УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

О.О. Кошевий,
д-р філософії (PhD)

О.П. Кошевий,
канд. тех. наук, доцент

Л.О. Григор’єва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.309–324

В статті розглянуто чисельне дослідженнябагатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Виконаний оптимізаційний розрахунок дав змогу зменшити значення цільових функцій та перерозподілити навантаження по Мізесу. Використання для одного об’єкту двох типів оптимізації дає змогу розгляд новий важливих прикладних задач у будівельній механіки.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, напруження по Мізесу, вага конструкції.

Вступ. Для розвитку промисловості сучасної країни необхідно, при мінімальних фінансових витратах, створювати об’єкти нерухомості і споруди для нафтовидобувної, вугільної, машинобудівної, легкої та важкої промисловості. Підхід до проектування з урахуванням оптимальних параметрів будівельної конструкції вирішує ці питання, але постає питання, як врахувати всі параметри конструкції в оптимальному розрахунку. На даний час це зробити практично не можливо, так як при збільшенні одних параметрів, зменшуються інші і навпаки. Потрібно враховувати при цьому не тільки міцнісні характеристики будівельної конструкції, а також її архітектурну виразність і спосіб будівництва. Будівельна механіки розглядає область міцнісних характеристик при розрахунку будівельної конструкції, за допомогою яких, можливо зробити оптимальну матеріалоємність конструкції. Прикладна геометрія дає змогу побудувати за допомогою методики мінімальну площу поверхні на заданому контурі, такі поверхні називаються **оболонками мінімальних поверхонь**. Контури бувають від самих простих до складних геометричних фігур. При використані декількох видів оптимізації досягається загальний оптимальний проект конструкції, що дає змогу зменшити вартість будівель і споруд.

Форми мінімальних поверхонь і рівняння, які їх описують, відомі з робот Л. Ейлера (1755 р.) і Ж.Л. Лагранжа (1760 р.). У 1861 р. бельгійський фізик Ж. Плато показав всьому світу ці поверхні у вигляді мильної плівки, які натягнуті на проволоковий каркас. На теперішній час широко відомий ряд мінімальних поверхонь [3, 6, 7, 8, 16]. В експериментальній роботі [2, 17] показано, що при опису мінімальної поверхні можливо для наближеного розрахунку використовувати рівняння Лапласа. Широке використання мінімальних поверхонь в архітектурі і будівництві завдячує їх привабливий зовнішній вигляд, оскільки вони створені природою. Їх оптимальність виконується за рахунок мінімального використання матеріалів, а також зменшення теплообміну з навколишнім середовищем.

Початок використання оболонок мінімальних поверхонь в архітектурі і будівництві німецький інженер Ф. Отто. Під його керівництвом проведено велику кількість експериментів з мінімальними поверхнями, тонкими гумовими шнурами, тканинними і металевими сітками. Ці експерименти знайшли місце у великій кількості тентових і вантових конструкцій покриттів.

При сьогоднішніх можливостях з використання великого розрахункового комплексу Femap with Nastran є можливість розрахувати на міцнісні та деформаційні характеристики, а також виконувати оптимізацію оболонок мінімальних поверхонь.

В будівельній механіки існує загальні три види оптимізації:

- оптимізація форми. Розглядається поверхні на заданому контурі за допомогою яких оптимізується площа об'єкта дослідження;
- топологічна оптимізація. Розглядається мінімальні кількість матеріалів для будівництва конструкції, в місцях де відсутні напруження вирізається не потрібний матеріал. Приклад зображено на рис. 1;
- параметрична оптимізація. Виконується оптимізація параметрів конструкції, що в кінцевому випадку зменшує вагу конструкції, для прикладу це може бути: товщина оболонки, площа поперечного перерізу, моменти інерції, напруження, переміщення, власні і вимушені частоти коливання та багато ін.

З розвитком сучасних технологій в будівельній механіки виконується розрахунок оптимального проектування оболонок. За допомогою оптимального проектування досягається зменшення ваги оболонки при зміні різних параметрів. Один вид параметрів оптимізації є підбір форми оболонки. Другий вид оптимізації є підбір товщини оболонки. В даній статті розглядається виконання підбору товщини оболонки при оптимізованій її формі, що дає можливість використовувати максимально несучу здатність.Розрахунок параметричної оптимізації ведеться за декількома цільовими функціями, вони можуть конфліктувати, допомагати одна одній, та бути незалежними між собою.

Рис. 1. Оптимізована стальна двотаврова балка з п’ятигранними отворами

При чисельних дослідженнях оптимального проектування з декількома цільовими функціями застосовується метод скінченних елементів (МСЕ). Це один із самих розвинених і потужних інструментів для моделювання об’єктів параметричної оптимізації, у яких велика кількість змінних проектування та обмежень. За допомогою МСЕ [15] і розвитку обчислювальної техніки розроблена методика в якій враховуються різні параметри оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, що є важливою задачею будівельної механіки, всі оптимізаційні розрахунки виконуються автоматизовано, що дає можливість отримувати результати швидко і якісно та з великою точністю розрахунків.

Побудова оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі та її скінчено елементної моделі. При дослідження покриттів мінімальних поверхонь найчастіше використовуються варіаційні, графічні, скінчено-елементні методи [18]. Використання графічних і варіаційних методів веде до труднощів, які виникають із-за накладених обмежень на кривизну досліджуваної поверхні. Реалізація методів чисельного аналізу приводить до вирішення системи алгебраїчних рівнянь.

В даному дослідженні для знаходження обрису мінімальної поверхні, яка натягнута на жорсткий криволінійний опорний контур пропонується підхід, який оснований на застосуванні методу продовження вирішення задачі по параметру [9], який є ефективний при вирішення нелінійних алгебраїчних рівнянь загального виду.

Середня поверхня M^2 оболонок мінімальних поверхонь на жордановому опорному контурі Γ довільного обрису має складну геометричну форму, яку як правило, не можливо представити в аналітичному вигляді. Задачі розрахунку такої оболонки можна віднести до некласичних задач будівельної механіки [19].

Некласичні задачі будівельної механіки можливо привести до виду класичних задач, якщо для області $\Omega \in M^2$ вирішити таку задачу, щоб положення кожної точки $P \in M^2$ було визначено гаусовими криволінійними координатами X^1, X^2 на координатній поверхні M_0^2, яка не обов'язково співпадає з M^2. На поверхні M^2 не замкнутої оболонки повинні бути побудовані координаційні осі таким чином, щоб на границі області Ω вони співпадали з контурними лініями Γ в кожній точні оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі $P \in M^2$, також повинен бути побудований основний $(\vec{r}_1, \vec{r}_2 \vec{n})$ і взаємний $(\vec{r}^1, \vec{r}^2 \vec{n}^1)$ базиси, а всі векторні величини, які характеризують напружено-деформований стан оболонки, розкладені по векторам цих базисів [6, 10, 11].

Розгляд такого класу задач представляє теоретичний і практичний інтерес, тому що має ряд переваг:

- мінімальні поверхні мають найменшу площу при заданому опорному контурі, тому у випадках, не виникає потреба великої несучої здатності, застосування таких оболонок забезпечує мінімальну кількість використання матеріалу;
- оболонки мінімальної поверхні мають архітектурну виразність. Вони можуть перекривати великі прольоти без розриву геометрії, які в свою чергу є джерелами концентрації напружень;
- для напружено-деформованого стану, без врахування краєвих ефектів, геометрична форма мінімальної поверхні забезпечує рівномірне розподілення внутрішніх зусиль в оболонці;
- оболонки мінімальних поверхонь допускають створення в них полів попереднього мембранного напруження, забезпечуючи їх додатковою жорсткістю.

Оболонки мінімальних поверхонь відносяться до класу оболонок від'ємної гаусової кривизни [20], так як центри кривизни перерізу в головних напрямках розташовані по різним сторонам від дотичної поверхні, що проведена в кожній її точці. В кожній точці головні кривизни мінімальної поверхні однакові по величині та протилежні по знаку, і тому середня кривизна є нульовою. Покриття у формі оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі зображено на рис. 2, має властивість, при малих стрілах підйому охвачують менший об'єм споруди чи будівлі у порівнянні з іншими оболонками.

Задання термосилового навантаження. Для аналізу на термосилове навантаження в розрахунковому комплексі Femap with Nastran виконується за два етапи. На першому етапі вирішується задача теплопередачі, в якій визначається поле температур при різних видах теплообміну. На другому етапі проводиться розрахунок на напружено-деформований стан оболонки мінімальної поверхні при спільній взаємодії механічних і температурних навантажень, при статичному розрахунку [21].

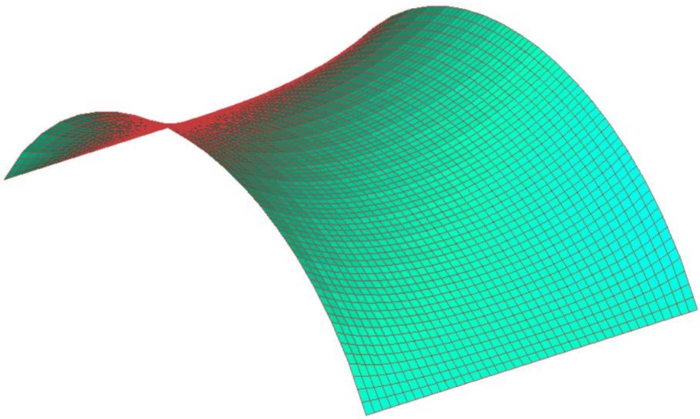

Рис. 2. Скінчено елементна модель оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі

Для підготовки моделі до розрахунку з термосиловим навантаженням потрібно врахувати наступні фактори:

- розрахунок формуються, як задача теплопередачі, в якій вирішується задача теплового балансу при цьому враховується комбінація механічних навантажень;
- враховуються невідомі у вигляді значень температури у вузлах, які представлені скалярними величинами;
- система рівнянь побудована за допомогою скінчено-елементної моделі, як і при розрахунку на міцність, але враховуються специфіка елементів при тепловому розрахунку;
- в розрахунковій моделі використовуються характерні параметри – коефіцієнти теплопередачі, теплоємкості, теплопровідності, постійні величини Стефана-Больцмана;
- при виконанні розрахунку повинні бути накладені специфічні граничні умови роботи конструкції.

Задані величини температур виконують роль навантажень і граничних умов. По всій поверхні оболонки мінімальної поверхні обов’язково задається температурний режим, в іншому випадку частина скінченних елементів не працює на частину теплового розрахунку.

Математична модель багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь. Багатокритеріальну параметричну оптимізацію можна описати як однокритеріальну параметричну оптимізацію, але є декілька відмінностей.

Задачу багатокритеріальної параметричної оптимізації можна сформулювати наступним чином [1]:

$$\min\left\{F_1(X), F_2(X), \ldots, F_n(X)\right\}, \tag{1}$$

де $F_i(X)$ – цільові функції, $X=(X_1,X_2,\ldots,X_k)^k$ – вектор параметрів, при цьому $FX\in R^n$ – необмежена кількість припустимих варіантів вирішення задачі. $F_i:R^n\to R, i=\overline{1,n}$ – цільові функції (критерії).

В [2] всі функції $F_i, i\to\overline{1,n}$ можна безперервно диференціювати в X, тоді для кожної цільової функції відомий градієнт в будь-якій точці напівпростору $x\in X$:

$$\nabla F_i(X)=\left(\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_1},\ldots,\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_n}\right)^T. \tag{2}$$

Такий вектор градієнтів представлено у вигляді вектору, в якому відбувається мінімізація чи максимізація цільової функції, в залежності від напряму роботи у підпросторі проектування.

У співвідношенні (1) цільові функції при мінімізації або максимізації можуть взаємодіяти між собою. Основні типи взаємодії представлені наступним чином: конфронтація (конфліктують), незалежність одна від одної та консолідують, тобто об’єднують свої зусилля у досягнення однієї мети.

Перший спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(X)$ консолідують з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x'\forall x''\left(F_i(x'')\ge F_i(x')\right)\to\left(F_i(x'')\ge F_i(x')\right). \tag{3}$$

Другий спосіб взаємодії. Припустимо, що $F_i(x)$ конфліктує з цільовою функцією $F_j(x)$

$$\forall x'\forall x''\left(F_i(x'')\ge F_i(x')\right)\to\left(F_i(x'')\le F_i(x')\right). \tag{4}$$

Третій спосіб взаємодії. Якщо перший і другий спосіб взаємодії не виконується, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні в X .

При взаємодії цільових функцій, у вигляді консолідації, в разі досягнення однієї цільової функції мінімізації $F_i(x)$ вона автоматично допомагає мінімізуватися другій цільовій функції $F_j(x)$. При чому консолідація цільових функцій перевищує ефект від однієї цільової функції, що дає можливість збільшити ефект від результату загалом, ніж від кожної окремо. Якщо цільові функції конфліктують, то досягнення мінімізації обох цільових функцій стає неможливим, так як при мінімізації однієї цільової функції, інша ніколи не зможе досягнути свого мінімуму. Також існує варіант, коли тип взаємодії динамічний в залежності від значення цільових функцій.

Розглянемо випадок, коли задача є стаціонарною, при цьому всі цільові функції:

$$\forall i=\overline{1,N}\left(F_i(x)=\sum_{k=1}^{n}c_{ik}x_k\right), \tag{5}$$

де $x=(x_1,\ldots,x_n)^T \to X \in R^n$, $c_i=(c_{i1},\ldots,c_{in})^T$ – вектор коефіцієнтів, i – цільові функції.

При стаціонарній задачі градієнт кожної цільової функції визначається коефіцієнтом цільової функції $\nabla F_i(x)=c_i$ і представляє собою константу.

Коефіцієнт взаємодії цільових функцій визначається по формулі:

$$k_{ij}=\cos\theta=\frac{(c_i,c_j)}{|c_i||c_j|}=\left(\sum_{k=1}^{n} c_{ik}c_{jk}\right)/\sqrt{\sum_{l=1}^{n} c_{il}^2}\sqrt{\sum_{l=1}^{n} c_{jl}^2}. \tag{6}$$

Для визначення типу взаємодії цільових функцій розділимо $[O,p]$ на три частини:

$$O,p=\frac{O,p}{3}\cup\left(\frac{p}{3},\frac{2p}{3}\right)\cup\left[\frac{2p}{3},p\right]. \tag{7}$$

Слід зазначити, що можливо зробити розділення іншим способом, але потрібно пам'ятати, що всі частини піддавалися інтерпретації, при тому, що за допомогою цих частин була зручна побудова оцінки взаємодії між цільовими функціями.

З урахуванням введення розділення на основі коефіцієнтів k_{ij} можливо сформулювати наступні правила прийняття рішення [4]:

1. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до одиниці, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ консолідують між собою, тому якщо $k_{ij}\in[1/2,1]$ то цільові функції консолідують;

2. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до мінус одиниці, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ конфліктують між собою, тому якщо $k_{ij}\in[-1,-1/2]$, то цільові функції конфліктують;

3. якщо коефіцієнт k_{ij} близький до нуля, тим в більшій мірі цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні між собою, тому якщо $k_{ij}\in[-1/2,1/2]$, то цільові функції незалежні.

При обчисленні коефіцієнтів взаємодії між цільовими функціями, можна сформулювати матрицю $K=\{k_{ij}\}_{NxN}$ з елементами $|k_{ij}|\le 1$, яка задає симетричне бінарне відношення. За допомогою цієї основи сформульовані різні підходи до розв'язання задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації.

Значення коефіцієнта k_{ij} дає змогу визначити тип взаємодії цільових функцій між собою при їх мінімізації або максимізації, також можна дати якісну оцінку взаємодії цільових функцій між собою.

Для розуміння як відбувається характер взаємодії між цільовими функціями потрібно скористатися визначенням нечіткої множини. В цьому випадку кожні із частин (6) ставиться у співвідношенні частини зміни між цільовими функціями. Таким чином маємо $[1/2,1],[-1/2,1/2],[-1,-1/2]$.

В даній роботі всі цільові функції при багатокритеріальній параметричній оптимізації конфліктують між собою. Алгоритм вирішення, коли цільові функції конфліктують наступний:

$$F_p(x)=\sum_{i=1}^{2}c_i^2 x_i^p \to \max(p=\overline{1,n}), \tag{8}$$

при $x \to X \in R_n$, де X – множина змінних проектування, x,n – число цільових функцій.

Пропонується наступний алгоритм вирішення стаціонарної задачі [1, 5, 7], який врахує тип взаємодії між цільовими функціями:

1. Для кожної цільової функції вирішити задачу максимізації з вихідними граничними умовами, отримавши оптимальне рішення x_p^* при цьому відповідне значення цільової функції $F_p(x_p^*)$;

2. Для кожної пари цільових функцій $F_i(x)$ і $F_j(x)$ визначити коефіцієнт взаємодії k_{ij} за (7). Скласти матрицю $K=\{k_{ij}\}_{NxN}$ коефіцієнтів взаємодії цільових функцій;

3. Визначити тип взаємодії між всіма парами цільових функцій, використовуючи правила для прийняття рішення наступні правила:

– якщо $k_{ij} \in [1/2,1]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ консолідують;

– якщо $k_{ij} \in [-1/2,-1]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ конфліктують;

– якщо $k_{ij} \in [-1/2,1/2]$, то цільові функції $F_i(x)$ і $F_j(x)$ незалежні.

Таблиця 1

Типи взаємодії цільових функцій [3,4]

	Консолідація цільових функцій	Конфлікт цільових функцій	Незалежність цільових функцій
$F_j(j=\overline{1,n})$	N_1^j	N_2^j	N_3^j

де $\forall j(N_1^j, N_2^j, N_3^j)$ – кількість цільових функцій, з якими цільова функція f_j відповідно консолідує, конфліктує, або незалежна;

– визначити коефіцієнти пріоритетності $\sigma_i^j(i=\overline{1,3},\ j=\overline{1,n})$ для цільових функцій $F_j(x)$ відносно кожного типу взаємодії в її узагальненої оцінки по формулі:

$$\sigma_i^j=\frac{N_i^j}{n},\ \text{ де }\ \sigma_i^j \in [0,1] i \forall j \left(\sum_{i=1}^{3}\sigma_i^j=1\right). \tag{9}$$

– для вибраного принципу прийняття групового рішення (принцип більшості, правило Борде та ін.) побудувати ранжуванням $(x_{i_1}^*,...,x_{i_p}^*)$ точок рішення x_p^* по перевазі в залежності від значення цільових функцій [5].

Відповідним чином упорядкувати цільові функції згідно таблиці 1.

– за допомогою визначених алгебраїчних міркувань призначити коефіцієнти залежності для кожної пари цільових функцій;

– побудувати оцінки для цільових функцій:

$$F_j^{kp}\left(F_1,\ldots,F_n\right)F_j^{kn}\left(F_1,\ldots,F_n\right)F_j^{nz}\left(F_1,\ldots,F_n\right),\ p=\overline{1,n},\ j=\overline{1,n}, \qquad (10)$$

що представляє собою суму виразів цільових функцій, з якими j – цільова функція консолідує, конфліктує або незалежна, і коефіцієнтів її залежності з іншими цільовими функціями, які входять в дану оцінку.

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки на квадратному контурі при термосиловому навантажені. Для чисельного експерименту багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на заданому прямокутному контурі задаються вихідні параметри [12, 13, 14], а саме: за цільові функції взяті вага і напруження по Мізесу, які виникають при оптимізаційному розрахунку параметричної оптимізації. Змінні проектування представлені товщиною оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з інтервалом від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа.

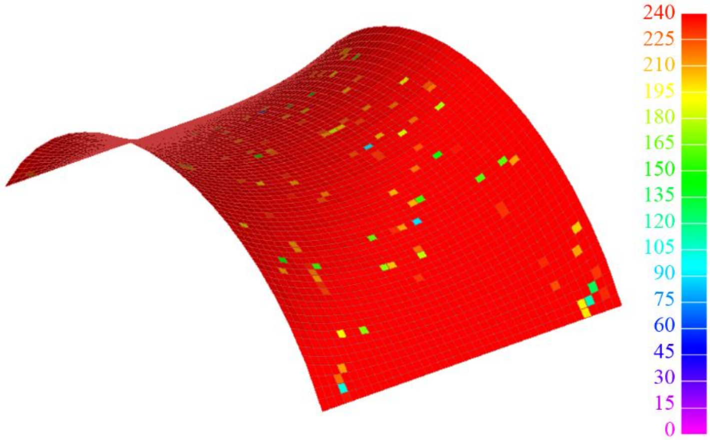

Рис. 3. Напруження по Мізесу в МПа після оптимізаційного розрахунку

Під час процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації використовується власне програмне забезпечення, в якому є цільові функції, змінні проектування, обмеження, накладення на кожний скінчений-елемент *Plate* унікальні властивості по товщині. Побудова

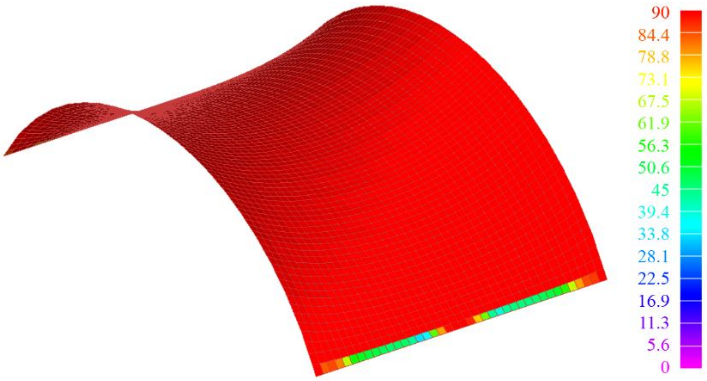

Рис. 4. Переміщенняпісля оптимізаційного розрахунку Total Translation $= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

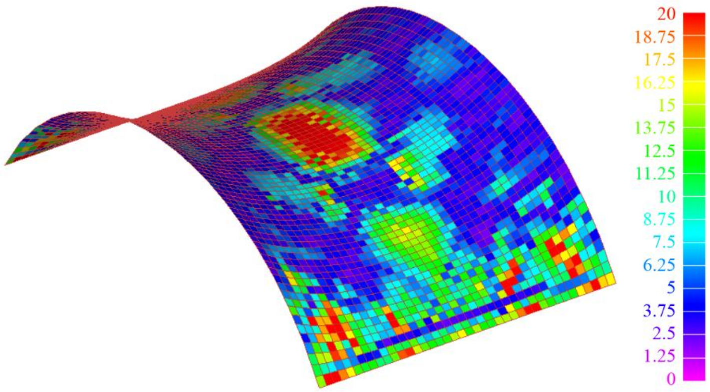

Рис. 5. Товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі після оптимізації в мм

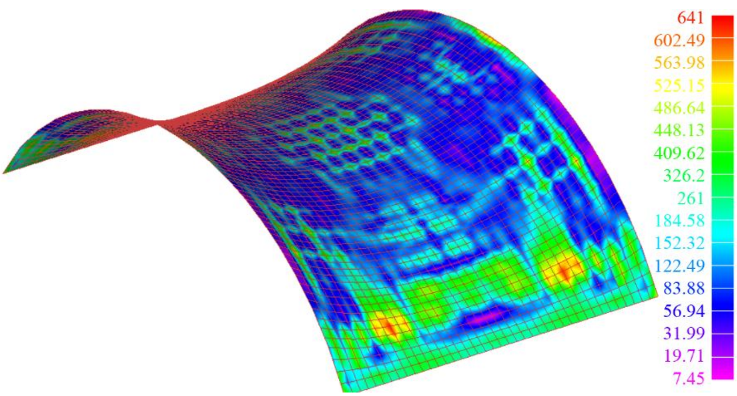

Рис. 6. Напруження по Мізесу в МПа до оптимізації

геометрії оболонки мінімальної поверхні виконується на існуючому програмному забезпеченні, яка потім переноситься на Femap with Nastran в автоматизованому режимі, де в подальшому виконується побудова скінчено-елементної моделі і задання термосилового навантаження. Між всіма програмними забезпеченнями та програмний комплекс Femap with Nastran створені перехідні модулі для того, щоб цей процес виконувався **в автоматизованому режимі**.

Результати чисельних досліджень оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. За допомогою власного програмного забезпечення та програмного комплексу FemapwithNastran виконана чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контуріз урахуванням термосилового навантаження, що дало змогу зменшити значення цільової функції – ваги конструкції, та за допомогою зміни товщини оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі зменшити і перерозподілити напруження по Мізесу, що є другою цільовою функцією.

В результаті отримали наступні значення:

– на графіку зміни цільової функції (рис. 7) відбулося зменшення ваги оболонки на 20% і становлять 240 МПа.;

– з рис. 3 та графіку (рис. 7), зменшення напруження відбулося в середньому на 37% по елементне, до оптимізації максимальні напруження становили 641 МПа.;

– до оптимізації максимальні переміщення становили 145 мм, після оптимізаційного розрахунку, як зображено на рис. 4 становлять 90 мм. та на графіку (рис. 8).

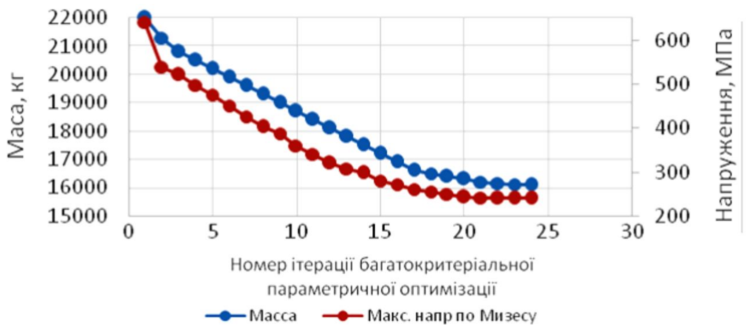

Рис. 7. Графіки зміни цільових функцій ваги напруження по Мізесу по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

На графіку (рис. 7) цільові функції – вага і напруження по Мізесу не пересікаються, це означає, що відсутня точка оптимуму для двох цільових функцій, також цільові функції конфліктують.

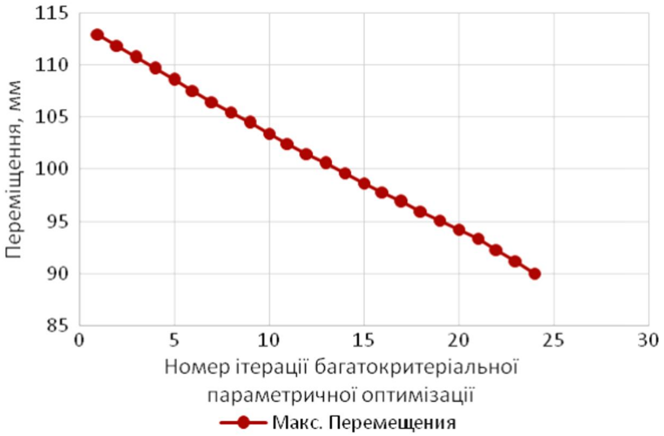

Рис. 8. Графік зміни максимальних переміщень по ітераціям багатокритеріальної параметричної оптимізації

Загальна мета полягає у принциповому розгляді двох типів оптимізації одночасно на одному досліджуваному об’єкті. Для першого типу – оптимізація геометрії оболонки, що є оболонкою мінімальної поверхні на прямокутному контурі, а для другого типу – багатокритеріальна параметрична оптимізація у вигляді 2-х цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Це є важливою задачею будівельної механіки для розв’язування нового типу задач де використовується два типи оптимізації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Герасимов, Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В.* Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. Ігнатишин М. І. Механіко-математичне моделювання елементів мостових конструкцій (опора, балка, плита): монографія. – Мукачево: РВВ МДУ, 2017. – 172 с.
4. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. *Кошевий О.О.*Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. *Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А.* Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. *Кривошапко С.В., Иванов В.Н., Халаби С.М.* Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек. – М.: Наука, 2006. – 544 с.

10. *Манита, Л.А.* Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
11. *Мелькумова Е.М.* О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2– 2010– 3 с.
12. *Пелешко І.Д., Юрченко В.В.* Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
13. *Пелешко І.Д., Балук І.М.* Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
14. *Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М.* Оптимальне проектування сталевої стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
15. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кепплер Х., Кочык З.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
16. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
17. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
18. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
19. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
20. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
21. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. *Herasymov, E.N., Pochtman YU.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal'naya optymyzatsyya konstruktsyy (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshchashk. HlavnoeYzd-vo – Kyev – 1985 – 134 s.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). – M.: Myr, 1985. – 509 s.
3. *Ihnatyshyn M.I.* Mekhaniko-matematychne modelyuvannya elementiv mostovykh konstruktsiy (opora, balka, plyta) (Mechanical and mathematical modeling of elements of bridge structures (support, beam, slab)): monohrafiya. – Mukachevo: RVV MDU, 2017. – 172 s.
4. *Koshevyy O.O.* Optymal'ne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – Vyp. 103. – S. 253-265.
5. *Koshevyy O.O.* Optymizatsiya stal'noho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen', peremishchen', vlasnykh chastot kolyvannya (Optimization of steel welded tank with limitation: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations) // Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. Vyp.3.– S.34 – 50.
6. *Hotsulyak Ye.O., Koshevyy O.P., Morskov Yu.A.* Chysel'ne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimal'nymy poverkhnyamy (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces) // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. Vyp. 69.- S.47-51.

7. *Koshevyy O.P. Koshevyy O.O.* Chysel′ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan′ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal′nymy poverkhnyamy (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // Mistobuduvannya ta terytorial′ne planuvannya, Vyp. 55. – Kyyiv, KNUBA, 2015. – s. 215-227.
8. *Koshevyy O.P. Koshevyy O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal′nykh poverkhon′ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // Mistobuduvannya ta terytorial′neplanuvannya, Vyp. 59. – Kyyiv, KNUBA, 2016. – s. 234-244
9. *Kryvoshapko S.V., Yvanov V.N., Khalaby S.M.* Analytycheskye poverkhnosty: materyaly po heometryy 500 poverkhnostey y ynformatsyya k raschetu na prochnost′ tonkykh obolochek (Analytical surfaces: materials on the geometry of 500 surfaces and information for the calculation of the strength of thin shells). – M.: Nauka, 2006. – 544 s.
10. *Manyta, L.A.* Uslovyya optymyzatsyy v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymyzatsyy (Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskyy hosudarstvennyy ynstytut élektronyky y matematyky, 2010. – 81 s.
11. *Mel'kumova E.M.* O nekotorykh podkhodakh k reshenyyu mnohokryteryal′nykh zadach (About some approaches to solving multicriteria problems) // Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analyz y ynformatsyonnye tekhnolohyy. – V.: VHU– №2– 2010– 3 s.
12. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymal′ne proektuvannya metalevykh konstruktsiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats′) (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)) // Metalevi konstruktsiyi: zbirnyk naukovykh prats′. – 2009. – №15 – S. 13–21.
13. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruktsiy (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // Zbirnyk naukovykh prats′ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs′koho. – K.: Stal′, Vyp. 4. – 2009. – S. 142–151.
14. *Peleshko I.D., Lisots'kyy R.V., Baluk I.M.* Optymal′ne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruktsiyi pokryttya torhovo-rozvazhal′noho kompleksu (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex) // Zbirnyk naukovykh prats′ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs′koho. – K.: Stal′, Vyp. 5. – 2010. – S. 181–191.
15. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Al'tenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochyk Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyke tverdykh tel (Finite element method in solid mechanics) // Vydavnytstvo Vyshcha shkola. Holovnoe yzdatel′stvo – Kyev, 1982. – 480 s.
16. *Cheung Y.K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
17. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
18. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
19. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
20. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
21. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 19.05.2022

Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ПРЯМОКУТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі з урахуванням термосилового навантаження. Авторами висвітлено теоретичне формулювання багатокритеріальної параметричної оптимізації. Описаний спосіб побудови оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі. Викладена специфіка задання термосилового навантаження при оптимізаційному розрахунку, яка враховує всі необхідні вихідні дані і коефіцієнти. Показані види роботи цільових функцій, а саме: при яких умовах вони конфліктують, при яких умовах вони консолідуються, при яких умовах вони незалежні одна від одної. В чисельному дослідженні використано авторське програмне забезпечення, яке дозволяє одночасно в автоматичному режимі виконувати багатокритеріальний оптимізаційний розрахунок з цільовими функціями – вага і напруження по Мізесу, змінні проектування – товщина оболонки від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа. Результат показав, що цільові функції конфліктують, але відбувається зменшення ваги оболонки на 20%, а напруження по Мізесу зменшилися на 37% поелементам. Із графіка зміни цільових функцій автори зробили висновок, що точка оптимуму для цільових функцій – вага і напруження по Мізесу відсутня. Загальна мета дослідження показує можливість за допомогою авторського програмного забезпечення використовувати два типи оптимізації: оптимізації форми у вигляді оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі і багатокритеріальну параметричну оптимізацію одночасно на об'єкті, який досліджується, що є цікавим і важливим прикладним дослідженням в області будівельної механіки.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, пара цільових функцій, змінні проектування, обмеження, ліміт, напруження по Мізесу, оболонка мінімальної поверхні.

Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OFMINIMUM SURFACE SHELL ON A RECTANGULAR CONTOUR UNDER THERMAL LOADING

The article considers the numerical study of multicriteria optimization of the minimum surface shell of a rectangular contour taking into account the thermal load. The authors cover the theoretical formulation of multicriteria parametric optimization. A method of constructing this minimal surface on a rectangular contour is described. The specifics of the issuance of thermal power load in the optimization calculation, which is in all initial indicators and coefficients. The types of work of target functions are shown, namely: under what conditions they conflict, under what conditions they consolidate, under what conditions they are independent of each other. The numerical study uses the author's software, which allows in automatic mode a multicriteria optimization calculation with target functions - weight and Mises stress, design variables - thickness from 1 to 200 mm, presented as a Mises voltage of 240 MPa. The result showed that the target functions of the conflict change, but the weight decreases by 20%, and the Mises voltage decreases by 37% of the elements. From the graph of the change of objective functions according to the optimal height, what is the point for the objective functions - weight and stress according to Mises is absence. The overall purpose of the study shows the possibility of using authoring software to use two types of optimization: optimization of shapes in the form of these minimum surface parameters on rectangular and multicriteria optimization together on the object under study, which is interesting and applied research in structural mechanics.

Keywords:optimization, parametric optimization, multicriteria parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface shell, objective function, pair of objective functions, design variables, constraints, constraints, limit, Mises stress, minimum surface shell.

УДК 539.3
Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. **Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 309–324.
В статті розглянуто чисельне дослідженнябагатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і напруження по Мізесу. Виконаний оптимізаційний розрахунок дав змогу зменшити значення цільових функцій та перерозподілити навантаження по Мізесу. Використання для одного об'єкту двох типів оптимізації дає змогу розгляд новий важливих прикладних задач у будівельній механіці.
Табл. 1. Іл. 8. Бібліогр. 21 назв.

UDC 539.3
Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O. **Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under the rmalloading//** Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue108. – P. 309–324.
The article considers a numerical study of multicriteria parametric optimization of the shell of the minimum surface on a rectangular contour under thermalloading with a pair of objective functions - weight and Mises stress. The performed optimization calculation made it possible to reduce the values of the objective functions and redistribute the load on Mises. Using two types of optimization for one object allows you to consider new important applications in structural mechanics.
Tabl. 1. Il. 8. Ref. 21.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор філософії (PhD), доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу*
Робочий тел.:*+38(044) 241-55-36*
Мобільний тел.: *+38(098) 207-01-37*
E-mail: a380982070137@gmail.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1903-2905

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, завідуючий кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу.*
Робочий тел.:*+38(044) 241-54-21;*
Мобільний тел.:*+38(050)-441-52-30;*
E-mail: a0504415230@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7796-0443

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГРИГОР'ЄВІЙ Людмилі Олександрівні*
Робочий тел.:*+38(044) 241-54-2*
Мобільний тел.:*+38(097) 304-34-3*
E-mail: grygorieva.lo@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7013-0327