

УДК 539.3

ВИГІН ПЛАСТИНИ З ФУНКЦІОНАЛЬНО-НЕОДНОРІДНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦІЙ**П.О. Стебляно¹,**

д-р фіз.-мат. наук, професор

К.Е. Дьомічев²,

канд. техн. наук, доцент

О.Д. Петров³,

д-р філософії

¹*Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,
вул. Петра Нестерова, 3, Київ-57, 03057*²*Київський міжнародний університет,
вул. Львівська, 49, Київ, 03115, Україна*³*Дніпровський національний університет ім. О. Гончара
пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49010, Україна*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.447-456

У статті розглядається задача про вигин пластини кінцевих розмірів виготовленої з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих пластичних деформацій (до 20%). Наведено характерні поля інтенсивності деформацій в районі вигину пластини. Вони побудовані з урахуванням геометрично нелінійних рівнянь та за допомогою уточнених фізичних співвідношень, що базуються на новій феноменологічній моделі поведінки матеріалу.

Ключові слова: функціональні матеріали, феноменологічна модель, великі деформації.

Вступ. Функціонально-неоднорідні матеріали або інтелектуальні матеріали широко застосовуються в науці і техніці. Одним із представників цього класу матеріалів є матеріали із пам'яттю форми або матеріали з властивістю псевдо-пружно-пластичності. Їх фізичні або механічні властивості різко відрізняються від поведінки звичайних конструкційних матеріалів. Матеріали з пам'яттю форми при низьких температурах при навантаженні накопичують деформацію, а після нагрівання повністю або частково здатні до відновлення форми. Основним механізмом в таких процесах є зворотне мартенситне перетворення між фазами твердого тіла, яке може відбуватися при порівняно незначній зміні температури [1, 3-5].

Найчастіше функціональні матеріали з ефектом пам'яті форми застосовуються в сучасній техніці і медицині. Проектування пристроїв з елементами з матеріалу з пам'яттю форми значно відрізняється від розробки деталей з конструкційних матеріалів.

На наш погляд, характерною особливістю навантаження усіх цих деталей є наявність точок де попередня заготовка отримувала значні

зміни кривизни. Це означає, що при виготовленні та відповідній температурі вона зазнає значних пластичних деформацій.

При виборі схеми деформації будемо керуватися такими міркуваннями. Максимальні переміщення можна реалізовувати при деформації вигином, мінімальні – при стисканні.

Основною задачею нестационарної теорії термо-пластичності є визначення швидкостей переміщень і компонентів тензорів напруги і деформації, що виникають в тривимірному тілі в процесі його навантаження та нагріву, коли деякі елементи тіла працюють при значних деформаціях. В процесі експлуатації тіло піддається нагріву і навантаженню зовнішніми силами. Це можуть бути об'ємні сили, що впливають на кожен елемент тіла. Поверхневі сили, що діють на одній частині поверхні тіла. На іншій частині поверхні тіла задаються швидкості переміщень як функції координат і часу.

Припустимо, що нагрів і навантаження тіла протікають так, що виникають деформації які можуть суттєво впливати на зміну температури цього елемента. Теплофізичні властивості матеріалу характеризуються коефіцієнтами теплопровідності і температуропровідності, які можуть залежати від температури. Умови теплообміну задаються у вигляді відповідних граничних умов, а механічні характеристики матеріалу при дослідженні процесів деформування по прямолінійних траєкторіях і траєкторія малої кривизни задаються у вигляді миттєвих діаграм розтягування зразків, отриманих при різних фіксованих температурах.

За основні невідомі приймаються три складові вектора швидкості переміщень і шість компонентів тензора напружень, для яких безпосередньо задаються граничні умови. При цьому з шести фізичних рівнянь за допомогою геометрично нелінійних співвідношень Коші виключаються всі компоненти тензора деформацій, які потім визначаються на підставі вже відомих складових вектора швидкості переміщень.

Повна система рівнянь. Рівняння руху нескінченно малого об'ємного елемента суцільного середовища, що деформується, в ортогональній системі координат $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ в геометрично нелінійній постановці представимо у вигляді [9,10].

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \left(\sigma_{ij} + \sigma_{in}^0 \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_n} \right) + B(\sigma_{mn}; \dots), \quad i, j, n, m = 1; 2; 3, \quad (1)$$

де ρ – густина. Величини, які знаходяться в правій частині рівняння (1), наведені в роботах [2, 6]. Швидкість переміщень визначається як похідна відповідного переміщення за часом.

У рамках запропонованого підходу будемо також використовувати і лінійні рівняння руху нескінченно малого об'ємного елемента суцільного середовища, що деформується. Вони мають вигляд

$$\frac{\partial v_j^0}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}^0}{\partial \alpha_i} + B(\sigma_{mn}^0). \quad (2)$$

У формулах (1) і (2) через σ_{ij}^0, v_j^0 позначено невідомі, які розшукуються за допомогою геометрично лінійного підходу. Зазначимо, що при деформаціях менше 7% рівняння руху (1) доцільно використовувати в геометрично лінійній постановці (2).

У загальному випадку ортогональної системи координат тензор деформації і складові вектору перемішень пов'язані наступними нелінійними співвідношеннями [6]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= e_{11} + \frac{1}{2} \left[e_{11}^2 + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3 \right)^2 + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2 \right)^2 \right], \\ \varepsilon_{12} &= e_{12} + e_{11} \left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3 \right) + e_{22} \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3 \right) + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2 \right) \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Інші складові тензора деформацій отримуються з формул (3) шляхом циклічної перестановки індексів. У випадку використання ортогональної декартової системи координат

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1}, \quad e_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_2}, \quad e_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_3}, \\ e_{12} &= \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_2}, \quad e_{23} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_3}, \quad e_{31} = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_3} + \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1}, \\ 2\omega_1 &= \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_3}, \quad 2\omega_2 = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_3} - \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1}, \quad 2\omega_3 = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

З урахуванням цього після диференціювання за часом в геометрично нелінійному випадку для швидкостей деформацій можна записати

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} &= (1 + e_{11}) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3 \right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2 \right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial t} &= \left(\frac{e_{21}}{2} - \omega_3 \right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + (1 + e_{22}) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1 \right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial t} &= \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2 \right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} + \left(\frac{e_{32}}{2} - \omega_1 \right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} + (1 + e_{33}) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial t} &= \left(1 + \frac{e_{11}}{2} + \frac{e_{22}}{2} \right) \left(\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} \right) + \left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3 \right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3 \right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} \\ &\quad + \frac{(e_{22} - e_{11})}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} \right) + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1 \right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2 \right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial t} &= \left(1 + \frac{e_{22}}{2} + \frac{e_{33}}{2} \right) \left(\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} \right) + \left(\frac{e_{23}}{2} - \omega_1 \right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1 \right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3} \\ &\quad + \frac{(e_{33} - e_{22})}{2} \left(\frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} \right) + \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2 \right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + \left(\frac{e_{21}}{2} - \omega_3 \right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial t} = & \left(1 + \frac{e_{33}}{2} + \frac{e_{11}}{2}\right) \left(\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} + \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1}\right) + \left(\frac{e_{31}}{2} - \omega_2\right) \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3} + \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2\right) \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + \\ & + \frac{(e_{11} - e_{33})}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} - \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1}\right) + \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3\right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} + \left(\frac{e_{32}}{2} - \omega_1\right) \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Одним з аспектів загальної проблеми розв'язання нестационарних задач для не пружних тіл є вибір визначальних співвідношень зв'язку між напруженнями і деформаціями. Цей вибір обґрунтовується узгодженістю з експериментом і тісно пов'язаний з досліджуваними процесами деформування. У загальному випадку значення деформацій є функціями процесу зміни напружень і температури, які визначаються характеристиками всього попереднього процесу зміни фізичних факторів, а не тільки поточними значеннями. Докладні відомості з цього питання можна знайти в роботах Ю.Н. Шевченко і його учнів [2].

Тензор повної деформації будемо представляти як суму пружної складової, стрибка деформації при фазовому переході, пластичної деформації і деформації, яка викликана температурними змінами. Пружні деформації визначаються за допомогою закону Гука. Деформації викликані температурними змінами задовольняють закону лінійного теплового розширення. Стрибок деформації при фазовому переході будемо визначати за допомогою функції $f_\gamma(\sigma_{ij}) = 0$, яка дає межі поверхні в просторі напруження. При переході через границю цієї поверхні стрибком зростає деформація, обумовлена фазовими переходами. Конкретний вид цієї поверхні наведено в роботах [7, 8, 10]. Пластичні деформації мають задовольняти співвідношенням теорії пластичності, яка застосовується. Проведено узагальнення відомих фізичних співвідношень на випадок термо-псевдо-пружно-пластичних матеріалів. Це теорія течії, теорія процесів деформування по траєкторіях малої кривизни та інші. Наведено конкретні приклади запису таких співвідношень [2, 6].

Система рівнянь (1), (5) замикається фізичними співвідношеннями, що зв'язують складові тензорів напруження і деформації [2, 7, 8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = a_{ijkl} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + b_{ij}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$b_{ij} = \delta_{ij} b_*, \quad b_* = -[K\alpha_T + \theta \frac{\partial(K\alpha_T)}{\partial T}] \dot{T}.$$

Тут a_{ijkl} – const для пружного випадку і функціонали процесу попереднього деформування у випадку наявності пластичних деформацій.

Приведемо вказані рівняння системи до трохи іншого вигляду. Виконаємо виключення швидкостей деформацій в визначальних співвідношеннях (6) за допомогою геометрично нелінійних рівнянь (5). Тоді можна записати:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = & C_{ij11} \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_1} + C_{ij21} \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_1} + C_{ij31} \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_1} + C_{ij12} \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_2} + C_{ij22} \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_2} + C_{ij32} \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_2} + \\ & + C_{ij13} \frac{\partial v_1}{\partial \alpha_3} + C_{ij23} \frac{\partial v_2}{\partial \alpha_3} + C_{ij33} \frac{\partial v_3}{\partial \alpha_3} \equiv C_{ijkr} \frac{\partial v_k}{\partial \alpha_r}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тут введено додаткові позначення:

$$\begin{aligned} C_{ij11} = & a_{ij11} (1 + e_{11}) + a_{ij12} \left(\frac{e_{12}}{2} - \omega_3 \right) + a_{ij13} \left(\frac{e_{31}}{2} + \omega_2 \right), \\ C_{ij21} = & a_{ij11} \left(\frac{e_{12}}{2} + \omega_3 \right) + a_{ij12} (1 + e_{22}) + a_{ij13} \left(\frac{e_{32}}{2} - \omega_1 \right), \\ C_{ij31} = & a_{ij11} \left(\frac{e_{13}}{2} - \omega_2 \right) + a_{ij12} \left(\frac{e_{23}}{2} + \omega_1 \right) + a_{ij13} (1 + e_{33}). \end{aligned} \quad (8)$$

Інші коефіцієнти отримуються з шляхом циклічної перестановки індексів.

Одержана розрахункова система рівнянь (1), (8) необхідна для розв'язання нестационарних тривимірних задач теорії термо-пружно-пластичності при значних деформаціях.

Постановка задачі. Пластина розміщена симетрично на опорі, за допомогою якої згинається. Схема розміщення і навантаження пластини показана на рисунку 2. Геометрія пластини задана так: $x \in [-H; H]$, $y \in [-L; L]$, $z \in [-h; h]$, опора $x = 0$, $y \in [-L; L]$, $z = 0$.

На обох її краях задаємо вертикальну швидкість переміщень, яка розподілена у вузлах на торцях. В місцях опори вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. Вся інша її поверхня вільна від напружень.

Для застосування ітераційної схеми методу покомпонентного розщеплення підвищеної точності в заданій області пластини при $t \geq 0$ введемо сітку за часом з врахуванням дробових кроків

$$\omega_\tau = \left\{ \begin{array}{l} t_p; t_{p+1/3} = t_p + \tau_1; t_{p+2/3} = t_{p+2/3} + \tau_2; \\ t_{p+1} = t_{p+2/3} + \tau_3; \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3; t_0 = 0; p = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right\} \quad (9)$$

і просторову сітку

$$\omega_h = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_j, z_k); \\ x_{i+1} = x_i + h_1; x_1 = 0; h_1 = \frac{H}{N_1}; i = 1, 2; \dots N_1; \\ y_{j+1} = y_j + h_2; y_1 = 0; h_2 = \frac{L}{N_2}; j = 1, 2; \dots N_2; \\ z_{k+1} = z_k + h_3; z_1 = 0; h_3 = \frac{h}{N_3}; j = 1, 2; \dots N_3 \end{array} \right\}, \quad (10)$$

де $N_1 = N_2 = 21, N_3 = 7$.

Числові результати та їх обговорення. Поле інтенсивності деформацій розраховане за допомогою формул тривимірного варіанту методу покомпонентного розщеплення [10]. Кроки інтегрування та розмір: $\tau = 0,001$, $h_1 = h_2 = h_3 = 0.05$, $L = H = 1$, $h = 0.3$.

Деякі результати розрахунків приведено на рисунках 3.

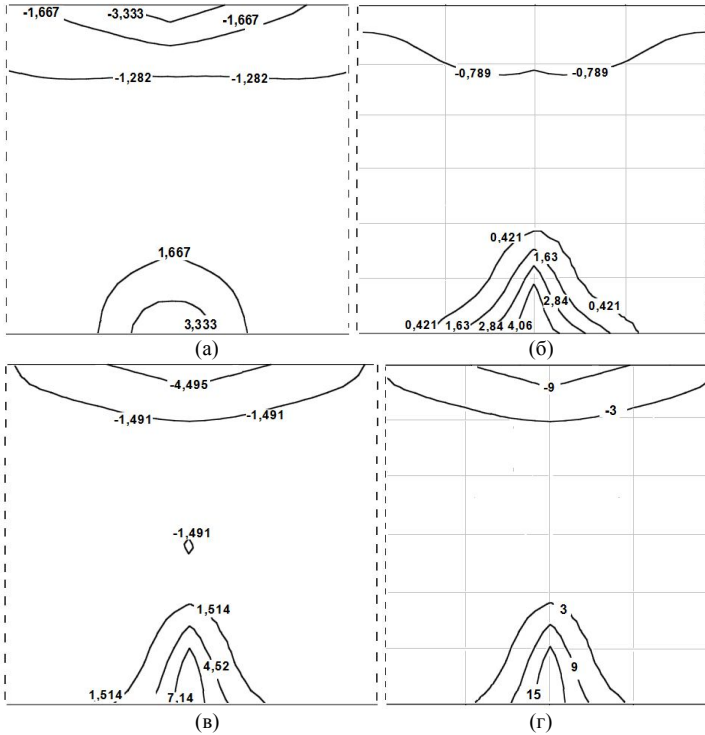


Рис. 1. Поля інтенсивності деформації в околі вигину пластини при $(\epsilon_u)_{\max} \approx 4\%$ (а), $(\epsilon_u)_{\max} \approx 6\%$ (б), $(\epsilon_u)_{\max} \approx 10\%$ (в), $(\epsilon_u)_{\max} \approx 16\%$ (г)

Поле інтенсивності деформації при $(\epsilon_u)_{\max} \approx 4\%$ в точці опори наведено на рис. 1 (а). Поле інтенсивності деформації при $(\epsilon_u)_{\max} \approx 6\%$ наведено на рис. 1 (б). Результати розрахунків для максимальних значень інтенсивності деформації $(\epsilon_u)_{\max} \approx 10\%$ і $(\epsilon_u)_{\max} \approx 16\%$ показано відповідно на рис. 1 (в) і 3 (г). Зазначимо, що максимальне значення інтенсивності деформації має місце вздовж точок опори пластини.

Уточнення результатів в геометрично нелінійній області N проводилось шляхом зменшення розмірів сітки у відношенні 1:14 по осі z в 1:22 по осі x та y. В результаті з'явилась можливість вперше в рамках запропонованого методу враховувати можливість зміни форми і розмірів тіла при наявності великих деформацій.

Алгоритм розрахунків цієї нестационарної задачі полягав в наступному.

На першому кроці розв'язується відповідна лінійна L-задача і визначається область тіла де інтенсивність деформації більше ніж умовна границя $\varepsilon_u^N = 7\%$ (надалі це границя нелінійної області N). При отриманні результатів, наведених на рисунках 3, було використано 2400 комірок.

На другому кроці в області N тіла розв'язувалась N-задача в геометрично нелінійній постановці. При отриманні цих результатів було використано лише 120 комірок.

На третьому кроці проводилось уточнення області N і самого розв'язку. При цьому для однієї з шести комірок у відповідність було максимально обрано 6×22^2 менших.

Першою особливістю постановки задачі по уточненню області N є формулювання граничних умов в околі опори. Якщо для L задачі лише в місці опори $x = 0$, $y \in [-L; L]$, $z = 0$ вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. У N-задачі при уточненні геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення задавались в області $x \in [-mh_1; mh_1]$, $m = 1; 2; \dots$, $y \in [-L; L]$, $z = 0$.

Друга особливість уточнення в N задачі полягає в зменшенні кроків інтегрування по координатам. При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційно зменшувати і крок інтегрування за часом. В результаті значно збільшується кількість таких кроків і взагалі час розрахунку.

Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової сітки (більш дрібних) по відповідним значенням у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою застосування двовимірної сплайн-функції [2].

Виходячи з наведених міркувань для уточнення геометрично нелінійного рішення треба збалансувати дві протилежні тенденції. З одного боку в N-задачі для пластини треба розглянути лише 120 комірок просторової сітки замість 2400 (лише 5%). Кількість додаткових обчислювальних операцій на початковій сітці теж суттєво зменшується. З іншої сторони для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв'язувалась за допомогою послідовності числових експериментів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Domichev K. Modeling the behavior of the body with pseudo-elastic-plastic material at non-stationary loading / K. Domichev, P. Steblyanko, A. Petrov // Металофізика та новітні технології, Інститут металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України, 2021 – Том 43, випуск 1 – с. 107–128.

2. Стеблянко П.А. Методы расщепления в пространственных задачах теории пластичности / П.А. Стеблянко – Киев: Наукова думка, 1998. – 304 с.
3. Abeyaratne R., Knowles J.K. Evolution of phase transitions / R.Abeyaratne, J.K.Knowles– Cambridge University Press, 2006. – 258 p.
4. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi. / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Mechanics and Physics of Solids, 1995. – No 43, p. 1243–1281.
5. Shaw J.A., Kyriakides, S. On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Acta Materialia, 1997. – No 45, p. 683–700.
6. Petrov A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-psevdolelastic-plasticity / A. Petrov, Yu. Chernyakov, P. Steblyanko, K. Domichev, V. Haydurov – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.
7. Дьомічев К.Е. Нелінійна феноменологічна модель поведінки функціонально-неоднорідних матеріалів / К.Е.Дьомічев, П.О.Стеблянко, О.Д.Петров // Вісник Черкаського національного університету ім. Б.Хмельницького. Серія Прикладна математика. Інформатика №1(1). – 2020–С. 4–12.
8. Steblyanko P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P. Steblyanko, Y. Chernyakov, A. Petrov, V. Loboda – Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
9. Петров О.Д. Комп'ютерне моделювання поведінки стрижня з трилінійного двофазного матеріалу при розтягуванні / О.Д.Петров – Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання; матеріали статей МНПК (ISBN 978-617-7468-26-3) – 2018. – Івано-Франківськ. – 2018. – С. 234–237.
10. Дьомічев К.Е. Моделювання поведінки елементів виготовлених з матеріалів з пам'яттю форми при значних деформаціях / К.Е.Дьомічев, О.Д.Петров, П.О.Стеблянко // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій –2020–№ 32, ДНУ ім. О. Гончара – с. 81–94.

REFERENCES

1. Domichev K. Modeling the behavior of the body with pseudo-elastic-plastic material at non-stationary loading / K. Domichev, P. Steblyanko, A. Petrov // Metalofizyka ta novitni tekhnolohiyi, Instytut metalofizyky im. H.V. Kurdyumova NAN Ukrayiny, 2021 – Tom 43, випуск 1 – с. 107–128.
2. Steblyanko P.A. Metody rasshcheplynyya v prostranstvennykh zadachakh teoryy plastychnosti (Splitting methods in spatial problems of the theory of plasticity) / P.A. Steblyanko – Kyev: Naukova dumka, 1998. – 304 s.
3. Abeyaratne R., Knowles J.K. Evolution of phase transitions / R.Abeyaratne, J.K.Knowles– Cambridge University Press, 2006. – 258 p.
4. Shaw J.A., Kyriakides S. Thermomechanical aspects of NiTi. / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Mechanics and Physics of Solids, 1995. – No 43, p. 1243–1281.
5. Shaw J.A., Kyriakides, S. On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy / J.A.Shaw, S.Kyriakides – Acta Materialia, 1997. – No 45, p. 683–700.
6. Petrov A. Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-psevdolelastic-plasticity / A. Petrov, Yu. Chernyakov, P. Steblyanko, K. Domichev, V. Haydurov – Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.
7. D'omichev K.E. Neliniyna fenomenolohichna model' povedinky funktional'no-neodnorodnykh materialiv (A nonlinear phenomenological model of the behavior of functionally heterogeneous materials) / K.E.D'omichev, P.O.Steblyanko, O.D.Petrov // Visnyk Cherkas'koho natsional'noho universytetu im. B. Khmel'nyts'koho. Seriya Prykladna matematyka. Informatyka #1(1). – 2020–С. 4–12.
8. Steblyanko P. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / P. Steblyanko, Y. Chernyakov, A. Petrov, V. Loboda – Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
9. Petrov O.D. Komp'yuterne modelyuvannya povedinky stryzhnya z tryliniynoho dvofaznogo materialu pry roztyahuvanni (Computer modeling of the tensile behavior of a rod made of a trilinear two-phase material) / O.D.Petrov – Informatsiyi tekhnolohiyi ta komp'yuterne

modelyuvannya; materialy staley MNPК (ISBN 978-617-7468-26-3) – 2018. – Івано-Франківськ. – 2018. – S. 234–237.

10. D'omichev K.E. Modelyuvannya povedinky elementiv vyhotovlenykh z materialiv z pam'yattu formy pry znachnykh deformatsiyakh (Modeling the behavior of elements made of materials with shape memory under significant deformations) / K.E.D'omichev, O.D.Petrov, P.O.Steblyanko // Problemy obchyslyval'noyi mekhaniky i mitsnosti konstruktiv –2020–# 32, DNU im. O. Honchara – s. 81–94.

Стаття надійшла 03.01.2023

Стебляно П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д.

ВИГІН ПЛАСТИНИ З ФУНКЦІОНАЛЬНО-НЕОДНОРІДНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ НАЯВНОСТІ ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Деталі та елементи конструкцій, які виготовлені з функціонально-неоднорідних матеріалів і мають властивість пам'яті форми та поведінка псевдо-пружнопластично, в процесі виготовлення та експлуатації можуть перебувати під впливом складних навантажень. Нерівномірний нагрів тіл у поєднанні з силовими факторами може призвести до великих деформацій матеріалу і до складних деформаційних процесів. Існуючі моделі поведінки таких елементів не враховують нелінійність геометричних співвідношень і непридатні для використання при великих деформаціях.

У статті розглянуто згин пластини скінченних розмірів із функціонально неоднорідного матеріалу за наявності великих пластичних деформацій. Моделювання поведінки пластини базується на нелінійній феноменологічній моделі, яка описує властивості сплавів з пам'яттю форми та термосевопластичну поведінку матеріалу в точці. Використовується діаграма псевдопружного матеріалу, що складається з трьох криволінійних ділянок.

Першою особливістю постановки задачі по уточненню області геометричної нелінійності є формулювання граничних умов в околі опори. Якщо для лінійної задачі вони задаються лише вздовж лінії опори, то для уточнення геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення задавались в околі області контакту з опорою. Друга особливість уточнення полягає в суттєвому зменшенні кількості кроків інтегрування по координатам (до 5%). При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційне зменшення і кроку інтегрування за часом. Для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв'язувалась за допомогою послідовності числових експериментів. Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової більш дрібної сітки по відповідним значенням у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою застосування двовимірної сплайн-функції.

Ключові слова: функціональні матеріали, феноменологічна модель, великі деформації.

Steblyanko P.O., Domichev K.E., Petrov O.D.

BENDING OF A PLATE FROM A FUNCTIONALLY HETEROGENEOUS MATERIAL IN THE PRESENCE OF LARGE DEFORMATIONS

Details and elements of structures, which are made of functionally heterogeneous materials and have the property of shape memory and behave pseudo-elastically, may be under the influence of complex loads in the process of manufacturing and operation. Uneven heating of bodies in combination with force factors can lead to large deformations of the material and complex deformation processes. The existing models of the behavior of such elements do not take into account the nonlinearity of geometric relationships and are unsuitable for use with large deformations.

The article deals with the bending of a plate of finite dimensions from a functionally heterogeneous material in the presence of large plastic deformations. The simulation of plate behavior is based on a nonlinear phenomenological model that describes the properties of shape memory alloys and the thermo-pseudo-plastic behavior of the material at a point. A diagram of a pseudo-elastic material consisting of three curved sections is used.

The first feature of the formulation of the problem of specifying the area of geometric nonlinearity is the formulation of the boundary conditions around the support. If for a linear problem they are set only along the support line, then to refine the geometrically nonlinear solution, the zero vertical displacements of the plate points and, accordingly, the speed of

movement were set in the vicinity of the area of contact with the support. The second feature of the refinement is a significant reduction in the number of coordinate integration steps (up to 5%). At the same time, in order to fulfill the condition of stability, a proportional reduction of the integration step over time is necessary. For a reliable comparison of results, it is necessary to increase the number of time integration steps while decreasing the integration steps by coordinates. This problem was solved using a sequence of numerical experiments. The third feature consists in solving the additional problem of interpolation of the required values in the nodes of the new finer grid by the corresponding value in the nodes of the main grid. This problem is solved using a two-dimensional spline function.

Keywords: functional materials, phenomenological model, large deformations.

УДК 539.3

Стебляно П.О., Дьомічев К.Е., Петров О.Д. Вигин пластини з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих деформацій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 447-456.

У статті розглядається задача про вигин пластини кінцевих розмірів виготовленої з функціонально-неоднорідного матеріалу при наявності великих пластичних деформацій (до 20%). Наведено характерні поля інтенсивності деформацій в районі вигину пластини. Вони побудовані з урахуванням геометрично нелінійних рівнянь та за допомогою уточнених фізичних співвідношень, що базуються на новій феноменологічній моделі поведінки матеріалу.

Лл. 1. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Steblyanko P.O., Domichev K.E., Petrov O.D. Bending of a plate from a functionally heterogeneous material in the presence of large deformations // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – С. 447-456.

The article considers the problem of bending a plate of finite dimensions made of a functionally heterogeneous material in the presence of large plastic deformations (up to 20%). Characteristic intensity fields of deformations in the region of the plate bend are given. They are built taking into account geometrically nonlinear equations and using refined physical relationships based on a new phenomenological model of material behavior.

Fig. 1. Ref. 10.

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): доктор фізико-математичних наук, професор, головний науковий співробітник Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України Стебляно Павло Олексійович.

Адреса: 03057, Україна, Київ, вулиця Петра Нестерова, 3.

Мобільний тел.: +38(050) 342-70-35

Імейл: caf-vmi@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0789-4409>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук Київського міжнародного університету Дьомічев Костянтин Едуардович.

Адреса: 03179 Україна, м. Київ, вулиця Львівська 49, Київський міжнародний університет

Мобільний тел.: +38(063) 396-65-72

Імейл: demichevk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3428-4094>

Автор (вчений ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії, молодший науковий співробітник Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара Петров Олександр Дмитрович

Адреса: 49010, Україна, Дніпро, пр. Гагаріна, 72 Дніпровський національний університет ім. О. Гончара

Мобільний тел.: +38(099) 204-68-05

Імейл: arff67@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8688-043X>