УДК 531.533+534.511+530.182

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ БИТТЯ ПІД ЧАС ОБЕРТАЛЬНО-КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ СКЛАДНОЇ АЕРОДИНАМІЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ ЗЗ ВИЗНАЧЕННЯМ УМОВ ЇХ ВИНИКНЕННЯ

В.П. Котляров[1],
д-р техн. наук, професор

О.І. Волощенко[1],
канд. військ. наук, старший дослідник

О.А. Кузнєцов[1],
канд. військ. наук

М.Г. Кушніренко[2],
канд. техн. наук, доцент

[1.] *Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України*
[2.] *Київський національний університет будівництва і архітектури*

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.107.288-300

Метою статті є визначення умов виникнення режимів биття в нелінійній динамічній системі високого порядку з подальшим комп’ютерним моделюванням цих режимів. Застосовуються методи дослідження нелінійних коливальних систем на основі використання функції малого параметра.

Дослідження складного вигляду обертально-коливального руху аеродинамічного об’єкта на початковому етапі містить виділення із повної динамічної системи двох взаємопов’язаних автоколивальних контурів поздовжнього та бічного рухів як основи (необхідних умов) для існування режимів биття, що виникають саме при двочастотному характері процесу.

Розглядаються два випадки взаємозв’язку по обертанню (слабкий та сильний) між коливальними контурами.

У першому із них умовами існування режимів биття є приблизно однакові значення парціальних частот поздовжнього та бічного коливальних рухів при постійному збільшенні по модулю величини зсуву фаз між цими коливаннями (рух по фазовому параметру є нестійким).

При сильних силах взаємозв’язку (коефіцієнти взаємозв’язку різних знаків) режими биття виникають за близьких значень величин головних частот взаємопов’язаних коливань, що лежать у діапазоні між парціальними частотами. Такі режими (у випадку відсутності параметричної взаємодії між контурами) можливі, коли дотримуються умови стійкості бігармонічного процесу.

У випадках дотримання умов існування одночастотних автоколивальних процесів при виникненні параметричної взаємодії ці процеси також можуть переходити у режими биття.

На практиці (поза резонансною областю головних частот) це досить часто реалізується, коли функціонально до частоти контуру бічного руху входять складові, пропорціональні параметрам поздовжнього руху.

Всі наведені випадки підкріплені чисельними модельними експериментами.

Ключові слова: динамічна система, режими биття, нелінійні коливання.

Вступ. Нерідко на практиці під час руху складної аеродинамічної конструкції (аеродинамічного об’єкта) в повітряному середовищі виникають небажані режими у формі биття з різким збільшенням величини амплітуд коливань параметрів у певні інтервали часу з наступним короткочасним затуханням за межами інтервалів. Дані цикли коливань мають періодичний характер. Небезпека режимів биття полягає у тому, що у деяких випадках максимальні закидання амплітуд можуть перевищувати встановлені експлуатаційні обмеження.

Графіки такого процесу для вертикального перевантаження n_y (координата поздовжнього руху), бічного перевантаження n_z (координата бічного руху) та кутової швидкості крену ω_x (координата обертання) показані на рис. 1, де закидання параметра вертикального перевантаження у момент часу $t_1 = 15\ c$ та $t_2 = 27\ c$ якраз і перевищували допустиму величину.

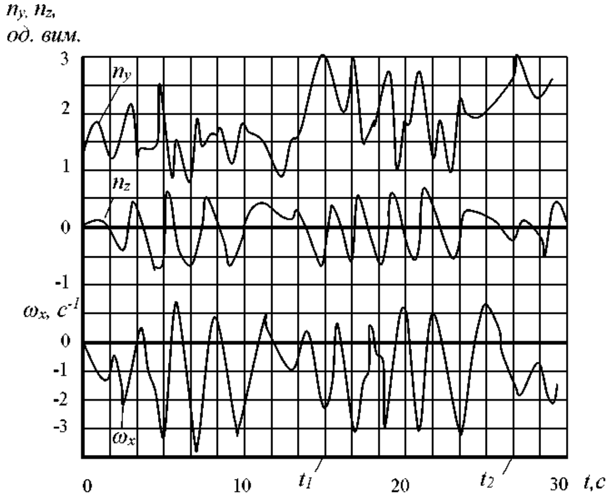

Рис. 1. Графіки процесу биття для вертикального, бічного перевантаження та кутової швидкості крену складної аеродинамічної конструкції (аеродинамічного об’єкта) у повітряному середовищі

Таким чином, дослідження режиму биття, який через свою складність найменш вивчений у спеціальній літературі по динаміці руху аеродинамічних об’єктів, є досить актуальною задачею як з точки зору запобігання подібним режимам, так і з точки зору виходу з них у разі ненавмисного їх виникнення.

У математичному плані першочерговою буде задача визначення умов існування режимів биття як процесів, що характерні для нелінійних коливальних динамічних систем. Ці питання й будуть розглянуті у статті.

Мета статті. Метою статті є визначення умов виникнення режимів биття в нелінійній динамічній системі високого порядку з подальшим комп’ютерним моделюванням цих режимів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для опису руху складної аеродинамічної конструкції (літака) у повітряному середовищі (рис. 2) широке розповсюдження отримала система диференціальних рівнянь, яка у загальноприйнятих позначеннях [1] має вигляд (1).

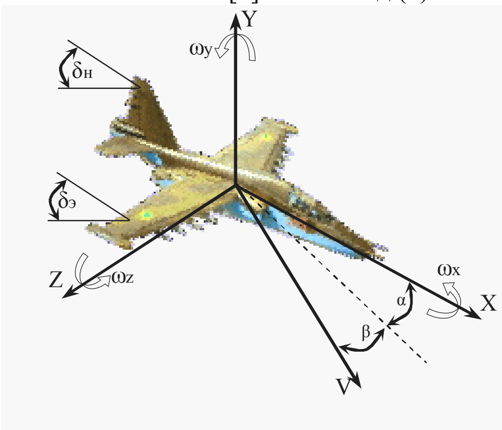

Рис. 2. Схема для описування руху складної аеродинамічної конструкції (літака) у повітряному середовищі

$$
\begin{aligned}
&\dot{\alpha} = \omega_z - \sec\beta\,((F_x - \omega_y \sin\beta)\sin\alpha + (F_y + \omega_x \sin\beta)\cos\alpha);\\
&\dot{\beta} = F_z \cos\beta - (F_x \sin\beta - \omega_y)\cos\alpha + (F_y \sin\beta + \omega_x)\sin\alpha;\\
&\dot{\omega}_z = (I_x - I_y) I_z^{-1}\omega_x\omega_y + 0{,}5\rho V^2 b_A S I_z^{-1} m_z(m_z^{\alpha}, ...);\\
&\dot{\omega}_y = (I_z - I_x) I_y^{-1}\omega_x\omega_z + 0{,}5\rho V^2 S l I_y^{-1} m_y(m_y^{\beta}, m_y^{\beta\alpha}, ...);\\
&\dot{\omega}_x = (I_y - I_z) I_z^{-1}\omega_y\omega_z + 0{,}5\rho V^2 S l I_x^{-1} m_x(m_x^{\beta}, m_z^{\beta\alpha}, ...);\\
&\dot{V} = V(F_x \cos\beta\cos\alpha - F_y \cos\beta\sin\alpha + F_z \sin\beta);\\
&\dot{\vartheta} = \omega_y \sin\alpha + \omega_z \cos\gamma;\ \ \dot{\gamma} = \omega_x - tg\,\vartheta(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma);\\
&F_x = -\frac{\rho VS}{2M}(C_x - C_p) - \frac{g}{V}\sin\vartheta;\ \ F_y = \frac{\rho VS}{2M}C_y - \frac{g}{V}\cos\vartheta\cos\gamma;\\
&F_z = \frac{\rho VS}{2M}C_z + \frac{g}{V}\cos\vartheta\cos\gamma.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Загальновідомо, що при дослідженні нелінійних систем диференціальних рівнянь важливе місце посідає гіпотеза про вид шуканого рішення. Таким чином, маючи наявний зовнішній вигляд перехідного процесу биття як складного циклічного коливального руху (рис. 1), можна коректно підійти, згідно з цим процесом, до вибору загальної структури виду моделі у вигляді двох коливальних (автоколивальних) контурів для узагальнених координат поздовжнього X та бічного Y рухів, зв'язаних по обертанню окремим нелінійним диференціальним рівнянням для параметра Z. Такі рівняння у вигляді системи п'ятого порядку отримуються із виразів (1) шляхом спеціального аналітичного перетворення [3] у передбаченні, що результуючі сили (аеродинамічні і тяга) компенсуються силою тяжіння $F_{x,y,z} \approx 0$. Тоді $V \approx const$, що відповідає руху у режимі биття.

Зауважимо, що рівняння обертання може бути незалежно проінтегровано відносно координат X та Y. Тому воно тут не розглядається, однак його розв'язання враховується у рівняннях коливальних контурів, котрі, беручи до уваги зазначене, запишуться у такому вигляді:

$$\begin{aligned} &\Delta\ddot{X}+\omega_1^2(Z_б^2,m_z^\alpha,...)\Delta X+Z_б f_{xy}\Delta Y=\mu(f_x(\Delta Z,\Delta\dot{Z},\Delta\dot{X})+...);\\ &\Delta\ddot{Y}+\omega_2^2(Z_б^2,m_x^\beta,m_y^\beta,...)\Delta Y+Z_б f_{yx}(m_z^\alpha,m_x^\beta,m_y^\beta,...)\Delta X=\mu(f_y(\Delta Z,\Delta\dot{Z},\Delta\dot{Y})+...). \end{aligned} \tag{2}$$

Система (2) записана у прирощеннях (складові зі знаком Δ) відносно балансувальних (стаціонарних) значень параметрів (позначених індексом б), які визначаються із системи (1) при прирівнюванні похідних до нуля. Отже, залежності у правих частинах (2) у загальному випадку є нелінійними функціями своїх аргументів, а складові f_{xy} та f_{yx} у лівих частинах рівнянь характеризують взаємозв'язок між коливальними контурами (у подальшому розглядаються випадки слабкого та сильного взаємозв'язку). При цьому функція f_{xy} не змінює свого знаку, а величина f_{yx} має знакоперемінний характер. Особливістю системи (2) також є те, що для її дослідження можливо введення малого параметра $\mu\,(\mu > 0)$. Підставою для його введення є результати натурних експериментів, а також значення окремих коефіцієнтів аеродинамічних моментів. Варто наголосити, що саме у цьому випадку у загальному вигляді може бути проінтегровано рівняння для обертальної координати. Таким чином, у подальшому аналізується динамічна система четвертого порядку.

Слід зазначити, що аналіз нелінійних процесів обертально-коливального руху досить часто розглядається у таких областях досліджень, як теорія машин та механізмів (наприклад, робота [4]), у теорії споруд (роботи [5, 6] тощо.). Не є винятком і предметна область дослідження складного просторового руху аеродинамічних об'єктів у позамежних областях зміни параметрів процесу. Тут здебільшого аналізуються одночастотні автоколивальні процеси [7].

Узагальнюючи наведені результати, підійдемо до дослідження режимів биття з позиції виникнення цих процесів у нелінійних коливальних системах з можливістю перенесення вже відомих результатів (за принципом аналогії) у предметну область досліджень, задекларовану у назві статті.

Випадок слабких сил взаємозв'язку по обертанню між коливальними контурами. Спираючись на загальновідомі результати [8], відзначимо, що режими биття у системі (2) можливі, коли частоти ω_1 та ω_2 наближені між собою, а кінцеві доданки у лівих частинах рівнянь (2) можуть бути внесені під величину малого параметра μ. Тоді будемо шукати породжуване розв'язання системи у вигляді одночастотних коливань:

$$\Delta X = a\cos(\omega t + \varphi_1);\ \Delta Y = b\cos(\omega t + \varphi_2), \qquad (3)$$

де параметри $a, b, \varphi_1, \varphi_2$ є повільно змінними функціями часу.

У цьому випадку, з урахуванням (3) та дотримуючись методу малого параметра, складаються скорочені рівняння для амплітуд і різниці фаз $\eta = \varphi_2 - \varphi_1$ та здійснюється процедура їх усереднення. Остаточно ці рівняння наберуть вигляду:

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= f_a(a, a^2, a^3, a^4, \omega_1, \omega) - \frac{b}{2\omega_1} Z_\delta f_{xy} \sin\eta\,;\\
\dot{b} &= f_b(b, b^2, b^3, b^4, \omega_2, \omega) - \frac{a}{2\omega_2} Z_\delta f_{yx} \sin\eta\,;\\
\dot{\eta} &= \omega_2 - \omega_1 + \frac{a}{2b\omega_2} Z_\delta f_{yx} \cos\eta - \frac{b}{2\omega_1} Z_\delta f_{xy} \cos\eta + \ldots .
\end{aligned} \qquad (4)$$

Загальна теорія дослідження системи (2) у випадку малих сил взаємозв’язку між коливальними контурами показує [8], що стійкі періодичні режими синхронізувальних коливань існують лише в невеликій зоні частот –зоні взаємної синхронізації, де є два режими коливань: синфазний – зі зсувом фаз, близьким до нуля, і частотою дещо більшою за кожну з парціальних частот, і антифазний – зі зсувом фаз, близьким до π, і частотою дещо меншою за кожну з парціальних частот. Поза зоною синхронізації періодичні режими стають нестійкими і переходять у режим биття.

На рис. 3 наведено приклад такого режиму биття для координат ΔX та ΔY .

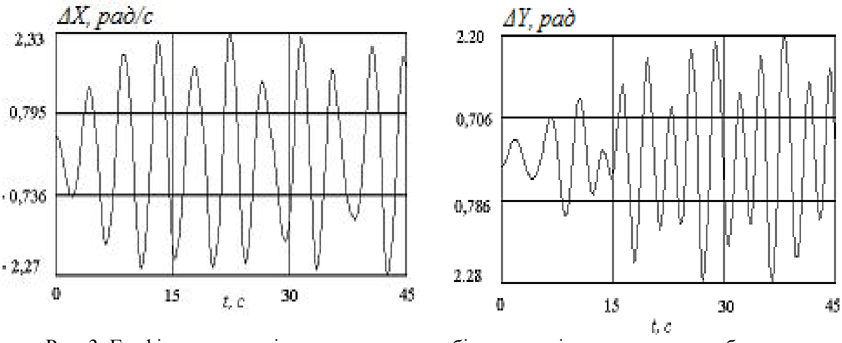

Рис. 3. Графіки параметрів поздовжнього та бічного рухів для випадку слабких сил взаємозв’язку

Для системи (4) графіки перехідного процесу за координатами a, b, η показано на рис. 4. Тут процес для амплітуд $(t > 30\ \text{c})$ має стійкий автоколивальний характер, а величина η сталих значень не має та монотонно зменшується у часі.

Таким чином, даний вид биття може бути реалізований при малій величині параметра Z_δ і таких величинах коефіцієнтів поздовжньої

(m_z^a), поперечної (m_x^β) та шляхової (m_y^β) статичної стійкостей, за яких частота контуру поздовжнього руху ω_1 приблизно дорівнює частоті контуру бічного руху ω_2.

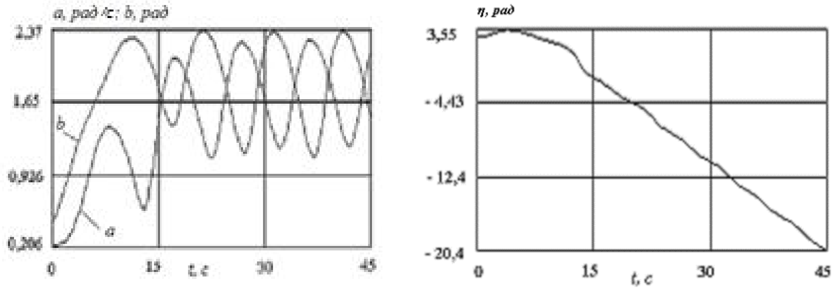

Рис. 4. Графіки амплітуд і різниці фаз коливань для випадку слабких сил взаємозв'язку

Випадок сильних сил взаємозв'язку по обертанню між коливальними контурами. Розглянемо тепер випадок виникнення режимів биття, коли сили взаємозв'язку між коливальними контурами не можуть бути внесені під величини малого параметра. Тоді, згідно із загальноприйнятим підходом [8], [9], розв'язання (2) шукаємо у вигляді:

$$\Delta X = a\sin(k_1 t+\varphi_1) + b\sin(k_2 t+\varphi_2);$$
$$\Delta Y = l_1 a\sin(k_1 t+\varphi_1) + l_2 b\sin(k_2 t+\varphi_2), \quad (5)$$

де $a, b, \varphi_1, \varphi_2$ – повільно змінювані функції часу, k_1, k_2, $k_2 > k_1$ – головні частоти, що є коренями рівняння

$$k^4 - (\omega_1^2+\omega_2^2)k^2 + \omega_1^2\omega_2^2 - Z_\delta^2 f_{xy} f_{yx} = 0. \quad (6)$$

Коефіцієнти розподілу у (5) знаходяться за параметрами при фазових координатах у лівих частинах рівнянь (2). Далі, відповідно до методу малого параметра, так само як і для випадку слабкої сили взаємозв'язку, складаються скорочені рівняння для амплітуд і фаз та здійснюється процедура їх усереднення. Зазначимо, що у спеціальній літературі, присвяченій нелінійним коливанням, як правило, розглядаються випадки, коли функції f_{xy} та f_{yx} одного знаку, тоді менша головна частота k_1 буде менше меншої парціальної частоти (нехай це буде значення ω_1), а більша головна частота k_2 буде більше іншої частоти ω_2 $(\omega_2 > \omega_1)$. Тобто частоти k_1 і k_2 будуть у цьому випадку ще більш віддалені одна від одної (ніж частоти ω_1 та ω_2). Тоді необхідна умова для виникнення режиму биття (близькість частот k_1 і k_2) дотримуватися не буде навіть у випадку рівності парціальних частот ω_1 та ω_2.

У цьому випадку у системі (2) можливі [8], [9]: режим рівномірного обертального руху (коли стійкий стан спокою), два режими взаємної

ISSN 2410-2547
Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2021. № 107

синхронізації (у загальному випадку одночастотні режими руху), а також квазіперіодичний двочастотний бігармонічний процес, коли рух буде взаємопов'язано по двох частотах одночасно, причому одна з них є частотою бічного руху, а інша – поздовжнього.

Але зовсім іншою картина руху буде у випадку, коли функції взаємозв'язку між коливальними контурами f_{xy} та f_{yx} матимуть різні знаки. Це, до речі, характерно для сучасних аеродинамічних об'єктів з малими запасами поздовжньої статичної стійкості.

Тоді головні частоти k_1 і k_2 перебуватимуть всередині діапазону, між ω_1 і ω_2, та можуть бути близькі одна до одної, а значить, виникнуть умови для реалізації режиму биття.

На рис. 5 показано графіки такого режиму, коли $\omega_1 = 1{,}03\text{c}^{-1}$; $\omega_2 = 1{,}82\,\text{c}^{-1}$; $k_1 = 1{,}32\,\text{c}^{-1}$; $k_2 = 1{,}62\,\text{c}^{-1}$; $l_1 = -0{,}344\,\text{c}$; $l_2 = -0{,}78\,\text{c}$.

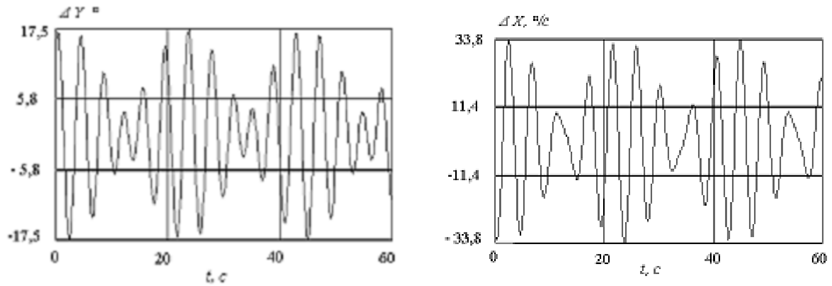

Рис. 5. Графіки параметрів поздовжнього та бічного рухів
у випадку сильних сил взаємозв'язку

Для підтвердження цього факту зі збереженням попередніх умов (f_{xy} та f_{yx} різних знаків) було проведено чисельне моделювання системи диференціальних рівнянь не у прирощеннях ΔX та ΔY, а у вигляді «повних» координат $\dot{\alpha}$ та $\dot{\omega}_z$ (координати поздовжнього руху), $\dot{\beta}$ (координата бічного руху), а також параметра обертання $\dot{Z} = f(\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y)$ з виразів (1). Ці графіки режиму биття наведено на рис. 6.

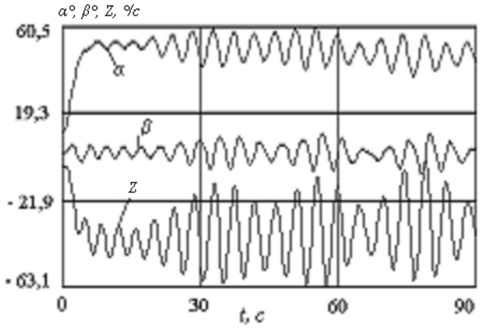

Рис. 6. Графіки режиму биття у системі п'ятого порядку

Зазначимо, що характер процесу биття для випадку, коли f_{xy} та f_{yx} різних знаків, не змінюється навіть за умов зміни параметрів нелінійних функцій f_x та f_y у виразах (2). Так, для «повних» координат (рис. 6), починаючи з $t = 60\,\text{c}$, було змінено таку функцію у рівнянні бічного руху.

Однак, як і раніше, процес биття продовжував своє існування, але з дещо іншими закиданнями амплітуд. Залишаючись у межах дослідження системи (2) у випадку сильних сил взаємозв'язку між коливальними контурами (f_{xy} та f_{yx} різних знаків), наведемо ще один випадок реалізації режимів биття. Тут будемо проводити аналогію з параметричним виникненням цих процесів [10]. Тоді, наприклад, для другого рівняння системи (2) необхідно функціонально у величину ω_2 ввести параметри поздовжнього руху.

Фізична сутність реальних процесів на великих кутах атаки це дозволяє. Дійсно, зі зростанням кута атаки у надкритичній зоні його зміни об'єктивним фактором є те, що шляхова стійкість (коефіцієнт m_y^{β}) має тенденцію до зниження, а поперечна (коефіцієнт m_x^{β}), навпаки – до збільшення [2], [10]. Наведене потребує у функціональній залежності для ω_2 додатково враховувати аеродинамічні похідні $m_y^{\beta\alpha}$ і $m_x^{\beta\alpha}$, які, як правило, не використовуються під час точного аналізу. А саме, за допомогою цих коефіцієнтів відбувається перехресний параметричний вплив частоти поздовжнього руху на бічний.

Для доказу даного твердження здійснимо моделювання повної системи диференціальних рівнянь (1) для двох випадків.

У першому з них коефіцієнти $m_y^{\beta\alpha}$ і $m_x^{\beta\alpha}$, приймемо рівними нулю, а у другому – врахуємо фізику їх зміни в діапазоні великих кутів атаки.

На рис. 7 показано графіки перехідного процесу, коли $m_y^{\beta\alpha} = m_x^{\beta\alpha} = 0$. У цьому випадку виникає одночастотний періодичний автоколивальний процес із частотою контуру бічного руху.

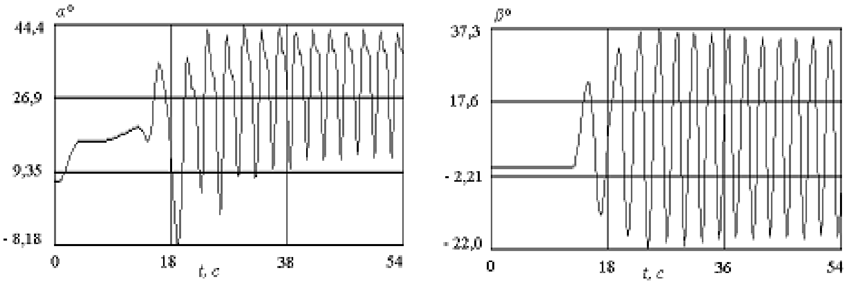

Рис. 7. Графіки перехідного процесу за відсутності параметричного взаємозв’язку

На рис. 8 за тими самими вихідними даними змодельовано перехідний процес для випадку, коли коефіцієнти поперечної і шляхової статичної стійкостей залежать від кута атаки.

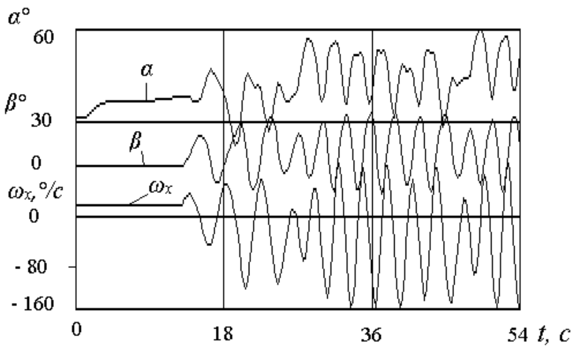

Рис. 8. Графіки перехідного процесу при параметричному взаємозв’язку

У наведеному режимі виникає перехідний процес у вигляді биття, при цьому закидання величини амплітуди координати поздовжнього руху α (у позитивну область зміни цього параметра) тут досягають значно більших величин, ніж у випадку одночастотного режиму.

Ці закидання досить небажані з точки зору збільшення вертикального перевантаження (ця величина пропорційна значенню кута атаки), яке може перевищити експлуатаційні обмеження, що вкотре підкреслює важливість дослідження режимів биття.

Висновки. Дослідження складного вигляду обертально-коливального руху аеродинамічного об’єкта на початковому етапі містить виділення із повної динамічної системи двох взаємопов’язаних автоколивальних контурів поздовжнього та бічного рухів як основи для існування режимів биття, що виникають саме при двочастотному характері процесу.

У подальшому для такої системи застосовується метод малого параметра з розглядом двох випадків взаємозв’язку по обертанню (слабкого та сильного) між коливальними контурами.

У першому з них умовами існування режимів биття є приблизно однакові значення парціальних частот поздовжнього та бічного коливальних рухів при постійному збільшенні по модулю величини зсуву фаз між цими коливаннями (рух по фазовому параметру є нестійким).

При сильних силах взаємозв'язку (коефіцієнти взаємозв'язку різних знаків) режими биття виникають за близькими значеннями величин головних частот взаємопов'язаних коливань, що лежать у діапазоні між парціальними частотами.

Такі режими (у разі відсутності параметричної взаємодії між контурами) можливі, коли дотримуються умови стійкості бігармонічного процесу.

У разі дотримання умов існування одночастотних автоколивальних процесів при виникненні параметричної взаємодії ці процеси також можуть переходити у режими биття.

На практиці (поза резонансною областю головних частот) це досить часто реалізується, коли функціонально у частоту контуру бічного руху входять складові, пропорційні параметрам поздовжнього руху.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Гоман М.Г., Храмцовский А.В.* Бифуркации установившихся режимов штопора самолета. - Исследование по динамике полета летательных аппаратов: междувед. сб. Москва: МФТИ, 1986. - С.17–25.
2. *Буков В.Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. - Москва: Наука, 1987. - 232 с.
3. *Котляров В.П.* Побудова структури динамічної системи, що описує автоколивальний рух об'єкта, за матеріалами натурних випробувань. - Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. 1999. № 3(8). - С. 165–169.
4. *Недін В.О.* Параметричні коливання стержнів, що обертаються під дією поздовжнього ударного навантаження. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 309–320.
5. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Створення математичної моделі ударно-вібраційного майданчика для ущільнення та формування бетонних виробів. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 103–116.
6. *Баєв С.В., Волчок Д.Л.* Нелінійні коливання попередньо напруженої залізобетонної мостової балки при гармонійному обурені в умовах нечітких параметрів. - Опір матеріалів і теорія споруд. 2020. № 104. - С. 147–163.
7. *Kotlyarov V.P., Seryogin G.N., Shihaleyev V.N.* Simulation of aircraft autooscillatory motion in high-angel-of attack. Book of Abstracts in Mosaeroshow 92 (11-16 August 1992, Zhukovsky, Russia). - Moskow: Central atrohydrodynamic insntitute, 1992. - P. 59–60.
8. *Рубаник В.П.* Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. - Москва: Наука, 1969. - 290 с.
9. *Бутенин Н.В.* Введение в теорию нелинейных колебаний. Москва: Наука, 1987. - 381 с.
10. *Бюшгенс Г.С, Студнев Р.В.* Динамика самолета. Пространственное движение. Москва: Машиностроение, 1983. - 320 с.

REFERENCES

1. *Goman M.G., Khramczovskij A.V.* Bifurkaczii ustanovivshikhsya rezhimov shtopora samoleta. (Bifurcations of steady-state airplane spin modes). - Issledovanie po dinamike poleta letatel`ny`kh apparatov: mezhduved. sb. - Moskva: MFTI, 1986. - P. 17–25.
2. *Bukov V.N.* Adaptivny`e prognoziruyushhie sistemy`upravleniya poletom. (Adaptive predictive flight control systems). - Moskva: Nauka, 1987. - P. 97–232.

3. *Kotliarov V.P.* Pobudova struktury dynamichnoi systemy, shcho opysuie avtokolyvalnyi rukh obiekta, za materialamy naturnykh vyprobuvan (Construction of the structure of a dynamic system describing the self-oscillating motion of an object, based on field tests). - Zb. nauk. pr. TsNDI ZS Ukrainy no. 3(8). – Kyiv: TsNDI ZS Ukrainy, 1999. - P. 165–169.
4. *Nedin V.O.* Parametrychni kolyvannia sterzhniv, shcho obertaiutsia pid diieiu pozdovzhnoho udarnoho navantazhennia (Parametric oscillations of rods rotating under the action of longitudinal shock load). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 309–320.
5. *Bazhenov V.A., Pohorelova O.S., Postnikova T.H.* Stvorennia matematychnoi modeli udarno-vibratsiinoho maidanchyka dlia ushchilnennia ta formuvannia betonnykh vyrobiv (Creation of a mathematical model of the shock-vibration platform for compaction and formation of concrete products). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 103–116.
6. *Baiev S.V., Volchok D.L.* Neliniini kolyvannia poperedno napruzhenoi zalizobetonnoi mostovoi balky pry harmoniinomu obureni v umovakh nechitkykh parametriv (Nonlinear oscillations of prestressed reinforced concrete bridge beam with harmonic perturbation under fuzzy parameters). - Opir materialiv i teoriia sporud no. 104. - Kyiv, 2020. - P. 147–163.
7. *Kotlyarov V.P., Seryogin G.N., Shihaleyev V.N.* Simulation of aircraft autooscillatory motion in high-angel-of attack. Book of Abstracts in Mosaeroshow 92 (11-16 August 1992, Zhukovsky, Russia. - Moskow: Central atrohydrodynamic insntitute, 1992. - P. 59–60.
8. *Rubanik V.P.* Kolebaniya kvazilinejny`kh sistem s zapazdy`vaniem (Oscillations of quasilinear systems with delay). - Moskva: Nauka, 1969. - P. 17–290 p.
9. *Butenin N.V.* Vvedenie v teoriyu nelinejny`kh kolebanij (Introduction to the theory of nonlinear oscillations). - Moskva: Nauka, 1987. - P. 22–381.
10. *Byushgens G.S, Studnev R.V.* Dinamika samoleta. Prostranstvennoe dvizhenie (Aircraft dynamics. Spatial movement). - Moskva: Mashinostroenie, 1983. - P. 223–320.

Стаття надійшла 30.09.2021

Kotliarov V.P., Voloshchenko O. I., Kuznetsov A. A., Kushnirenko M.G.

SIMULATION OF BEATING MODES DURING THE ROTARY-OSCILLATING MOVEMENT OF COMPLEX AERODYNAMIC ENGINEERING WITH DETERMINATION OF THE CONDITIONS OF THEIR OCCURRENCE

The aim of the article is to determine the conditions of occurrence of beating modes in a nonlinear high-order dynamic system with subsequent computer simulation of these modes. Methods of research of nonlinear oscillatory systems are applied with consideration of two cases of interrelation on rotation (weak and strong) between oscillatory circuits.

In the first of them, the conditions for the existence of beating modes are approximately the same values of the partial frequencies of longitudinal and lateral oscillating motions with a constant increase in the modulus of the phase shift between these oscillations (phase motion is unstable).

At strong forces of interconnection (coefficients of interrelation of various signs) modes of beating arise at close values of sizes of the main frequencies of the interconnected fluctuations lying in a range between partial frequencies. Such modes (in the absence of parametric interaction between the circuits) are possible when the conditions of stability of the biharmonic process are observed.

The study of the complex form of rotational-oscillating motion of an aerodynamic object at the initial stage includes the selection from the complete dynamic system of two interconnected self-oscillating contours of longitudinal and lateral motions as a basis (necessary conditions) for the existence of beating modes.

In cases of observance of existence conditions of single-frequency self-oscillating processes at occurrence of parametric interaction these processes can also pass to beating modes.

In practice (outside the resonant region of the main frequencies) this is often realized when the functional frequency of the contour of lateral motion includes components proportional to the parameters of longitudinal motion.

All these cases are supported by numerous model experiments.

Keywords: dynamic system, beating modes, nonlinear oscillations.

Котляров В.П., Волощенко А.И., Кузнецов А.А., Кушниренко Н.Г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ БИЕНИЯ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНО-КОЛЕБАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ СЛОЖНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ УСЛОВИЙ ИХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ

Целью статьи является определение условий возникновения режимов биения в нелинейной динамичной системе высокого порядка с дальнейшим компьютерным моделированием этих режимов. Применяются методы исследования нелинейных колебательных систем на основе использования функции малого параметра.

Исследование сложного вида вращательно-колебательного движения аэродинамического объекта на начальном этапе содержит выделение из полной динамической системы двух взаимосвязанных автоколебательных контуров продольного и бокового движений как основы (необходимых условий) для существования режимов биения, которые возникают именно при двухчастотном характере процесса.

Рассматриваются два случая взаимосвязи по вращению (слабый и сильный) между колебательными контурами.

В первом из них условиями существования режимов биения являются приблизительно одинаковые значения парциальных частот продольного и бокового колебательных движений при постоянном увеличении по модулю величины сдвига фаз между этими колебаниями (движение по фазовому параметру является неустойчивым).

При сильных силах взаимосвязи (коэффициенты взаимосвязи разных знаков) режимы биения возникают при близких значениях величин главных частот взаимосвязанных колебаний, лежащих в диапазоне между парциальными частотами. Такие режимы (в случае отсутствия параметрического взаимодействия между контурами) возможны, когда соблюдаются условия устойчивости бигармонического процесса.

В случаях соблюдения условий существования одночастотных автоколебательных процессов при возникновении параметрического взаимодействия эти процессы также могут переходить в режимы биения.

На практике (вне резонансной области главных частот) это довольно часто реализуется, когда функционально в частоту контура бокового движения входят составляющие, пропорциональные параметрам продольного движения.

Все приведенные случаи подкреплены численными модельными экспериментами.

Ключевые слова: динамичная система, нелинейные колебания, режимы биения.

УДК 531.533+534.511+530.182
Котляров В.П., Волощенко О.І., Кузнєцов О.А., Кушніренко М.Г. **Моделювання режимів биття під час обертально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 288-300.
Вирішується задача моделювання режимів биття під час обертально-коливального руху складної аеродинамічної конструкції із визначенням умов їх виникнення. Застосовуються методи дослідження нелінійних коливальних систем на основі використання функції малого параметра.
Іл. 8. Бібліогр.10 назв.

UDC 531.533+534.511+530.182
Kotliarov V., Voloshchenko O., Kuznetsov A., Kushnirenko M. **Simulation of beating modes during the rotary-oscillating movement of complex aerodynamic engineering with determination of the conditions of their occurrence** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientificand-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Issue 107. – P. 288-300.

The task of simulation of beating modes during the rotary-oscillating movement of complex aerodynamic engineering with determination of the conditions of their occurrence. Methods of research of nonlinear oscillatory systems are applied with consideration of two cases of interrelation on rotation (weak and strong) between oscillatory circuits.
Fig. 8. Ref. 10.

УДК 531.533+534.511+530.182
Котляров В.П., Волощенко А.И., Кузнецов А.А., Кушниренко Н.Г. **Моделирование режимов биения при вращательно-колебательном движении сложной аэродинамической конструкции с определением условий их возникновения** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. зборн. – К.: КНУСА, 2021. – Вып. 107. – С. 288-300.
Решается задача определение условий возникновения режимов биения в нелинейной динамичной системе высокого порядка с дальнейшим компьютерным моделированием этих режимов. Применяются методы исследования нелинейных колебательных систем на основе использования функции малого параметра.
Ил. 8. Библиогр.10 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник 1 НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України. Котляров Володимир Петрович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Котляров Володимир Петрович.*
Мобільний тел.: *+ 38(096) 315 13 16*
E-mail: *info-cvni@ukr.net*
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-0604-2810

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат військових наук, старший дослідник, провідний науковий співробітник 3 НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іванович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Волощенко Олександр Іван*ович.
Мобільний тел.: *+ 38(063) 325 08 45*
E-mail: *vaikiev63@gmail.com*
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2717-1283

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат військових наук, старший науковий співробітник 1 НДУ Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Кузнєцов Олександр Анатолійович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 28, Центральний науково-дослідний інститут Збройних* Сил України, Кузнєцов Олександр Анатолійович.
Мобільний тел.: *+ 38(067) 225 22 32*
E-mail: *alexkuznes1966@gmail.com*
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-8764-6941

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, Кушніренко Микола Григорович.*
Мобільний тел.: + 38(067) 220 52 66
E-mail: mykkushnirenko@ukr.net
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7110-2712