

УДК 539.3

АНАЛІЗ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ТОНКИХ ПАРАБОЛІЧНИХ ОБОЛОНОК

В.А. Баженов,

д-р. техн. наук, професор

О.П. Кривенко,

канд. техн. наук, старший науковий співробітник

Ю.В. Ворона,

канд. техн. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури

Проведено дослідження власних коливань оболонок обертання параболічної форми. Методика аналізу спирається на застосування просторового скінченного елемента для моделювання тонкої пружної оболонки. Виконано порівняння розв'язків з результатами розрахунків, що отримані іншими авторами.

Ключові слова: тонка параболічна оболонка, універсальний просторовий скінченний елемент, власні коливання.

Вступ. У багатьох галузях техніки широке застосування знаходять елементи конструкцій, що являють собою тонкі оболонки та оболонки середньої товщини. Наприклад, це куполи, склепіння, покриття та перекриття великопрогонових споруд; резервуари та цистерни; обтічники, фізеляжі та ліхтарі літальних апаратів тощо.

У науковій літературі існує велика кількість теоретичних, чисельних та експериментальних досліджень оболонок різного обрису. Найбільш вивченими є оболонки обертання канонічної форми переважно сталої товщини. Незважаючи на велику кількість досліджень, що присвячені оболонкам обертання, результати досліджень параболічних оболонок мало представлені у літературі. У той же час, наприклад, у будівництві параболічні оболонки використовуються у вигляді несучих куполів (рис. 1), застосовуються як головні обтічники в авіакосмічній техніці (рис. 2), а також як обтічники швидкісної підводної та наземної техніки.



(а)



(б)



(в)

Рис. 1. Застосування параболічних форм у будівництві [1]:

(а) – форма параболоїда обертання купола шахти (Caserones Dome, діаметр 145 м, висота 94 м), побудовано на висоті 4000 м над рівнем моря в чилійських Андах, розроблено для протистояння несприятливим умовам навколишнього середовища, включаючи снігові навантаження, що досягають 800 кг/м^2 , і тиск вітру до 300 кг/м^2 ;

(б) – куполи храму-планетарію «The Temple of the Vedic Planetarium», м. Маяпур, Індія;

(в) – параболічні купольні структури житла, Австралія

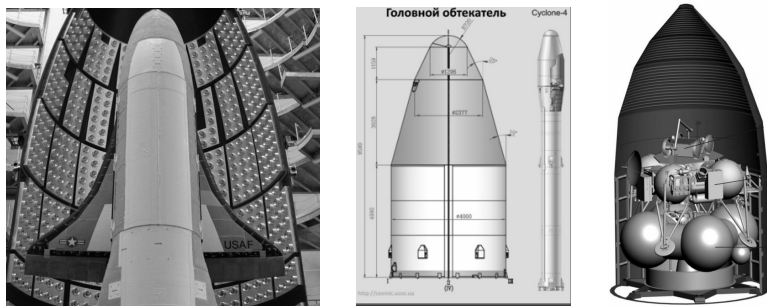


Рис. 2. Головний обтічник параболічної форми ракет-носіїв [2]

Огляд з розрахунку параболічних оболонок та реальні приклади їхнього застосування в будівництві та архітектурі за останні 20 років наведено у статті [1]. У роботах [3, 4] досліджуються вільні коливання параболічних оболонок обертання, які моделюють обтічник ракети-носія. Аналіз геометрії головного обтічника згідно з [3, 4] свідчить, що він добре моделюється параболічною оболонкою сталі товщини.

Для безпечної експлуатації тонкостінної конструкції необхідно знати умови її міцності та надійності. У зв'язку з цим особливого значення набувають методи аналізу їхніх динамічних характеристик. Проблема визначення власних частот і форм коливань оболонки, які є однією з головних динамічних характеристик будь-якої пружної системи, займає важливе місце при дослідженні поведінки конструкції. Метою роботи є застосування розробленої в роботах [9, 10] методики до визначення параметрів власних коливань пружної тонкої ізотропної параболічної оболонки сталі товщини.

1. Постановка задачі. Алгоритм задачі з визначення параметрів власних коливань тонкої пружної оболонки спирається на використання розробленої в [5, 6] скінченноелементної моделі неоднорідної оболонки (СЕМО). Для визначення спектру нижчих частот і векторів власних коливань оболонок неоднорідної структури застосовується метод ітерації підпростору [7].

З єдиних позицій просторової геометрично нелінійної теорії термопружності в роботах [5, 6] розроблена скінченно-елементна методика дослідження геометрично нелінійного деформування, стійкості та закритичної поведінки пружних оболонок. Розглядаються тонкі та середньої товщини оболонки різної форми і структури при статичній дії силових і температурних навантажень. Під неоднорідністю оболонки розуміється: 1) наявність геометричних особливостей за товщиною оболонки у вигляді ділянок ступінчасто-змінної та гладко-змінної товщини зі зломами серединної поверхні та отворами; 2) різні умови закріплення контуру на різних ділянках оболонки; 3) структурна неоднорідність матеріалу оболонки за товщиною та в плані у вигляді комбінації різних багатошарових пакетів.

Скінченно-елементне дослідження оболонок базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та положеннях моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Використана модель лінійно-пружного суцільного середовища, властивості якого відповідають узагальненому закону Дюамеля-Неймана, при великих переміщеннях і малих деформаціях. Тонка оболонка розглядається як тривимірне тіло та моделюється за товщиною одним ізопараметричним просторовим скінченним елементом (СЕ) з полілінійними функціями форми. Особливості напружено-деформованого стану оболонки враховані використанням двох некласичних гіпотез: про сталість нормальних напружень обтиснення волокон шару по товщині та деформівної прямій в напрямку товщини. Остання гіпотеза дозволяє виконувати у процесі деформування стикування просторових СЕ без порушення спільності за координатами та переміщенням, а також природним чином моделювати злами в оболонці, нахили стінок ребер, виїмок і отворів. У напрямку товщини розподіл переміщень прийнято лінійним, що є загальноприйнятим в теорії тонких оболонок [8]. Завдяки такому підходу методика дає змогу на основі єдиної методологічної бази досліджувати тонкі оболонки з різноманітними геометричними особливостями за товщиною при термосилових навантаженнях.

Дослідження процесів геометрично нелінійного деформування оболонки виконуються на основі загальної лагранжевої постановки варіаційної задачі у приростах. Нелінійний розв'язок задачі отримується за комбінованим алгоритмом, що поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютона-Канторовича на кожному кроці навантаження. Відповідно до цього частоти і форм власних коливань оболонки визначаються в моменти її крокового термосилового навантаження. Методика врахування у задачах про власні коливання оболонки наявності попереднього напруження конструкції від дії різноманітних статичних термосилових навантажень розроблена в [9, 10].

2. Аналіз власних коливань параболічних оболонок. Досліджується вплив геометричних параметрів (висоти) параболічних оболонок обертання на власні коливання. Будемо розглядати параболоїди сталої товщини h , висотою H (стріла підйому) та радіусом опорного контуру R . Форму серединної поверхні оболонки в декартовій системі координат x^i задамо рівнянням (рис. 3):

$$x^1 = H \left[1 - \frac{(x^2)^2 + (x^3)^2}{R^2} \right].$$

Оболонка жорстко затиснута по контуру та виготовлена з ізотропного матеріалу (E – модуль пружності, ν

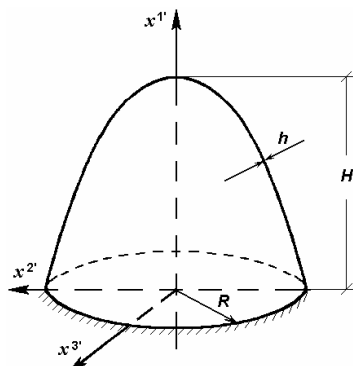


Рис. 3. Параболічна оболонка обертання

– коефіцієнт Пуассона). За розрахункову приймалася скінченно-елементна модель у вигляді половини оболонки, що має площину симетрії. Оскільки вершина оболонки є особливою точкою, тому в скінченно-елементній моделі конструкції навколо неї вирізаний отвір, що має діаметр менший за товщину оболонки.

Дослідження виконані на прикладі параболічної оболонки, яка моделює обтічник ракети-носія [3, 4]. Згідно з [3, 4] вихідні данні такі: $E = 7.2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, $\nu = 0.3$; $R = 2 \text{ м}$, $h = 5 \text{ мм}$. Розглянуто оболонки висотою $H = 1, 2$ та 4 м .

2.1. У першому дослідженні вивчаються збіжність і точність розв'язків щодо власних коливань оболонки обертання параболічної форми. Дослідження збіжності розв'язків показало, що достатньою є відносно густа сітка 20×50 СЕ. Беручи до уваги складну форму коливань оболонок, за розрахункову прийнято модель з сіткою 40×50 СЕ. Виявлено, що у коловому напрямку необхідно використовувати більш густе розбиття, ніж у напрямку твірної. Для оболонок висотою $H = 2$ та 4 м виконано порівняння з наявними розв'язками робіт [3, 4] (табл. 1).

Таблиця 1

H	$\omega_i, \text{Гц}$	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
2 м	[3, 4]	157.50	159.34	162.67	167.43	173.58
	МССЕ	162.57	162.69	164.48	164.83	168.47
	$\Delta \%$	3.2	2.1	1.1	-1.5	-2.9
4 м	[3, 4]	75.70	76.00	77.40	78.50	80.90
	МССЕ	77.83	78.30	79.89	81.06	84.84
	$\Delta \%$	2.8	3.0	3.2	3.3	4.9

Аналіз результатів розрахунків показав гарний збіг отриманих частот з наведеними в [3, 4] та якісний збіг форм коливань з формами, що приведені авторами. Деяку розбіжність у розв'язках, що не перевищує 5%, можна пояснити використанням у нашому дослідженні (з використанням МССЕ) уточнений тривимірний підхід із застосуванням просторового СЕ. Для цілої оболонки в [3, 4] частоти ω_i є кратними.

Для виявлення частот, які були вилучені (втрачені) при використанні розрахункової схеми у вигляді половини параболоїда з накладеними умовами симетрії, для оболонки висотою $H = 2 \text{ м}$ був виконаний розрахунок за допомогою програмного комплексу SCAD [11]. З цієї метою проведено аналіз частот для двох розрахункових схем оболонки: цілої (I варіант) та половини (II варіант). Результати аналізу наведені в табл. 2.

Аналіз форм коливань показав, що у першому випадку (I варіант) форма коливань для попарно близьких частот (кратних) є однаковою зі зміщенням у коловому напрямку на 90° . Розбіжність розв'язків, що отримані за допомогою МССЕ та ПК SCAD (II варіант), не перевищує 1%. Форми коливань повністю збігаються (рис. 5). Як і очікувалось, використання у розрахунковій схемі площини симетрії вилучає кратні форми коливань.

Таблиця 2

Метод розрахунку	$\omega_i, Гц$							
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
SCAD I варіант	162.33	162.37	162.91	162.94	162.79	162.86	164.97	165.06
SCAD II варіант	162.05		162.64		163.13		165.00	
MCCE	162.57		162.69		164.48		164.83	
$\Delta \%$	0.32		0.03		0.83		-0.10	

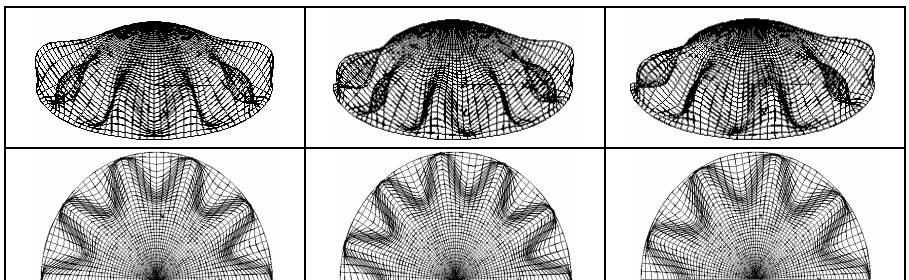
2.2. У другому дослідженні порівнюються параметри власних коливань оболонки при трьох значеннях висоти ($H = 1, 2$ та 4 м). Оболонка висотою $H = 2$ м прийнята за базу.

Таблиця 3

H	$\omega_i, Гц$				
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
1 м	230.40	230.82	231.45	232.74	233.96
2 м	162.57	162.69	164.48	164.83	168.47
4 м	77.83	78.30	79.89	81.06	84.84
$\Delta^{H=4} \%$	-52.12	-51.87	-51.43	-50.82	-49.64
$\Delta^{H=1} \%$	41.72	41.88	40.72	41.20	38.87

Збільшення стріли підйому параболічної оболонки у 2 рази ($H = 4$ м) приводить до зменшення власних частот майже на 50% (табл. 3). При зменшенні висоти параболоїда у 2 рази ($H = 1$ м) величини відповідних частот зростають більше ніж на 40%. Слід відмітити, що у всіх випадках спектр нижчих власних коливань параболічних оболонок обертаня досить щільний.

Для оболонок різної висоти приведені форми коливань на рис. 4-6, які відповідають першим трьом частотам. Форми коливань для наочності на рисунках подані у збільшеному масштабі.

Рис. 4. Форми коливань параболоїда висотою $H = 1$ м

Видно, що характер коливань однаковий. Найбільші амплітуди коливань спостерігаються в середній частині оболонки ближче до затиснутого краю. У вершинній області хвилеутворення відсутнє. Для першої частоти ω_1 маємо різну кількість хвиль за колом, відповідно: 10 ($H=1\text{ м}$), 11 ($H=2\text{ м}$) і 8 ($H=4\text{ м}$).

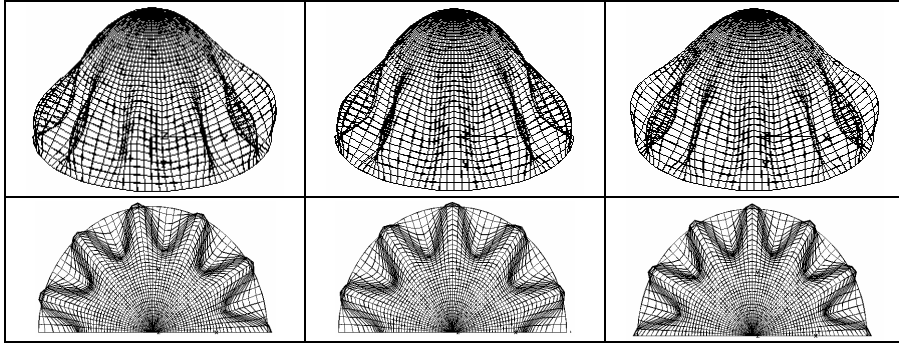


Рис. 5. Форми коливань параболоїда висотою $H = 2\text{ м}$

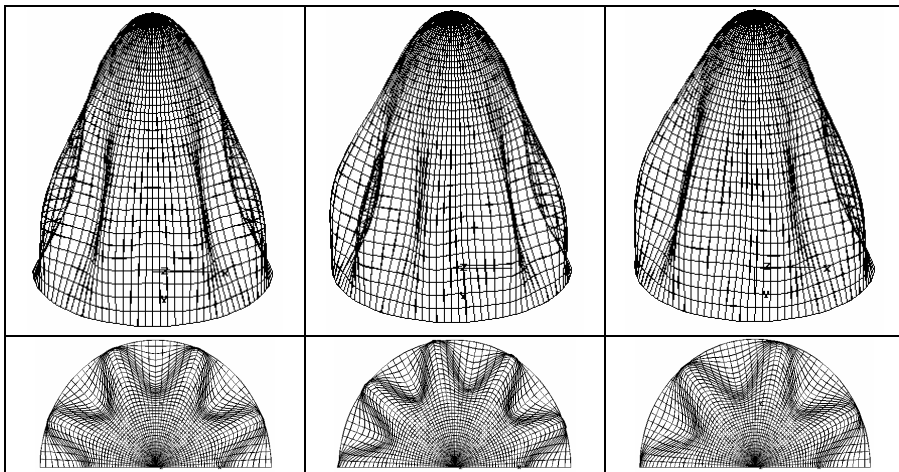


Рис. 6. Форми коливань параболоїда висотою $H = 4\text{ м}$

Висновки. У роботі досліджено параметри власних коливань параболічних оболонок обертання різної висоти. Дослідження проведені за допомогою скінченно-елементної методики, що спирається на використання універсального просторового скінченного елемента.

Досліджено збіжність і точність розв'язків. Порівняння результатів розрахунку, що отримані за моментною схемою скінченних елементів, з даними інших авторів показало достатньо гарний їх збіг.

Найбільші амплітуди спостерігаються у середній частині оболонки ближче до затиснутого краю. У вершинній області оболонки хвилеутворення

відсутнє. При послідовному збільшенні висоти параболоїда власні частоти коливань падають.

Оскільки під час експлуатації оболонкові конструкції часто зазнають різних змін температурного поля, що може значно вплинути на їхні динамічні характеристики, тому в наступних дослідженнях планується оцінити вплив нагріву на власні коливання параболічних оболонок сталюї товщини.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Кривошапко С.Н.* К вопросу о применении параболических оболочек вращения в строительстве в 2000-2017 годах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2017. – № 4. – С. 4-14.
2. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://habr.com/ru/post/410619/>.
3. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.Н., Тонконоженко А.М., Батутина Т.Я.* Собственные колебания обтекателей ракет-носителей // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 137/2013. Серія: Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2013. С. 15 – 18.
4. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В.* Собственные колебания параболических оболочек // Мат. методы та фіз.-мех. поля, 2014. – 57, № 3. – С. 78 – 85.
5. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
6. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
7. *Бате К., Вилсон Р.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
8. *Новозhilов В.В.* Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 431 с.
9. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Легостаев А.Д.* Стійкість і власні коливання неоднорідних оболонок з урахуванням напруженого стану // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2015. – Вип. 95. – С. 96-113.
10. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland, 2018. – 97 p.
11. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD / В.С. Карпиловский, Э.З. Крикунов, А.А. Маларенко, М.А. Микитаренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер – М.: "СКАД СОФТ", 2012. – 656 с.

REFERENCES

1. *Krivoshapko S.N.* K voprosu o primeneniі parabolicheskikh obolochek vrascheniya v stroitelstve v 2000-2017 godah // Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy, 2017. – № 4. – S. 4-14.
2. [Elektronnyy resurs] – Rezhym dostupu: <https://habr.com/ru/post/410619/>
3. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Tonkonozhenko A.M., Batutina T.Ya.* Sobstvennyye kolebaniya obtekatel'ey raket-nositel'ey // Visnyk SevNTU: zb. nauk. pr. Vyp. 137/2013. Seriya: Mekhanika, enerhetyka, ekolohiia. – Sevastopol, 2013. S. 15 – 18.
4. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V.* Sobstvennyye kolebaniya parabolicheskikh obolochek // Mat. metody ta fiz.-mekh. polia, 2014. – 57, № 3. – S. 78 – 85.
5. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey M.O.* Nelineynoe deformuvannya ta stiykist pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi strukturi. – K.: ZAT «Vipol», 2010. – 316 s.
6. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoe deformirovaniye i ustoychivost uprugykh obolochek neodnorodnoyi strukturi: Modeli, metody, algoritmy, maloizuchennyye i novyye zadachi. – M.: Knizhnyy dom «LIBRIKOM», 2013. – 336 s.
7. *Bate K., Wilson R.* Chislennyye metody analiza i metod konechnykh elementov. – M.: Stroyizdat, 1982. – 448 p.
8. *Novozhilov V.V.* Teoriya tonkikh obolochek. – L.: Sudpromgiz, 1962. – 431 s.

9. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Legostaev A.D.* Stiykist i vlasni kolivannya neodnorodnih obolonok z urahuvannyam napruzhenogo stanu // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-teh. zbirn. – K.: KNUBA, 2015. – Vyp. 95. – S. 96-113.
10. *Bazhenov V., Krivenko O.* Buckling and Natural Vibrations of Thin Elastic Inhomogeneous Shells. – LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbruken, Deutschland, 2018. – 97 p.
11. SCAD Office. Vychislitel'nyy kompleks SCAD / *V.S. Karpilovskiy, E.Z. Kriksunov, A.A. Malyarenko, M.A. Mikitarenko, A.V. Perel'muter, M.A. Perel'muter* – M.: "SKAD SOFT", 2012. – 656 s.

Стаття надійшла 28.03.2019

Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V.

MODAL ANALYSIS OF THIN PARABOLIC SHELLS

The modal analysis of parabolic shells of revolution is based on using the finite-element model of inhomogeneous shell. The shells can have complex-shaped midsurface, geometrical features throughout the thickness, or multilayer structure. To develop the finite-element shell model we approximate a thin shell by one spatial finite element throughout the thickness. The structural elements of an inhomogeneous shell require the finite element to be universal: it should be eccentrically arranged relative to the mid-surfaces of the casing, it should be possible to vary the thickness of the lateral edges of the finite element and etc. The universal finite element is based on an isoparametric spatial finite element with polylinear shape functions for coordinates and displacements. Additional variable parameters are introduced to enhance the capabilities of the modified finite element. Two hypotheses are used to describe the features of the stress–strain state of a thin inhomogeneous shell. The static hypothesis assumes that the compressive stresses in the fibers throughout the thickness are constant. The nonclassical kinematic hypothesis of deformed straight line is used: a straight segment along the thickness remains straight though stretched or shortened during deformation. This segment is not necessarily normal to the mid-surface of the shell.

The stress–strain state of a shell and its structural elements is determined using the geometrically nonlinear equations of the three-dimensional theory of thermoelasticity. A linear elastic continuous medium with large displacements and small strains is used as a model whose properties correspond to the generalized Duhamel–Neumann law. To derive the governing finite-element equations for displacements the moment finite-element scheme is used. The moment finite-element scheme approximations of displacements and strains guarantee a correct description of the rigid-body displacements of finite elements, which enhances the convergence and accuracy of solutions on coarse meshes.

The natural vibrations of parabolic shells with various heights have been investigated. The convergence of solutions has been studied and compared with the results obtained by other authors.

During operation, realistic shell structures often undergo various changes in the temperature field. This can significantly affect their dynamic characteristics. Extension of this work to modal analysis of parabolic shells considering heating is currently being pursued.

Keywords: thin parabolic shell, universal solid finite element, vibrations.

Баженов В.А., Кривенко О.П., Ворона Ю.В.

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Проведены исследования собственных колебаний оболочек вращения параболической формы. Методика анализа базируется на применении пространственного конечного элемента для моделирования тонкой упругой оболочки. Выполнено сравнение решений с результатами расчетов, полученными другими авторами.

Ключевые слова: тонкая параболическая оболочка, универсальный пространственный конечный элемент, собственные колебания.

УДК 539.3

Баженов В.А., Кривенко О.П., Ворона Ю.В. Аналіз власних коливань тонких параболічних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102. – С. 171-179.

Проведено дослідження власних коливань оболонок обертання параболічної форми. Виконано порівняння розв'язків з результатами розрахунків, що отримані іншими авторами. Табл. 2. Іл. 7. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Vorona Yu.V. Modal analysis of thin parabolic shells // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2019. – Issue 102. – P. 171-179. – Ukr.

Modal analysis of parabolic shells of revolution was carried out. Comparison of solutions with the results of calculations obtained by other authors was given. Table 2. Fig. 7. Ref. 10.

УДК 539.3

Баженов В.А., Кривенко О.П., Ворона Ю.В. Анализ собственных колебаний тонких параболических оболочек // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2019. – Вып. 102. – С. 171-179. – Укр.

Проведены исследования собственных колебаний оболочек вращения параболической формы. Выполнено сравнение решений с результатам расчетов, полученными другими авторами. Табл. 2. Ил. 7. Библиогр. 10 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України, директор НДІ будівельної механіки БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(067)111-22-33

E-mail: vikabazh@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5802-9848>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(066) 048-32-77

E-mail: olakop@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-1623-9679>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри будівельної механіки ВОРОНА Юрій Володимирович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури.

Робочий тел.: +38(044) 245-48-29.

мобільний тел.: +38(050)750-13-61

E-mail: yuvv@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-8130-7204>