, що прикладені до вузлів систем. Варто відзначити, що незначна зміна у розташуванні опор має наслідком кардинальні зміни у топології та параметрів стержнів, що відображає значну чутливість до початкових умов.

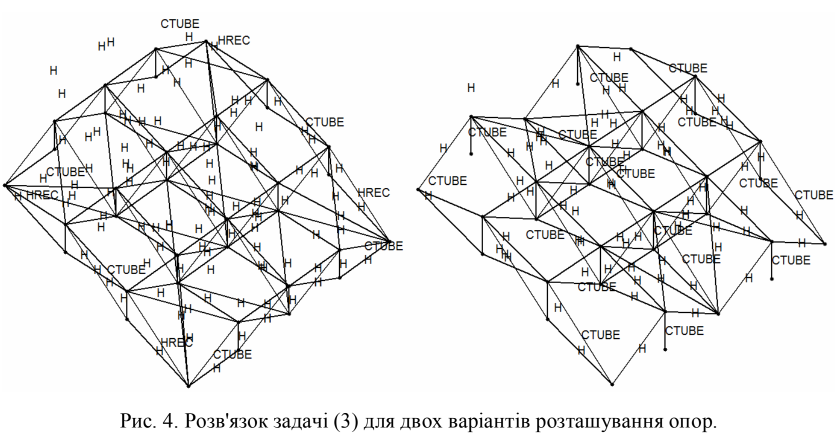


Рис. 4. Розв'язок задачі (3) для двох варіантів розташування опор.

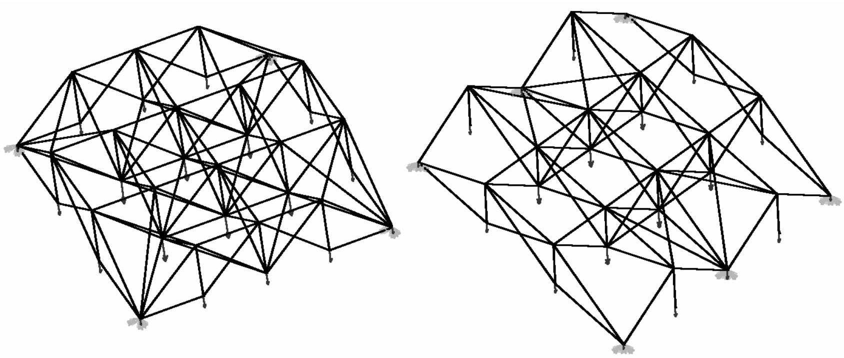


Рис. 5. Моделі просторових структур з навантаженнями

Загальна маса конструкцій за першим варіантом (опори по 4-х кутах) складає 674 *кг*. У другому варіанті розміщення опор маса конструкцій дорівнює 544 *кг*. Це підтверджує ідею, наведену у [11], що при розміщенні опор тільки по кутах структурної плити значно збільшуються витрати металу.

Висновки. Наведена модифікована форма напіввизначеної задачі оптимізації топології стержневої системи дозволяє інтегрувати оптимізаційну задачу з базовими інженерними критеріями та допомагає уникнути зайвих обчислень при розв'язуванні складних просторових систем. Запропонована узагальнена схема розв'язання оптимізаційної задачі об'єднує математичний та інженерний підходи до оптимального проектування просторових стержневих систем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баничук Н.В.* Введение в оптимизацию конструкций. - М. : Наука, 1986. - 303 с.
2. *Takada T.* Multiobjective optimization of truss topology by linear/sequential linear programming method. - Journal of Mechanical Engineering and Automation. - 2012. - Vol. 2. - P.585-593.
3. *Ben-Tal A., Nemirovski A.* Robust truss topology design via semidefinite programming. - SIAM Journal on optimization. - 1997. - Vol. 7. - No. 4. - P.991-1016.
4. *Гринев В. Б.* Оптимизация элементов конструкции по механическим характеристикам. – К. : Наук. думка, 1975. – 294 с.
5. *Пермяков В.А., Перельмутер А.В., Юрченко В.В.* Оптимальное проектирование стальных стержневых конструкций. - К. : Сталь, 2008. - 538 с.
6. *Трофимович В.В., Пермяков В.А.* Оптимизация металлических конструкций. – К. : Вища шк., 1983. – 199 с.
7. *Пічугін С.Ф., Махінько А.В.* Імовірнісна процедура підбору поперечного перерізу сталевих прогонів за критерієм міцності і жорсткості. - Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. - 2003. - №10. – С. 155-163.
8. *Беленя Е.И., Гениев А.Н., Балдин В.А.* Металлические конструкции. – М. : Стройиздат, 1985.
9. *Andolfatto L., Thiebaut F., Douill M., Lartigue C.* On Neural Networks Ability to Approximate Geometrical Variation Propagation in Assembly. 12th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing. - 2013. - P. 224-232.
10. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. - К. : Мінрегіон України, 2014. - 199 с.
11. *Никитюк А.В., Московкина А.А., Зуева И.И.* Достоинства и недостатки структурных конструкций. - Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. - 2011. - №1. - С.99-104.

REFERENCES

1. *Banichuk N.V.* Vvedenie v optimizaciju konstrukcij (Introduction to Structural Optimization). Moscow : Nauka, 1986, 303 pp.
2. *Takada T.* Multiobjective optimization of truss topology by linear/sequential linear programming method. Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2012, Vol. 2, P.585-593.
3. *Ben-Tal A., Nemirovski A.* Robust truss topology design via semidefinite programming. - SIAM Journal on optimization, 1997, Vol. 7, No.4, P.991-1016.
4. *Grinev V.B.* Optimizacija jelementov konstrukcii po mehanicheskim harakteristikam (Optimization of structural elements by mechanical characteristics). Kyiv : Naukovadumka, 1975, 294 pp.
5. *Permjakov V.A., Perelmuter A.V., Jurchenko V.V.* Optimalnoe proektirovanie stalnyh sterzhnevyh konstrukcij (Optimal design of steel trusses). Kyiv : Stal, 2008, 538 pp.
6. *Trofimovich V.V., Permjakov V.A.* Optimizacija metallicheskih konstrukcij (Optimization of metal structures). Kyiv : Vishha shk., 1983, 199 pp.
7. *Pichugin S.F., Mahinko A.V.* Imovirnisna procedura pidboru poperechnogo pererizu stalevih progoniv za kriterієm micnosti i zhorstkosti (Probabilistic procedure for cross-section selecting of steel runs by strength and rigidity criterion). Resursoekonomni materiali, konstrukcії, budivli ta sporudi, 2003, No.10, P.155-163.
8. *Belenja E.I., Geniev A.N., Baldin V.A.* Metallicheskie konstrukcii (Metal constructions). Moscow : Strojizdat, 1985.
9. *Andolfatto L., Thiebaut F., Douill M., Lartigue C.* On Neural Networks Ability to Approximate Geometrical Variation Propagation in Assembly. 12th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing, 2013, P.224-232.
10. DBN V.2.6-198:2014. Stalevi konstrukcії. Normi proektuvannja (Steel structures. Design standards). Kyiv : Minregion Ukrainy, 2014, 199 pp.
11. *Nikitjuk A.V., Moskovkina A.A., Zueva I.I.* Dostoinstva i nedostatki strukturnyh konstrukcij (Advantages and disadvantages of structural constructions). Vestnik PNIPU. Stroitelstvo i arhitektura, 2011, No.1, P.99-104.

Стаття надійшла 07.05.2018

Egorov E.A., Kucherenko A.E.

NONLINEAR TOPOLOGY OPTIMIZATION OF SPACE TRUSS-LIKE STRUCTURES

The paper considers the problem of topology optimization of space truss-like structures. The proposed algorithm combines convex optimization problem with non-convex conditions. The purpose of the algorithm is to minimize the mass of the space structure according to such non-convex conditions as structural safety requirement and buckling.

In general the problem can be specified as multicriteria optimization task as follows:

$$\{J_v, J_u, -J_\sigma\} \to \min,$$

where J_v is a functional of volume, J_u is a functional of stiffness, J_σ is a functional of strength. The stiffness functional can be defined by the means of nodes displacements and the energy of the system. The hypothesis is that that truss compliance minimization leads to the invariable structure topology. Here we use the modified semidefinite optimization problem (SDP) which can be written as follows:

$$minimize_{\,W,v} W$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i = 1,\ v_i \geq 0,\ \ i = 1, \ldots, m$$

$$\begin{pmatrix} W & F^T \\ F & \sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{E_i v_i}{L_i^2} p_i p_i^T \end{pmatrix} \geq 0.$$

Solution of the semidefinite optimization problem defines the relation between the beams volumes $v_1 : v_2 : \ldots : v_m$. The volume of each beam can be defined as $t_i = V \cdot v_i$ where V can be obtained form additional conditions.

The next important step is approximation of geometric characteristics of the cross-section. We need area moments of inertia to assemble stiffness matrix of the structure. This matrix plays a key role in defining of buckling conditions. For simple cross-sections such as "solid circular", "square" calculation of moments of inertia is a trivial problem solved via well-known formulas. For complex cross-sections the dependence of moments of inertia on area is not so simple and may be considered as an ill-posed problem. According to Hadamard, the problem is well-posed if it meets the following requirements: a) the problem has a solution; b) there is only one solution; c) the solution continuously depends on the initial conditions. Solving of ill-posed problems can be done with machine learning techniques (e.g., neural networks). Also we can use regularization to get the most probable solution. In case of approximation of moment of inertia we can use additional information from assortment tables of beams. The calculated area of the beam will almost always be in a certain interval (A_i, A_{i+1}), where A_i and A_{i+1} are the areas from the assortment table of beams with corresponded moments of inertia I_i and I_{i+1}. Assuming a linear relationship in a narrow interval, it is possible to perform a piecewise linear approximation of moments of inertia. Thus, we have:

$$I = \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i} A + I_i - \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i} A_i = I_i + \frac{I_{i+1} - I_i}{A_{i+1} - A_i} (A - A_i).$$

Using several tables it is possible to obtain optimal cross-section geometry with the following algorithm:

Input: $S=(S_1, ..., S_n)$ - table of (A, I); A - area of the beam
For S_j:
Find interval (A_{j1}, A_{j2}), (I_{j1}, I_{j2})
Approximate moments of inertia I_{new}
If $I_{new} > I_{old}$ **Then** Save j, I_{new}
EndFor
Output j, I

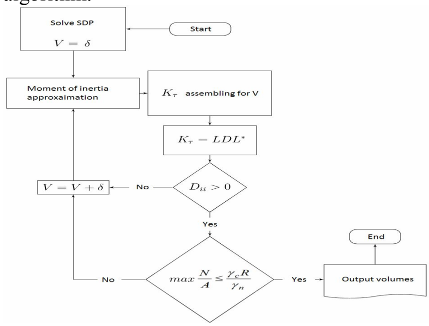
Additional conditions and criteria such as buckling allow us to determine the total volume of material V that we need for the structure. The condition of structural safety requirement can be written in a standard form as follows:

$$\frac{N}{A} \leq \frac{\gamma_c R}{\gamma_n}.$$

The next step is to define tangent stiffness matrix K_τ of the structure using approximated moments of inertia. This matrix can be decomposed as follows:

$$K_\tau = LDL^T,$$

where L is a lower unit triangular (unitriangular) matrix and D is a diagonal matrix. If the entries on the main diagonal of matrix D are greater than zero then the structure is stable. To determine the total volume V we propose the algorithm:



The volume of any beam can be calculated as $t_i=v_i \cdot V$.

For illustration we applied the algorithm for optimization of space truss topology. We used a ground structure with dimensions 9 *m* * 8 *m* * 2 *m* with 40 key points. We explored two cases: 1) with 4 hinged supports; 2) with 6 hinged supports. Solving of semidefinite optimization problem leads to the cases with masses 674 *kg* and 544 *kg* respectively. This reflects significant sensitivity to initial conditions.

Keywords: topology, optimization, truss, structural plate, moment of inertia, piecewise linear approximation, buckling.

Егоров Е.А., Кучеренко А.Е.

НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТОПОЛОГИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Рассматривается задача оптимизации топологии пространственной стержневой системы. Приведена модифицированная полуопределенная задача математического программирования, которая дополнена дополнительными инженерно-техническими критериями, предъявляемыми к конструкции нормами проектирования. Предложен алгоритм кусочно-линейной аппроксимации, позволяющий на основе площади сечения стержня определять необходимые для расчета геометрические характеристики; приведен алгоритм определения формы сечения стержня. Предлагается обобщенная схема решения задачи оптимизации топологии стержневой системы, приводятся примеры решения оптимизационной задачи для структурной плиты.

Ключевые слова: топология, оптимизация, стержневая система, структурная плита, момент инерции, кусочно-линейная аппроксимация, устойчивость.

УДК 624.04:519.853:519.688

Єгоров Є.А., Кучеренко О.Є. **Нелінійна оптимізація топології просторових стержневих систем** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 100. – С. 105-114.

Розглядається задача оптимізації топології просторових стержневих систем, яка наводиться у формі задачі математичного програмування та доповнена додатковими умовами.

Іл. 5. Бібліогр. 11 назв.

Egorov E.A., Kucherenko A.E. **Nonlinear topology optimization of space truss-like structures** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 105-114.

The space truss-like structure topology optimization task is considered as a task of mathematical programming which has been supplemented by additional conditions.

Fig. 5. Ref. 11.

Егоров Е.А., Кучеренко А.Е. **Нелинейная оптимизация топологии пространственных стержневых систем** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2018. - Вып. 100. - С. 105-114.

Рассматривается задача оптимизации топологии пространственных стержневых систем, которая представляется в форме задачи математического программирования и дополнена дополнительными условиями.

Ил. 5. Библиогр. 11 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри металевих конструкцій ЄГОРОВ Євген Аркадійович.*
Адреса робоча: *49600. м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а, ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ЄГОРОВ Євген Аркадійович.*
Мобільний тел.: +380679451816
E-mail: evg_egorov@ukr.net
http://orcid.org/0000-0003-2993-0570

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *аспірант кафедри металевих конструкцій Кучеренко Олександр Євгенович.*
E-mail: akch7@cryptolab.net