

UDC 539.3

**INFLUENCE OF FOUNDATION STIFFNESS ON DEFORMATION OF
LAYERED BUILDING STRUCTURES****S.O. Pyskunov,**
Dr. Sci., Prof.**S.I. Trubachev,**
Cd. Sci., Doc.**Ye.Ye. Onyshchenko,**
Cd. Sci., Doc.**V.A. Kolodezhnyi,**
Sen. Lec.*National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
Peremogy ave., 37, Kyiv, 03056*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.145-155

The paper considers the bending of a three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. Hypotheses of a broken line are accepted for the description of kinematics of deformation. The contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Analytical and numerical calculations of the three-layer plate using finite element method (FEM) were performed. As a result of the calculation, the dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the elastic basis were determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given.

Keyword: stress-strain state, bending, rigidity of the base, three-layer plate, building structures.

Introduction. Composite materials (CM) with pre-predicted properties are actively used for the manufacture of structural elements along with traditional (isotropic) materials in recent years. This kind of materials meet the extreme operating conditions of the products best of other. Widespread use of CM in the creation of modern technology requires consideration of new factors, such as the nonlinear nature of their deformation, anisotropy of rigidity and strength; the possibility of their fracture along the layers interface provide the load-bearing capacity of the structure; the possibility of the presence of various defects. It is requires comprehensive analytical and numerical studies aimed at elucidating the nature of the manifestation of the physical picture of the processes occurring, both in structural elements and in the material, with possible operating loads [1, 2] to solve such problems. Structures in the form of three-layer plates and plates on an elastic basis are widely used in industrial, civil and transport structures, as well as in other fields of technology. In transport structures, the calculation scheme in the form of a plate on an elastic basis is used to calculate pavement, slabs used to strengthen the slopes of embankments, cones and the calculation of the bridge deck [3, 4]. In industrial and civil structures, such a calculation scheme is used to calculate slab foundations, retaining walls, etc.

Recently, the requirements for the level of strength of pavement to pass heavy vehicles have increased significantly, as well as the requirements for their equality to create conditions for the realization of dynamic opportunities for traffic [5-7]. In our climate, longer service life can have tough road wear. They are usually used in the most difficult operating conditions – on roads with high traffic, on city highways, on approaches to large cities, quarry roads, airfields, etc. [4, 5]. Despite the fact that currently the cost of structures of rigid pavement is 10–20% higher than asphalt pavements, this ratio is not stable and will change due to the price of oil products and transport services [3-5]. The paper considers the problem of modeling the behavior of hard road blankets taking into account the real operating conditions based on the Winkler model [8, 9]. Such structures are subjected to intense static loads during operation.

Basic relations and method of calculation. Consider an elastic three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. To describe the kinematics of the package, the hypotheses of the broken line are accepted: in the bearing layers Kirchhoff's hypotheses are valid, in the incompressible thickness of the filler the normal remains straight, does not change its length, but returns to some additional angle with coordinate axes quantities $\psi_x(x, y)$, $\psi_y(x, y)$ [9,10]. We consider deformations to be small. External distributed surface loads act on the plate $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$ and base reaction (Fig. 1).

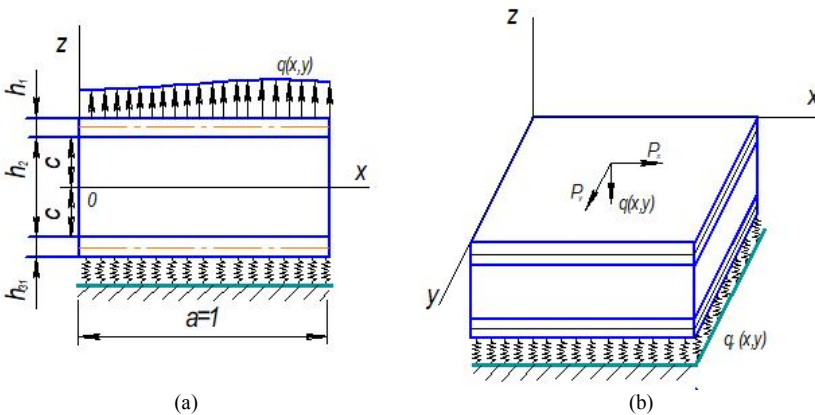


Fig. 1. Calculation scheme of a three-layer plate on an elastic basis

Base reaction q_r corresponds to Winkler's model [8, 9]:

$$q_r = -kw, \quad (1)$$

where k – base stiffness coefficient, w – deflection of the plate; a minus sign indicates that the reaction is directed in the direction opposite to the deflection.

The coordinate system x, y, z connects with the median plane of the filler. Through $w(x, y)$, $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ marked deflection and axial longitudinal movements (displacements) of the middle surface of the aggregate. The

contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Denote by h_k the thickness of the k -th layer, with $h_3 = 2c$ ($k = 1, 2, 3$).

Using the introduced geometric hypotheses, the longitudinal displacements in the layers $u^{(k)}$ can be expressed through the required five functions $u_x, u_y, \Psi_x, \Psi_y, w$:

$$\begin{aligned} u_x^{(1)} &= u_x + c\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(1)} &= u_y + c\Psi_y - zW_{,y} \quad (c \leq z \leq c + h_1), \\ u_x^{(3)} &= u_x + z\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(3)} &= u_y + z\Psi_y - zW_{,y} \quad (-c \leq z \leq c), \\ u_x^{(2)} &= u_x - c\Psi_x - zW_{,x}, & u_y^{(2)} &= u_y - c\Psi_y - zW_{,y} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c), \end{aligned} \quad (2)$$

where z – the distance from the considered fiber to the middle plane of the aggregate, $u + c\Psi$ – the value of displacement of the outer carrier layer due to the deformation of the aggregate, for the second carrier layer, this displacement will be appropriate ($u - c\Psi$).

The components of the strain tensor are expressed in terms of the five required functions using the Cauchy relations [9] and expressions (2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^{(1)} &= u_{x,x} + c\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(1)} &= u_{y,y} + c\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (c \leq z \leq c + h_1), \\ \varepsilon_{xx}^{(3)} &= u_{x,x} + z\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(3)} &= u_{y,y} + z\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (-c \leq z \leq c), \\ \varepsilon_{xx}^{(2)} &= u_{x,x} - c\Psi_{x,x} - zW_{,xx}, & \varepsilon_{yy}^{(2)} &= u_{y,y} - c\Psi_{y,y} - zW_{,yy} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c), \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + c\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} + c\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + c\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} - c\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} - c\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) - c\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xy}^{(3)} &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + z\Psi_{x,y} - zW_{,xy} + u_{y,x} + z\Psi_{y,x} - zW_{,yx}) = \\ &= \frac{1}{2}(u_{x,y} + u_{y,x}) + z\Psi_{x,y} - zW_{,xy}, \\ \varepsilon_{xz}^{(1)} &= \varepsilon_{xz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{xz}^{(3)} &= \frac{1}{2}\Psi_x, & \varepsilon_{yz}^{(1)} &= \varepsilon_{yz}^{(2)} = 0, & \varepsilon_{yz}^{(3)} &= \frac{1}{2}\Psi_y, & \varepsilon_{yx}^{(k)} &= \varepsilon_{xy}^{(k)}. \end{aligned} \quad (3)$$

The ball and deviator parts of the strain tensor in this case will be as follows ($\vartheta_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij}$; $i, j = x, y, z$):

$$\varepsilon^{(k)} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx}^{(k)} + \varepsilon_{yy}^{(k)}), \quad \vartheta_{xx}^{(k)} = \frac{2}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)}, \quad \vartheta_{yy}^{(k)} = \frac{2}{3}\varepsilon_{yy}^{(k)} - \frac{1}{3}\varepsilon_{xx}^{(k)},$$

$$\vartheta_{xz}^{(3)} = \varepsilon_{xz}^{(3)}, \quad \vartheta_{yz}^{(3)} = \varepsilon_{yz}^{(3)}. \quad (4)$$

We introduce the internal efforts and moments of the following relations [9, 10]:

$$N_{xx}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} dz, \quad N_{yy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} dz,$$

$$Q_x = \int_{h_3} \sigma_{xz}^{(3)} dz, \quad Q_y = \int_{h_3} \sigma_{yz}^{(3)} dz, \quad Q_{xy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} dz, \quad (5)$$

$$M_{xx}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xx}^{(k)} z dz, \quad M_{yy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{yy}^{(k)} z dz, \quad M_{xy}^{(k)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{xy}^{(k)} z dz,$$

where $\sigma_{xx}^{(k)}$, σ_x , $\sigma_{yy}^{(k)}$, σ_y – components of the stress tensor in the layers of the plate; integrals are taken by the thickness of the k -th layer.

Equilibrium equations are obtained from the Lagrange variational principle:

$$\delta A + \delta W = 0. \quad (6)$$

Here is a variation in the work of external surface forces:

$$\delta A = \iint_S (p \delta u_x + p \delta u_y + (q + q_r) \delta w) dS. \quad (7)$$

Variation of internal stresses takes into account the work of the aggregate in the tangential direction:

$$\begin{aligned} \delta W = \iint_S \{ & \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} (\sigma_{xx}^{(k)} \delta \varepsilon_{xx}^{(k)} + \sigma_{yy}^{(k)} \delta \varepsilon_{yy}^{(k)} + 2\sigma_{xy}^{(k)} \delta \varepsilon_{xy}^{(k)}) dz \} + \\ & + 2 \int_{h_3} (\sigma_{xx}^{(3)} \delta \varepsilon_{xx}^{(3)} + \sigma_{yy}^{(3)} \delta \varepsilon_{yy}^{(3)}) dz \} dx dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Variations of displacements in layers:

$$\delta u_x^{(1)} = \delta u_x + c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(1)} = \delta u_y + c \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (c \leq z \leq c + h_1),$$

$$\delta u_x^{(3)} = \delta u_x + z \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(3)} = \delta u_y + z \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (-c \leq z \leq c), \quad (9)$$

$$\delta u_x^{(2)} = \delta u_x - c \delta \psi_x - z \delta w_{,x}, \quad \delta u_y^{(2)} = \delta u_y - c \delta \psi_y - z \delta w_{,y} \quad (-c - h_2 \leq z \leq -c).$$

Variations of deformations follow from relations (3) taking into account (9).

Substituting the expressions for the integrals of the thickness of the layers in formula (8) and equating the zero coefficients with independent variations, we obtain a system of differential equations of equilibrium of a rectangular three-layer plate on an elastic basis in the effort:

$$\begin{aligned} N_{xx,x} + Q_{xy,y} = -p_x, \quad N_{yy,y} + Q_{xy,x} = -p_y, \quad H_{xx,x} + H_{xy,y} - Q_x = 0, \\ H_{yy,y} + H_{xy,x} - Q_y = 0, \quad M_{xx,xx} + 2H_{xy,xy} + M_{yy,yy} = -(q + q_r). \end{aligned} \quad (10)$$

To connect the stresses and strains in the layers we use the relation of Hooke's law in the deviator-spherical form:

$$S_{ij}^{(k)} = 2G_k \vartheta_{ij}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)}, \quad k = 1, 2, 3; \quad i, j = x, y, z, \quad (11)$$

where G_k, K_k – shear and bulk deformation modules, $S_{ij}^{(k)}, \sigma^{(k)}$ – deviator and spherical parts of the stress tensor, $\vartheta_{ij}^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$ – deviator and layered parts of the strain tensor.

The components of the stress tensor in the layers, taking into account expressions (5) and (11) will be:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= S_x^{(k)} + \sigma^{(k)} = \frac{4}{3}G\varepsilon_{xx}^{(k)} + K\varepsilon_{xx}^{(k)} - \frac{2}{3}G\varepsilon_{yy}^{(k)} + K\varepsilon_{yy}^{(k)} = K_k^+\varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^-\varepsilon_{yy}^{(k)}, \\ \sigma_{yy}^{(k)} &= K_k^-\varepsilon_{xx}^{(k)} + K_k^+\varepsilon_{yy}^{(k)}, \quad \sigma_{xy}^{(k)} = 2G_k\varepsilon_{xy}^{(k)}, \\ \sigma_{xz}^{(3)} &= 2G_3\varepsilon_{xz}, \quad \sigma_{yz}^{(3)} = 2G_3\varepsilon_{yz},\end{aligned}\quad (12)$$

where $K_k^+ = K_k + \frac{4}{3}G_k$, $K_k^- = K_k - \frac{2}{3}G_k$.

Substituting in (8) the expressions of deformations due to the required displacements (3) and using the integration in the thickness of each of the layers, and taking into account expressions (7), (6) and (1), we obtain from (10) a system of five linear equilibrium differential equations regarding the required movements:

$$\begin{aligned}a_1(u_{x,xx} + u_{y,yy}) + a_2(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yy}) - a_3(w_{,xxx} + w_{,yyy}) + a_8u_{x,yy} + a_9\psi_{x,yy} &= -p_x, \\ a_1(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_2(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_3(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + \\ &+ a_8u_{y,xx} + a_9\psi_{y,xx} = -p_y, \\ a_2(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_4(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_5(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + \\ &+ a_9u_{y,xx} + a_{10}\psi_{y,xx} - a_7\psi_y = 0, \\ a_3(u_{x,xxx} + u_{y,yyx} + u_{x,xyy} + u_{y,yyy}) + a_5(\psi_{x,xxx} + \psi_{y,yyx} + \psi_{x,xyy} + \psi_{y,yyy}) - \\ &- a_6(w_{,xxx} + w_{,yyy} + 2w_{,yxx}) + kw = -q,\end{aligned}\quad (13)$$

where

$$\begin{aligned}a_1 &= \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+, \quad a_2 = c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+), \\ a_3 &= h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) K_1^+ - h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) K_2^+, \quad a_4 = c^2 (h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+, \\ a_5 &= c \left[h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) K_1^+ + h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+ \right], \\ a_6 &= h_1 \left(c^2 + ch_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) K_1^+ + h_2 \left(c^2 + ch_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+, \\ a_7 &= 2G_3 c, \quad a_8 = \sum_{k=1}^3 h_k G_k, \quad a_9 = G_1 c (h_1 - h_2), \quad a_{10} = c^2 (G_1 h_1 - G_2 h_2) + \frac{2}{3} c^3 G_3.\end{aligned}$$

The boundary conditions corresponding to free support of a plate on edges on rigid support fixed in space are accepted. Then for the desired movements must be performed at $x = 0, 1$ the following requirements [6]:

$$u_x = u_y = \psi_x = \psi_y = w = 0. \quad (14)$$

To fulfill conditions (14), the solution of the system of differential equations (13) is taken in the form of decomposition into double trigonometric series [6, 7]

$$w = \sum_{n,m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad u_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b},$$

$$u_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} U_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b}, \quad (15)$$

$$\psi_x = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{1mn} \cos \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad \psi_y = \sum_{n,m=1}^{\infty} \psi_{2mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \cos \frac{\pi mx}{b},$$

where W_{mn} , U_{1mn} , U_{2mn} , ψ_{1mn} , ψ_{2mn} – unknown amplitudes of displacements.

Let the longitudinal load $p_x \equiv 0$, $p_y \equiv 0$. The transverse load q is presented in the form of decomposition into a double trigonometric series:

$$q = \sum_{n,m=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b}, \quad (16)$$

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin \frac{\pi nx}{a} \sin \frac{\pi mx}{b} dx dy.$$

After substituting the displacements (15) and the load (16) in equation (13) we obtain a system of linear algebraic equations to determine the desired amplitudes of displacements:

$$\begin{aligned} b_6 U_{1mn} + b_7 U_{2mn} + b_8 \psi_{1mn} + b_9 \psi_{2mn} + b_1 W_{mn} &= 0, \\ b_7 U_{1mn} + b_{11} U_{2mn} + b_9 \psi_{1mn} + b_{12} \psi_{2mn} + b_2 W_{mn} &= 0, \\ b_8 U_{1mn} + b_9 U_{2mn} + b_{13} \psi_{1mn} + b_{14} \psi_{2mn} + b_3 W_{mn} &= 0, \\ b_9 U_{1mn} + b_{12} U_{2mn} + b_{14} \psi_{1mn} + b_{10} \psi_{2mn} + b_4 W_{mn} &= 0, \\ b_1 U_{1mn} + b_2 U_{2mn} + b_3 \psi_{1mn} + b_4 \psi_{2mn} + b_5 W_{mn} &= q_{mn}, \end{aligned} \quad (17)$$

where the coefficients b_j are expressed in terms of values a_i and depend on the parameters m and n .

The solution of the system (17) can be obtained numerically using an inverse matrix. After determining the amplitudes W_{mn} , U_{1mn} , U_{2mn} , ψ_{1mn} , ψ_{2mn} the required functions are calculated by formulas (15). Displacement in the bearing layers and aggregates are from relations (2).

Results of numerical calculation. The calculation was performed for a three-layer plate, the material of the bearing layers of which has the characteristics: of the Young's modulus of $0,72 \cdot 10^5$ MPa; Poisson's ratio 0,32; density 2770 kg/m^3 , and for the aggregate: the Young's modulus 1100 MPa;

Poisson's ratio 0,33; density 2100 kg/m^3 . The relative thicknesses of the layers were taken $h_1 = 0,02$, $h_2 = 0,04$, $c = 0,09$; the ratio of the sides of the plate $a = 1$, $b = 1$. Intensity of surface load $q = 1 \text{ MPa}$.

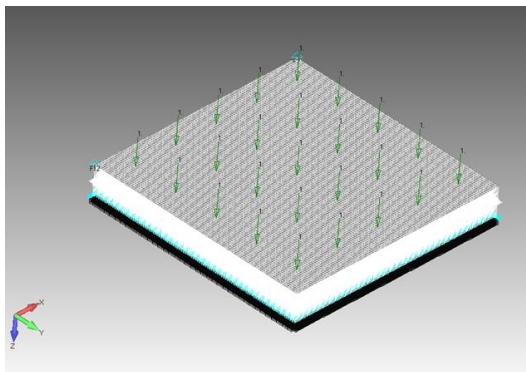


Fig. 2. Numerical modeling of the structure

Calculations were performed in two ways: according to the above method and the finite element method (FEM) [11]. The results of the calculation are shown in the Table 1 and graphically in Fig. 3, 4. The maximum error did not exceed 2,8%. Table 1 shows the change in the value of the deflection along Ox axis ($y = 0,5$) from the stiffness of the elastic base.

The extremum of deflections is observed in the center of the plate.

In Fig. 5 shows the change in deflection in the middle of the plate along the Ox axis ($y = 0,5$). The curves correspond to different values of the stiffness coefficient of the base k . The extremum of deflections is observed in the center of the plate. At increase in rigidity of the basis in 50 times the maximum value of a deflection decreases by 40%.

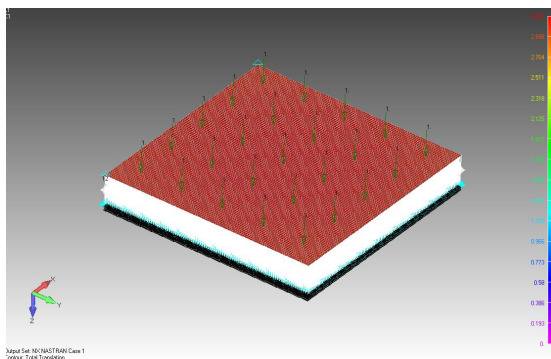


Fig. 3. Change the deflection w along the axis Ox in the middle of the plate: $k = 100 \text{ MPa/m}$

Table 1

| Axis x ($y = 0,5$) | Deflection w | |
|------------------------|-----------------|------------------|
| | $k = 100$ MPa/m | $k = 5000$ MPa/m |
| 0 | 0 | 0 |
| 0,25 | -0,0012 | -0,0019 |
| 0,5 | -0,0018 | -0,0028 |
| 0,75 | -0,0012 | -0,0019 |
| 1 | 0 | 0 |

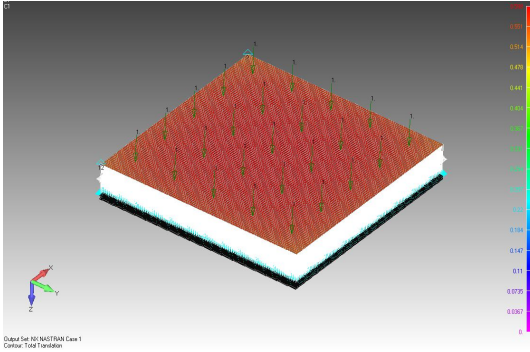


Fig. 4. Change the deflection w along the axis Ox in the middle of the plate: $k = 5000$ MPa/m

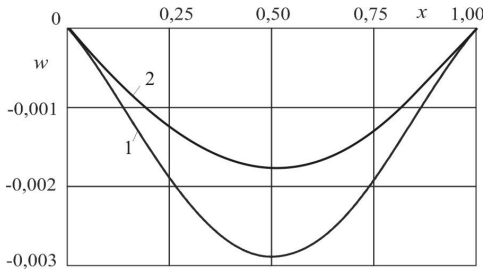


Fig. 5. Deflection w along the axis Ox in the middle of the plate:
1 – $k = 100$ MPa/m, 2 – $k = 5000$ MPa/m

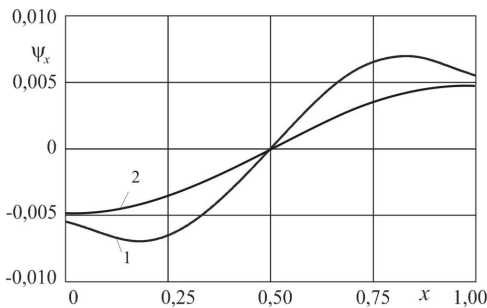


Fig. 6. Change the relative offset in the filler ψ_x along the axis Ox in the middle of the plate:
1 – $k = 100$ MPa/m, 2 – $k = 5000$ MPa/m

Conclusions. Analytical and numerical solution of the problem of bending a three-layer plate with a rigid filler on an elastic basis is given. Taking into account the stiffness of the elastic base leads to a significant clarification of the stress state that occurs in the three-layer plate under external force. The influence of the stiffness of the base on the deflection of the structure is analyzed, which makes it possible to determine the optimal parameters of this mechanical system and give the necessary recommendations for its use.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Solovey M.O., Kryvenko O.P.* Neliniyni rivnyannya deformuvannya tonkykh bahatosharovykh obolonok pry termosylovykh navantazhennyakh [Nonlinear equations of deformation of thin multilayer shells under thermopower loads (in Ukrainian)] // *Opir materialiv i teoriya sporud.* - 1998, No. 64. - P 116-127.
2. *Piskunov V.G., Verizhenko V.Ye.* Lineynyye i nelineynyye zadachi rascheta sloistykh konstruktсий [Linear and nonlinear problems of calculation of layered structures (in Ukrainian)]. - Kyiv : Budivel'nik, 1986, 176 pp.
3. *Pyskunov V.H., Tsybul's'kyi V.M.* Rozrakhunok sharuvatykh konstruktсий dorozhn'oho odyahu mostiv armovanoho kompozytnymy materialamy [Calculation of layered structures of pavement reinforced with composite materials (in Ukrainian)] // *Visnyk Natsional'noho transportnoho universytetu.* – 2012, No. 26 (2). - P. 448-454.
4. DBN V.2.3–14: 2006. Sporudy transportu. Mosty ta truby. Pravyla proektuvannya [Transport facilities. Bridges and pipes. Design rules (in Ukrainian)] - Kyiv : Derzhbud Ukrainy, 2006, 367 pp.
5. *Haydaychuk V.V., Shevchuk L.V., Bilobryts'ka O.M., Baran S.A.* Kонтсentratsiya napruzhen' v okoli vertykal'nykh trishchyn dorozhnykh pokryttiv [Concentration of stresses in the vicinity of vertical cracks of road surfaces(in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures.* – 2021. – No.106. – PP. 41-50.
6. *Haydaychuk V.V., Hustyelyev O.O., Radkevych A.V., Shevchuk L.V., Shlyun' N.V.* Termopruzhenne deformuvannya sharovatoho pokryttya na vhnutyi dilyantsi dorohy [Thermoelastic deformation of the layered coating on the concave section of the road (in Ukrainian)] // *Strength of materials and theory of structures.* – 2019. – No.102. – PP. 180-190.
7. *Marchuk A.V., Nishchota A.V.* On the Strain–Stress State of Locally Loaded Layered Composite Slabs // *International Applied Mechanics.* - 2018, Vol. 54. - P. 315–330.
8. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V.* Deformation of a three-layer elastoplastic beam on an elastic foundation // *Mechanics of Solids.* - 2011, No. 46 (2). - P. 291-298.
9. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V., Yarovaya A.V.* Elastoplastic bending of a sandwich bar on an elastic foundation // *International Applied Mechanics.* -2007, No. 43 (4). - P. 451-459.
10. *Starovoitov E.I., Leonenko D.V.* Thermoelastic bending of a sandwich ring plate on an elastic foundation // *International Applied Mechanics.* - 2008, No. 44 (9). - P. 1032-1040.
11. *Piskunov V.G., Sipeetov V.S.* Raschet neodnorodnykh pologikh obolochek i plastin metodom konechnykh elementov [Calculation of inhomogeneous shallow shells and plates by the finite element method (in Ukrainian)]. Kyiv : Vishcha shkola, 1987, 200 pp.

Стаття надійшла 18.05.2022

Пискунов С.О., Трубачев С.І., Онищенко Є.Є., Колодежний В.А.

ВПЛИВ ЖОРСТКОСТІ ОСНОВИ НА ДЕФОРМУВАННЯ ШАРУВАТИХ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Широке впровадження в промисловість шаруватих конструкцій, зокрема тришарових пластин, оболонок і неможливо без ефективних методів оцінки їх міцності та надійності. Висока міцність і жорсткість при відносно малій вазі, демпфуючі і теплоізоляційні властивості зазначених конструкцій зумовили їх використання в сучасному будівництві та машинобудуванні. Тришарові пластини і оболонки, як правило, є поєднанням різнорідних

за своїми фізико-механічними властивостями матеріалів. Розрахунок подібних конструкцій представляє дуже складне завдання, в основу вирішення якого повинні бути покладені математичні моделі, що володіють високим ступенем достовірності і відображають реальні механічні властивості. У процесі експлуатації тришарові конструкції знаходяться під впливом значних статичних навантажень. Тому розробка ефективних та економічних методів вирішення задач статико тришарових систем є актуальною проблемою. У транспортному будівництві розрахункова схема у вигляді плити (пластинки) на пружній основі використовується для розрахунку дорожніх одягів, плит. В роботі розглянуто згинання тришарової пластини з жорстким заповнювачем, яка знаходиться на пружній основі. Для опису кінематики деформування прийняті гіпотези ламаної лінії. На контурі пластини передбачається наявність жорсткої діафрагми, що перешкоджає відносному зсуву шарів. Були проведені аналітичний та чисельний розрахунки тришарової пластини методом скінченних елементів. В результаті розрахунку була визначені залежності прогину від коефіцієнта жорсткості основи. Наведені рекомендації про вибір коефіцієнта жорсткості. Урахування жорсткості пружної основи призводить до істотного уточнення напруженого стану, що виникає в тришаровій пластині при зовнішньої силовій дії. Проаналізовано вплив жорсткості основи на прогин конструкції, це дає можливість визначити оптимальні параметри даної механічної системи і дати необхідні рекомендації щодо її використання.

Keyword: напружено-деформований стан, згин, згинна жорсткість основи, три-шарова плита, будівельні конструкції.

Pyskunov S.O., Trubachev S.I., Onyshchenko Ye.Ye., Kolodezhnyi V.A.

INFLUENCE OF FOUNDATION STIFFNESS ON DEFORMATION OF LAYERED BUILDING STRUCTURES

Widespread introduction into the industry of layered structures, in particular three-layer plates, shells and is impossible without effective methods of their strength and reliability. High strength and rigidity at relatively low weight damping and thermal insulation properties of these structures have led to their use in modern construction and mechanical engineering. Three-layer plates and shells, as a rule, are a combination of materials heterogeneous in their physical and mechanical properties. The calculation of such structures is a very complex task, the solution of which should be based on mathematical models with a high degree of reliability and reflect the real mechanical properties. During operation, three-layer structures are under the influence of significant static loads. Therefore, the development of effective and cost-effective methods for solving the problems of statics of three-layer systems is an urgent problem. In transport construction, the calculation scheme in the form of a plate on an elastic basis is used to calculate pavement, slabs. The paper considers the bending of a three-layer plate with a rigid filler, which is on an elastic basis. Hypotheses of a broken line are accepted for the description of kinematics of deformation. The contour of the plate has a rigid diaphragm, which prevents the relative displacement of the layers. Analytical and numerical calculations of the three-layer finite element method were performed. As a result of the calculation, the dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the base were determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given. Taking into account the stiffness of the elastic base leads to a significant clarification of the stress state that occurs in the three-layer plate under external force. The influence of the stiffness of the base on the deflection of the structure is analyzed, it gives the opportunity to determine the optimal parameters of this mechanical system, and give the necessary recommendations for its use.

Keyword: stress-strain state, bending, rigidity of the base, three-layer plates, building structures.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Трубачев С.І., Онищенко Є.Є., Колодежний В.А. Вплив жорсткості основи на деформування шаруватих будівельних конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108 – С. 145-155.

Проведені аналітичний та чисельний розрахунок тришарової пластини МСЕ. Визначені залежності прогину від коефіцієнта жорсткості основи. Наведені рекомендації про вибір коефіцієнта жорсткості.

Табл. 1. Іл. 6. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3

Pyskunov S.O., Trubachev S.I., Onyshchenko Ye.Ye., Kolodezhnyi V.A. Influence of foundation stiffness on deformation of layered building structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P. 145-155. Analytical and numerical calculations of the ITU three-layer plate were performed. The dependences of the deflection on the stiffness coefficient of the base are determined. Recommendations on the choice of stiffness factor are given.

Tabl. 1. Fig. 6. Ref. 11.

УДК 539.3

Пискунов С.О., Трубачев С.И., Онищенко Е.Е., Колодежный В.А. Влияние жесткости основания на деформирование слоистых строительных конструкций // Соппротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2022. – Вып. 108. – С. 145-155.

Проведены аналитический и численный расчеты трехслойной пластины МКЭ. Определены зависимости прогиба от коэффициента жесткости основания. Приведены рекомендации по выбору коэффициента жесткости.

Табл. 1. Ил. 6. Библиогр. 11 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Пискунов Сергій Олегович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 962-66-14;**E-mail:** s.piskunov@kpi.ua**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Трубачев Сергій Іванович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(099) 239-70-78**E-mail:** strubachev@i.ua**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7349-9426>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Онищенко Євген Євгенович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 330-34-09**E-mail:** eonisbox@gmail.com**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-7600-3668>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): старший викладач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» Колодежний Валерій Ананійович

Адреса: 03056, Україна, м. Київ, просп. Перемоги, 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Мобільний тел.: +38(050) 663-13-28**E-mail:** bokshin@ukr.net**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-1722-1390>