

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р філософії

О.П. Кошевий,
канд. тех. наук, доцент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з парою цільових функцій – вага і переміщення по осям X, Y, Z . Висвітлений алгоритм вирішення задач багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь та теоретичні формулювання аналізу чутливості при оптимізаційному розрахунку. Чисельний експеримент показав зменшення ваги оболонки на та переміщень по координатних осях, що доводить ефективність методики.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, переміщення по осях X, Y, Z , вага конструкції.

Вступ. Новітні шляхи економічного розвитку країни потребують сучасних методів оптимального проектування будівельних конструкцій. Економічна доцільність будь-якого інвестиційного проекту є пріоритетною задачею для будівельної галузі в цілому. Один із напрямів забезпечення економічної доцільності інвестиційного проекту є оптимальне проектування будівельних конструкцій з декількома цільовими функціями одночасно [16, 17, 18]. Важливо зазначити, як правило, цільові функції конфліктують одна з одною. Складно підібрати оптимальне рішення при різних параметрах конструкцій, які оптимізуються і знайти раціональне вирішення питання.

Застосування теорії оптимізації до проектування будівельних конструкцій потребує поєднання методів аналізу поведінки напружено-деформованого стану оболонки з методами нелінійного програмування. Взаємозв'язок вказаних методів виконується в рамках алгоритму вирішення загальної задачі оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь, послідовність обчислювальних операцій в яких зберігається сталою для будь-якої оболонки.

Розрахунок і проектування оболонок виконується ітераційним методом з призначенням першого кроку початкових значень варіаційних параметрів. Результатами вирішення задачі оптимального проектування попереднього кроку використовується при статичному або динамічному розрахунку і формуванні системи обмежень у наступному кроці. Розрахунок продовжується до забезпечення збігів результатів, які отримані на двох суміжних кроках із заданою точністю.

Підбір поперечних перерізів для елементів оболонки мінімальної поверхні повинен здійснюватися за розрахунковими зусиллями, які визначаються при комбінації зовнішніх навантажень. Виходячи із цього в абсолютній більшості програмних комплексів передбачений розрахунковий блок поєднань зусиль, в якому визначається найбільш невідповідні умови експлуатації оболонки. В загальному вигляді, який базується на принципі суперпозиції, оболонка розраховується на кожне зовнішнє навантаження з наступним визначенням необхідних комбінацій розрахункових зусиль.

В цілях скорочення об'єму програмного комплексу та економії часу ця задача може бути вирішена іншим способом, на всі можливі поєднання зовнішніх навантажень і використання знайдених комбінацій зусиль в обмеженнях. Найбільш невідповідна комбінація зусиль відповідає тому обмеженню, яке сформоване по результатам розрахунку конструкції для комбінації навантажень, яке стає активним в процесі оптимізації оболонки мінімальної поверхні.

Задача оптимізації вирішується за допомогою градієнтного спуску цільової функції. До цільових функцій, які оптимізуються, відносяться: вага, об'єм, власна частота коливання, вимушена частота коливання, напруження по Мізесу, вузлові переміщення, згинальний момент, стиск чи розтяг стержня, площа оболонки, напруження при втраті стійкості оболонки і т.д. Виразною особливістю даного методу є знаходження проекції цільової функції за рахунок зв'язку активних обмежень з попереднім кроком спуску, що поліпшує збіжність алгоритму. Використання стратегії активних обмежень зменшує обчислювальні витрати часу, так як на кожному кроці визначаються градієнти не всіх, а тільки тих елементів, де порушуються обмеження. Ці обставини допомагають практично не обмежувати кількість змінних проектування, що враховані умовами проектування [19, 20]. До змінних параметрів конструкцій відносяться: товщина оболонки, форма поперечного перерізу, момент інерції, момент опору, площа поперечного перерізу, геометрична форма оболонки на замкнутому контурі і т.д.

Загальний алгоритм вирішення задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні.

Крок 1. Задання вихідних даних і початкового проекту.

Вхідна інформація включає відомості про форму, топологію і фізико-механічні властивості матеріалу, попередньої товщини оболонки, умови закріплення оболонки на опорах, зовнішнє навантаження, прийняті критерії оптимальності і обмеження, які будуть використані в оптимізаційному розрахунку. Кількість і початкові значення змінних

проектування $\bar{X}^{(k)}$, які не повинні порушувати сенс інженерних задач. $\bar{X}^{(k)}$ – вектор змінних проектування, k – номер ітерації.

При цьому слід мати на увазі, що у багатоекстремальних нелінійних задачах оптимізації отримання одного і того ж проекту мінімуму для різних початкових параметрів може слугувати непрямим доказом глобального вирішення оптимізаційної задачі.

Крок 2. Визначення геометричних і розрахункових розмірів скінченних елементів оболонки мінімальної поверхні [5, 6, 7].

З використання вхідних даних визначають геометричні розміри скінченних елементів оболонки і значення товщини. На наступних ітераціях оптимізаційного розрахунку товщина скінченного елемента змінюється в залежності від обмеження, цільової функції та початкових параметрів.

Крок 3. Статичний розрахунок і аналіз напружено-деформованого стану оболонки мінімальної поверхні.

На основі вхідних даних про розрахункову схему конструкції, визначають внутрішні зусилля і напруження. При наявності попереднього напруженого стану виконується розрахунок на дію зусиль попереднього напруження.

Для кожного скінченного елемента визначається набір розрахункових зусиль, аналіз яких дозволяє обрати тип обмеження із числа, які включені в математичну модель задачі.

Крок 4. Обчислення розрахункових параметрів обмеження [21-23].

Розрахункові параметри (гранична міцність конструкції, гранична стійкість конструкції, граничні обмеження конструкції, гранична будь-яка частота коливання конструкції) необхідні для формування системи обмежень.

Крок 5. Перевірка обмежень і формування параметрів активних обмежень.

Для всіх умов навантаження в усіх розрахункових перерізах виконується перевірка з метою встановлення активних обмежень і формування параметрів активних обмежень

Крок 6. Обчислення поточного значення цільових функцій $f_1\bar{X}^{(k)} + f_2\bar{X}^{(k)} + f_n\bar{X}^{(k)} = F_p$ і їх градієнтів $\nabla f_n\bar{X}^{(k)}$ і визначення бажаної зміни загальної цільової функції ∇F_p .

Градiєнт загальної функції цілі ∇F_p визначається чисельним диференціюванням по змінним проектування з використанням скінченно-різницевої апроксимації. Бажана зміна цільової функції ∇F_p приймається в межах 5...25% від поточного значення ∇F_p .

Крок 7. Формування вектору $\Delta\bar{\varphi}$ і матриці градієнтів обмежень $[\nabla\varphi]$.

Вектор $\Delta\bar{\varphi}$ і матриця градієнтів обмежень $[\nabla\varphi]$ формується тільки для активних обмежень у відповідному з багатьох номерів активних обмежень.

Крок 8. Формування матриці градієнтів активних лінійно незалежними обмеженнями трикутної структури.

За алгоритмом методу градієнтного спуску, формується більшість номерів ∇ лінійно незалежних обмежень і матриця $[H][\nabla\varphi]$.

Крок 9. Обчислення параметра кроку ξ .

Параметр кроку ξ визначається за виразом 1.1. в наступних ітераціях значення ξ залишається незмінним або коректується в залежності від збіжності процесу пошуку

$$\xi = \frac{\Delta f}{\nabla \vec{f}^T \nabla \vec{f}}. \quad (1)$$

Крок 10. Обчислення параметрів μ_k і μ_p , які визначають крок в напрямку неув'язок і поліпшення значень цільової функції F_p .

Параметри μ_k і μ_p обчислюють із наступних виразів (2)-(4). Якщо деякі компоненти стовпчиків μ_k і μ_p влаштовують нерівність, відповідні обмеження φ_n виключаються із $[\nabla\varphi]$, відповідні нев'язки $\Delta\varphi_n$ виключаються із $\Delta\varphi$ і здійснюється повернення до кроку 8. В іншому випадку процес продовжується.

$$[\nabla\varphi]^T [\nabla\varphi] \mu_k = -\Delta\varphi, \quad (2)$$

$$[\nabla\varphi] \mu_p = \nabla \vec{f}, \quad (3)$$

$$[\nabla\varphi]^T [\nabla\varphi] \mu_k = [\nabla\varphi]^T \nabla \vec{f}. \quad (4)$$

Крок 11. Обчислення приросту проекту і поліпшеного наближення до оптимального проекту.

Значення приросту $\nabla \vec{X}^{(k)}$ обчислюють за виразом (5). Поліпшене наближення до оптимального проекту \vec{X}_{k+1} визначають за виразом (6).

$$\Delta \vec{X}_k = [\nabla\varphi] \mu_k + \xi (\nabla \vec{f} - [\nabla\varphi] \mu_p), \quad (5)$$

$$\vec{X}_{k+1} = \vec{X}_k + \Delta \vec{X}_k. \quad (6)$$

Крок 12. Перевірка критерій зупинки ітераційного процесу.

Якщо всі обмеження виконуються з допустимою точністю і виконується нерівність (7) або одна із умов (8)-(10) тоді переходимо до наступного кроку, у протилежному випадку до кроку 2 [9, 10]

$$\|\Delta \vec{X}^k\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\vec{X}_i^k)^2} < \varepsilon_1, \quad (7)$$

де ε_1 – мале позитивне число,

$$-\varepsilon \geq \bar{p} \geq +\varepsilon, \quad (8)$$

$$-\varepsilon \geq \nabla \vec{f} \geq +\varepsilon, \quad (9)$$

$$f(\bar{X}_k) \approx f(\bar{X}_{k+1}). \quad (10)$$

Крок 13. Дискретизація оптимального проектного рішення, отриманого в неперервному просторі змінних проектування.

Крок 14. Оптимальне проектне рішення \bar{X}_k , значення критерії оптимальності $F_p(\bar{X}_k)$.

Описаний алгоритм використовується для вирішення загальної задачі оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь. Відсутність обмежень та число змінних проектування, а також на варіанти геометрії і види навантаження характеризують універсальність алгоритму і робить його ефективним для оптимального проектування будь-якої оболонки мінімальної поверхні.

Аналіз чутливості багатокритеріальної параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі. В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням, товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (11)$$

і градієнт цільової функції $\nabla \bar{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являються кількісна інформація про вплив зміни змінних на функціонування системи.

З математичної точки зору залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування, такої як товщина оболонки. Ці рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i -й складовій X_i рівняння стану

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i}. \quad (12)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z}. \quad (13)$$

Праву частину рівняння (13) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження \vec{p} . Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^*], \quad (14)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статички можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [3], то рішення (14) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів [14, 15]. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу

градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (15) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}(\vec{X})$ – вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$.

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\}. \quad (15)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; \vec{z}_g і \vec{z}_l – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну.

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \quad (16)$$

$$\vec{z}_l = T \times \vec{z}_g. \quad (17)$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по \vec{X} дорівнює:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{\partial K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \quad (18)$$

Приймаємо до уваги рівність (17), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \vec{z}_g = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right)^T \times (K \times \vec{z}_l) + T^T \times \left(\frac{\partial K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}_g \right). \quad (19)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \bar{X}} K \times \bar{z} = \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \bar{z} \right) = \sum_{i=1}^{NE} \left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i \right), \quad (20)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i -го елемента в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$ може бути сформована шляхом обчислення

вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i$ для кожного скінченного елемента конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \bar{z}_l$ в першому складеному рівнянні (19) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як

$$\bar{p}_l = K_l \times \bar{z}_l = \left(\int_0^l (B^T \times D \times B) dx \right) \times \bar{z}_l = \int_0^l (B^T \times \bar{\sigma}) dx, \quad (21)$$

де $\bar{\sigma} = D \times B \times \bar{z}_l$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g$ із останнього члена (19) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (22)

$$\bar{z}_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g. \quad (22)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ апроксимується за допомогою скінченої різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_l . З урахуванням (21) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ зводиться до ряду векторних операцій і при малих змінах $\partial \bar{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l = \frac{(K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X} + \delta \bar{X}} - (K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X}}}{\delta \bar{X}}. \quad (23)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$ шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначити чутливість $\frac{\partial \bar{z}}{\partial X}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G .

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = -\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \quad (24)$$

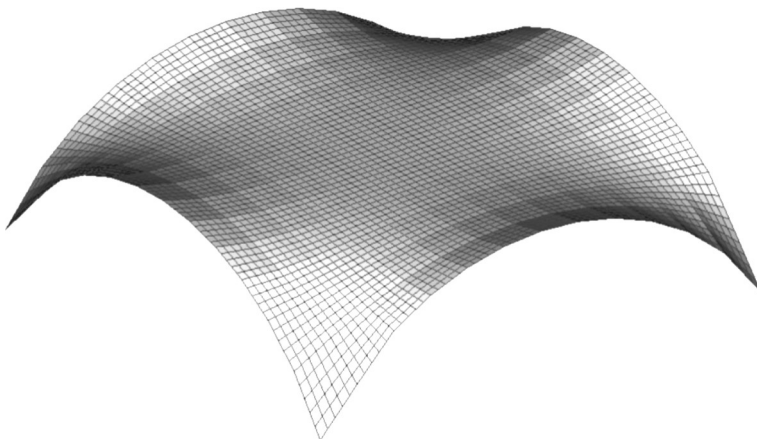


Рис. 1. Скінченноелементна модель оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі

Задання термосилового навантаження. Для аналізу на термосилове навантаження в розрахунковому комплексі Femap with Nastran виконується за два етапи. На першому етапі вирішується задача теплопередачі, в якій визначається поле температур при різних видах теплообміну. На другому етапі проводиться розрахунок на напружено-деформований стан оболонки мінімальної поверхні при спільній взаємодії механічних і температурних навантажень, при статичному розрахунку [20].

Для підготовки моделі до розрахунку з термосиловим навантаженням потрібно врахувати наступні фактори:

- розрахунок формуються, як задача теплопередачі, в якій вирішується задача теплового балансу при цьому враховується комбінація механічних навантажень;
- враховуються невідомі у вигляді значень температури в вузлах, які представлені скалярними величинами;
- система рівнянь побудована за допомогою скінченно-елементної моделі, що і при розрахунку на міцність, але враховуються специфіка елементів при тепловому розрахунку;

- в розрахунковій моделі використовуються характерні параметри– коефіцієнти теплопередачі, теплоємності, теплопровідності, постійні величини Стефана-Больцмана;

- при виконанні розрахунку повинні бути накладені специфічні граничні умови роботи конструкції.

Задані величини температур виконують роль навантажень і граничних умов. По всій поверхні оболонки мінімальної поверхні обов'язково задається температурний режим, в іншому випадку частина скінчених елементів не працює на частину теплового розрахунку.

Математична модель багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь представлено в роботах [1, 2, 4, 8].

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Для чисельного експерименту багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на заданому квадратному контурі задаються вихідні параметри [11, 12, 13], а саме: за цільові функції взяті вага і переміщення по осям X, Y, Z , які виникають при оптимізаційному розрахунку параметричної оптимізації. Змінні проектування представлені товщиною оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з інтервалом від 1 до 200 мм, обмеження представлені у вигляді напруження по Мізесу 240 МПа.

Під час процесу багатокритеріальної параметричної оптимізації використовується власне програмне забезпечення, в якому є цільові функції, змінні проектування, обмеження, накладення на кожний скінчений-елемент *Plate*, унікальні властивості по товщині. Побудова геометрії оболонки мінімальної поверхні виконується на існуючому програмному забезпеченні, яка потім переноситься на Femap with Nastran в автоматизованому режимі, де в подальшому виконується побудова скінчено-елементної моделі і задання термосилового навантаження. Між всіма програмними забезпеченнями та програмний комплекс Femap with Nastran створені перехідні модулі для того, щоб цей процес виконувався в автоматизованому режимі.

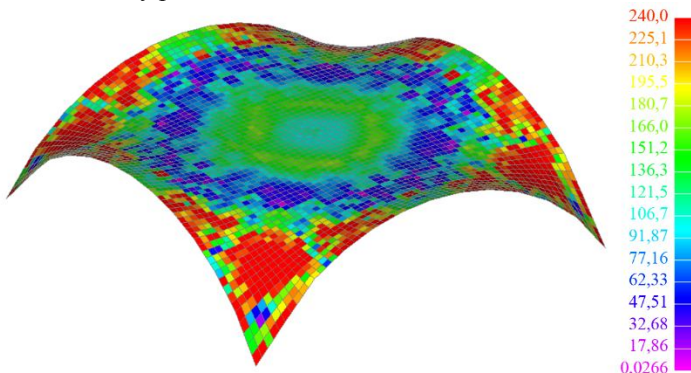


Рис. 2. Напруження по Мізесу після оптимізаційного розрахунку (МПа)

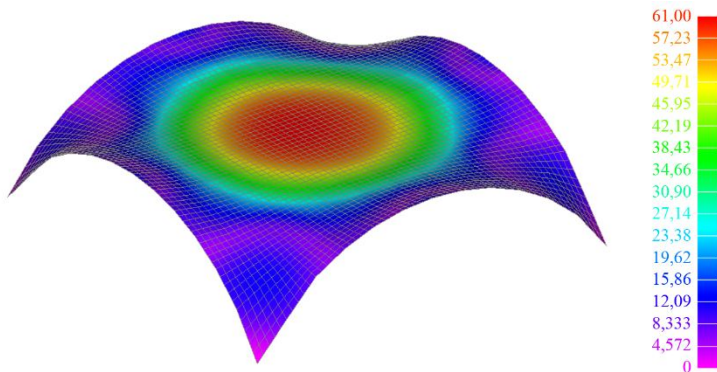


Рис. 3. Переміщення після оптимізаційного розрахунку

$$\text{TotalTranslation} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

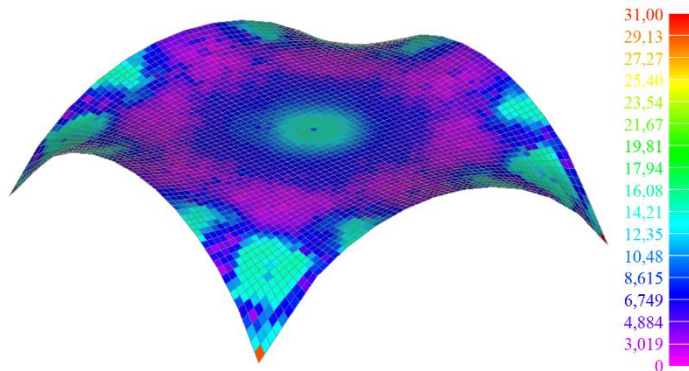


Рис. 4. Товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі після оптимізації (мм)

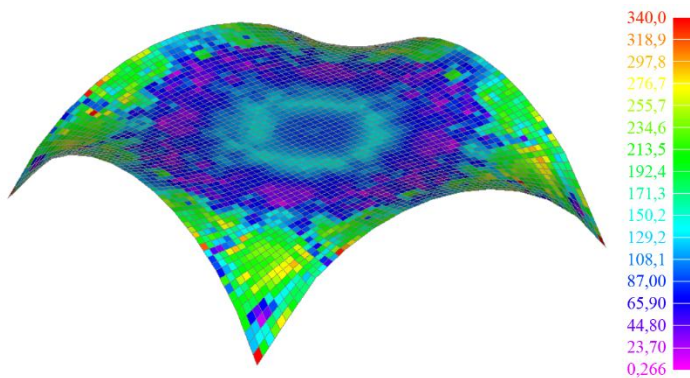


Рис. 5. Напруження по Мізесу до оптимізації (МПа)

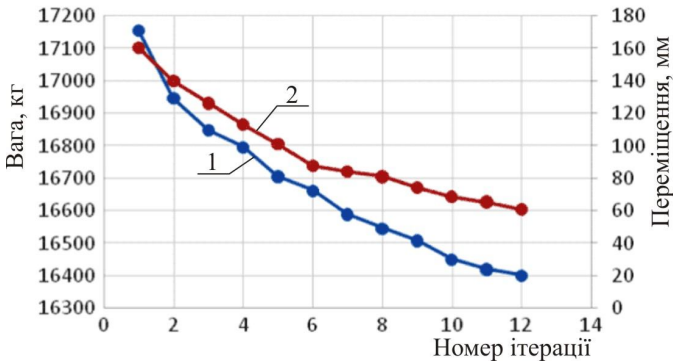


Рис. 6. Графік зміни цільових функцій ваги і переміщення по осям X, Y, Z за ітераціями багатокритеріальної параметричної оптимізації (1 – маса, 2 – макс. переміщення)

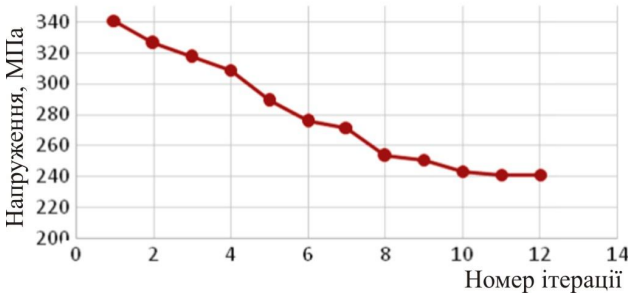


Рис. 7. Графік зміни максимальних напружень по Мізесу за ітераціями багатокритеріальної параметричної оптимізації

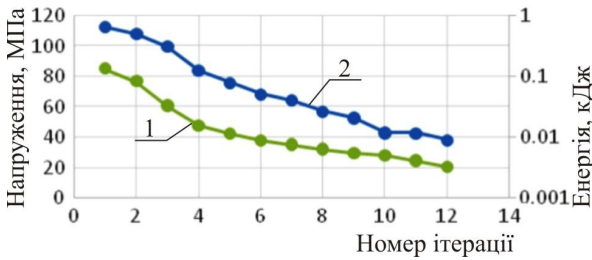


Рис. 8. Графік зміни енергії деформації (1) і напружень зсуву (2)

Результати чисельних досліджень оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі. За допомогою власного програмного забезпечення та програмного комплексу FemapwithNastran виконано дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням термосилового навантаження, що дало змогу зменшити значення цільової функції – ваги конструкції, та за допомогою зміни товщини оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі зменшити і

перерозподілити переміщення по координатним осям, що є другою цільовою функцією.

В результаті отримали наступні значення:

- на графіку зміни цільових функцій 1.6 відбулося зменшення ваги оболонки на 5% і переміщення на 38% по елементне, а також на рис. 3;

- з рис. 2 на графіку 7, зменшення напруження по Мізесу відбулося в середньому на 29% по елементне, до оптимізації максимальні напруження становили 340 МПа на рис. 5;

- до оптимізації максимальні переміщення становили 160 мм на рис. 6-8, після оптимізаційного розрахунку, як зображено на рис. 3 становлять 61 мм. та на графіку 6.

На графіку 6 цільові функції – вага і переміщення пересікаються, але в тому місці де не влаштовують обмеження по переміщенню, таким чином точка оптимуму для двох цільових функцій відсутня.

На графіках 7 і 8 відображено поведінку напружень по Мізесу, напружень зсуву, енергії деформації, що дає розуміння, як проходить процес багатокритеріальної параметричної оптимізації.

Оптимізована товщина оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі варіюється від 31 мм до 1 мм, що показано на рис. 4.

В загальному можемо зробити висновок, що методика авторів для поєднання двох типів оптимізації: оптимізована форма оболонки мінімальної поверхні, оптимізована товщина оболонки мінімальної поверхні, є ефективною.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В. Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М. Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з'єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.
4. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. Кошевий О.О. Оптимізація сталюого звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. Гоцляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А. Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. Кошевий О.П., Кошевий О.О. Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. Кошевий О.П., Кошевий О.О. Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244.
9. Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 309–324.

10. Кошевой А.П. Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вып. 59. – С. 65–71.
11. Манита, Л.А. Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
12. Мелькумова Е.М. О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2–2010– 3 с.
13. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
14. Пелешко І.Д., Балук І.М. Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
15. Пелешко І.Д., Лисоцький Р.В., Балук І.М. Оптимальне проектування сталеві стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
16. Сахаров А.С., Кислюк В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кенплер Х., Кочык З. Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
17. Bazhenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). – 1993. – С. 2631–2636.
18. Cheung Y. K. The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton.: CRC Press, 1997. – 416 p.
19. Guest J.K., Prievost J., Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2)– P.238–254.
20. Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I. Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. Lobo M.S., Vandenbergh L., Boyd S. Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. Yonekura K., Kanno Y. Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. Wasiytynski Z., Brandt A. The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. Herasymov E.N., Pochtman Yu.M., Skalozub V.V. Mnohokryterialnaya optymyzatsyya konstruksyy. (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshcha shkola. Hlavnoe Yzd-vo – Kyev – 1985 – 134 p.
2. Hyll F., Myurrey U., Rayt M. Praktycheskaya optymyzatsyya. (Practical optimization). – М.: Myr, 1985. – 509 p.
3. Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M. Analiz reaktsiy v elementakh prostoroovykh skhem pry riznykh sposobakh zvednan (Analysis of reactions in elements of spatial schemes with different methods of connections) // Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – К.: KNUBA, 2012. – Vyp. 90. – P. 163-170.
4. Koshevyi O.O. Optymalne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv I teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – К.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.
5. Koshevyi O.O. Optymizatsiya stalnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezheni: napruzhen, peremishchen, vlasnykh chastot kolyvannya. (Optimization of steel welded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivelni konstruksiyi. Teoriya I praktyka: nauk.-tekh. zbirnyk. - К.: KNUBA. 2018. №.3.–P.34 – 50.
6. Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., Morskoy Yu.A. Chyselne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimalnymy poverkhnnyamy. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces). // Pрыkladna heometriya ta inzhenerna hrafiika: nauk.-tekh. zbirnyk. - К.: KNUBA. 2001. №. 69.- P.47-51.

7. *Koshevyi O.P., Koshevyi O.O.* Chyselne doslidzhennya vlasnykh kolyvan roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalnymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // *Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya*, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.
8. *Koshevyi O.P., Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimalnykh poverkhon na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // *Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya*, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhoryeva L.O.* Chyselna realizatsiya bahatokryterialnoyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimalnoyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermforced loading) // *Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh.zbirnyk*. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost plastiniobolochekslozhnoyformi (Stability of plates and shells of complex shape) // *Soprotivleniye materialov I teoriya sooruzheniy: nauch.-tekh. sbornik*. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. *Manyta L.A.* Usloviya optymizatsiyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymizatsiyi. (Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskiyhosudarstvenniyinstytutélektroniky y matematiki, 2010. – 81 p.
12. *Melkumova E.M.* O nekotorykhpodkhodakh k reshenyumnohokryteryalnykhzadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // *Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analiz y nformatsyonnye tekhnolohyy*. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
13. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymalne proektuvannya metalevykh konstruksiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // *Metalevi konstruksiyi: zbirnyk naukovykh prats*. – 2009. – №15 – P. 13–21.
14. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruksiy. (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // *Zbirnyk naukovykh prats UkrNDIPSKim*. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
15. *Peleshko I.D., Lisotskyy R.V., Baluk I.M.* Optymalne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruksiyi pokryttya torhovo-rozvazhalnoho kompleksu. (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex). // *Zbirnyk naukovykh prats UkrNDIPSKim*. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Altenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochy Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyke tverdykh tel. (Finite element method in solid mechanics). // *Vydavnytstvo Vyscha shkola. Holovnoe yzdatelstvo – Kyev* – 1982. – 480 p.
17. *Bazhenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // *Journal of Soviet Mathematics* 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // *Linear Algebra and its Applications*. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // *Optimization and Engineering*. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasitynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // *Appl. Mech. Rew.* – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.

ЧИСЕЛЬНА РЕАЛІЗАЦІЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Описаний математичний алгоритм вирішення задачі багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, де розписано необхідні вихідні дані, які бувають цільові функції, змінні проектування і обмеження; вплив вихідних даних на чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації; розрахунок необхідних компонентів і матриць для багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, а також методи спрощення його, в залежності від вихідних даних. Показано, в яких випадках, алгоритм виконується успішно, а де потрібно вертатися для зміни початкових параметрів.

Представлено аналіз чутливості багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонок мінімальних поверхонь, де розкривається внутрішня суть роботи конструкції, при виконанні оптимізаційного розрахунку, робота з внутрішніми зусиллями та напруженнями, зв'язок з методом скінчених елементів та його матрицею жорсткості.

Розкритий процес та методику задання термосилового навантаження, всі вихідні параметри, а також, як навантаження працює при багатокритеріальній параметричній оптимізації.

Чисельний експеримент дозволив зменшити вагу оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі на 5%, а переміщення по координатним осям на 38%, що є цільовими функціями багатокритеріальної параметричної оптимізації. Виконаний перерозподіл товщини оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі від 1 мм до 31 мм. Показана взаємодія цільових функцій – вони конфліктують, а також графіки зміни напружень по Мізесу, напружень зсуву та енергії деформацій, що дає можливість розкрити внутрішні процеси багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі.

Виконання даного дослідження є цікавою прикладною задачею для будівельної механіки, так як вперше відображено застосування двох типів оптимізації на одному об'єкті дослідження.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, пара цільових функцій, змінні проектування, обмеження, ліміт, переміщення по координатним осям, вага оболонки.

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P.

NUMERICAL IMPLEMENTATION OF MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF MINIMUM SURFACE SHELL ON A SQUARE CONTOUR UNDER THERMFORCE LOADING

The article considers the numerical study of the multicriteria parametric optimization of the minimum surface shell on the square contour under thermoforce loading. The mathematical algorithm for solving the problem of multicriteria parametric optimization of minimal surfaces shells is described: the necessary output data are given, which target functions can be used, design variables and constraints are described. The influence of initial data on the numerical study of multicriteria parametric optimization is shown. The calculation of necessary components and matrices for multicriteria parametric optimization of minimal surfaces shells, as well as methods of its simplification, depending on the initial data was made. Was shown in which cases the algorithm is executed successfully, and where it was necessary to return to change the initial parameters.

The sensitivity analysis of multi-criteria parametric optimization of minimal surfaces shells is presented. In article reveals the inner essence of the structure's work while the optimization calculation was done. Work with internal forces and stresses, the connection with the finite element method and its stiffness matrix were made.

The process and methodology of setting of thermoforce load are revealed. All initial parameters, as well as how the load works with multicriteria parametric optimization are shown.

The numerical experiment made it possible to reduce the weight of minimum surface shell on the square contour by 5%, and the movement along the coordinate axes by 38%, which are the target functions of multicriteria parametric optimization. Redistribution of the thickness of the minimum

surface shell on the square contour from 1 mm to 31 mm was realized. The interaction of the objective functions is shown - they conflict, as well as the graphs of changes in Mises stresses, shear stresses and strain energy, which makes it possible to reveal the internal processes of multi-criteria parametric optimization of the minimum surface shell on a square contour.

Subject of this study is an interesting applied problem for construction mechanics, as it is the first time to display the application of two types of optimization on one research object.

Key words: optimization, parametric optimization, multicriteria parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface shell, objective function, pair of objective functions, design variables, constraints, limit, movement along coordinate axes, shell weight.

УДК 539.3

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 50-65.

В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні. Розписаний алгоритм реалізації багатокритеріальної параметричної оптимізації та аналіз чутливості. Показано ефективність даної методики.

Таб. 0. Іл. 8. Бібліогр. 23 назв.

UDS 539.3

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P. Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermoforce loading// StrengthofMaterialsandTheoryofStructures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 50-65.

The article considers with the numerical study of the multicriteria parametric optimization of minimal surface shell on the square contour under thermoforce loading. The algorithm for implementing multicriteria parametric optimization and sensitivity analysis is described. The effectiveness of this technique is shown.

Tabl. 0. Il. 8. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу

Робочий тел.:+38(044) 248-32-37

Мобільний тел.:+38(067) 597-19-48

E-mail: ivgm61@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1172-2845>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (PhD), доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу

Робочий тел.:+38(044) 241-55-36

Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37

E-mail: a380982070137@gmail.com.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1903-2905>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу

Робочий тел.:+38(044) 241-54-21

Мобільний тел.:+38(050)-441-52-30

E-mail: a0504415230@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7796-0443>