

УДК 539.3

В.А. Баженов, д-р техн. наук
І.І. Солодей, канд. техн. наук
А.Ю. Приходько

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДИНАМІЧНОГО РОЗРАХУНКУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ЗНАХОДЯТЬСЯ ПІД ДІЄЮ РУХОМИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Проведено дослідження меж використання розробленого апарату розв'язання стаціонарної задачі динамічного деформування тіл під дією рухомого навантаження. В рамках НМСЕ створені нові алгоритми для моделювання процесу взаємодії тіла з неоднорідною пружною основою. Вірогідність отриманих результатів і ефективність підходу підтверджені розв'язанням контрольних прикладів.

Вступ.

На сьогоднішній день значно зросла роль динамічного розрахунку інженерних конструкцій. Пов'язано це не тільки з необхідністю задоволення жорстким нормам безпеки в різноманітних сферах народного господарства, але і бажанням створення оптимальних рішень з точки зору вартості розробки та подальшої експлуатації запроєктованих об'єктів. Побудова динамічних моделей розрахунку деформівних систем надає можливість оцінювати не тільки кількісні характеристики явища, але виявляти та пояснювати нові якісні його сторони. При цьому до числа найбільш складних проблем динаміки будівельних систем відносяться питання дослідження деформування елементів конструкцій при дії навантажень, місце прикладання і інтенсивність яких змінюється в залежності від часу. Найпростішими прикладами систем з рухомими навантаженнями є залізничні рельси, полотна, мости, тунелі під дією залізничних потягів; асфальтовані, бетоновані та інші поверхні під дією транспортних засобів; палуби авіаносців, аеродроми під дією літальних апаратів; виготовлення великогабаритних дзеркал різноманітної геометричної форми (дія рухомого полірувальника); пластинки і оболонки під дією рухомих штампів, рідини або газу, вибухових хвиль і багато інших. Сюди відносяться задачі визначення несучої здатності, пошук максимальних переміщень, швидкостей, прискорень та напружень, встановлення критеріїв стійкості і міцності.

Труднощі розрахунку конструкцій при наявності динамічних (рухомих або стаціонарних) навантажень багатократно збільшуються у порівнянні з об'ємом статичних розрахунків. Для полегшення аналізу, в багатьох випадках, вводять додаткові гіпотези, які, як правило, звужують клас досліджуваних об'єктів і процесів. Питання визначення областей

застосування різноманітних теорій і методів традиційно займають одне з найбільш важливих місць у наукових дослідженнях.

1. Основні співвідношення стаціонарної задачі динаміки при деформуванні тіл під дією рухомого навантаження в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів.

В узагальненій постановці про дію рухомого навантаження на пружні системи враховується маса навантаження і маса самої системи. Якщо знехтувати кожною із таких складових, то розв'язок виявляється більш-менш наближеним. Однак, існує ряд задач, в яких маса рухомого навантаження не впливає на загальне рішення [6].

Розглядаються сталі процеси в призматичних прямокутних тілах при постійній швидкості руху навантаження, з фронтом якого пов'язують рухому базисну систему координат $y^{i'}$ (рис. 1).

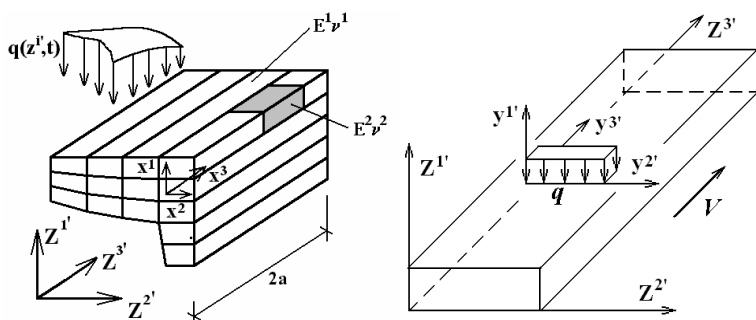


Рис. 1

Опис геометричних і механічних характеристик, початкових і граничних кінематичних умов, зовнішніх навантажень здійснюється в базисній декартовій системі координат $Z^{i'}$. Напружено-деформований стан тіла із складною формою поперечного перерізу подається в місцевій криволінійній системі координат x^i , яка пов'язана з геометрією тіла [5].

Зв'язок між рухомою і нерухомою системами координат подається через співвідношення:

$$y^{3'} = Z^{3'} - V_p t, \quad y^{\alpha'} = Z^{\alpha'}, \quad \alpha = 1, 2. \quad (1)$$

Зв'язок між переміщеннями та деформаціями приймається у вигляді рівнянь Коші. Компоненти тензора напружень обчислюються за компонентами тензора деформацій на основі узагальненого закону Гука.

Як показано в роботі [3], рівняння руху для визначеного класу задач записується у вигляді:

$$\int_V \tilde{\sigma}^{ij} \delta \tilde{\varepsilon}_{ij} dV + V_p^2 \int_V \rho \frac{\partial u_i}{\partial y^{3'}} \frac{\partial \delta u_i}{\partial y^{3'}} dV = \int_V f^i \delta u_i dV + \int_S p^i \delta u_i dS = 0. \quad (2)$$

В ряді публікацій, зокрема в роботах [1, 2], доведено, що для аналізу подібного класу об'єктів найбільш раціональним є застосування напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ).

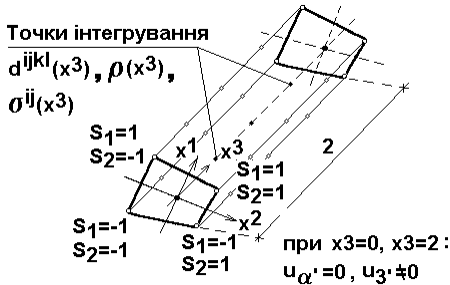


Рис. 2

Апроксимація просторових призматичних тіл виконується на основі скінченного елемента (СЕ) (рис.2), що являє собою прямокутну призму, утворену переміщенням чотирикутника довільного обрису вздовж направляючої у вигляді прямої лінії. Суть апроксимації полягає в розкладі невідомих задачі вздовж твірної по деякій системі

неперервних гладких функцій (ряди Фур'є) у поєднанні із скінченною елементною дискретизацією в області поперечного перерізу. Матриці жорсткості та мас СЕ отримані в роботах [3, 7].

Система розрахункових рівнянь НМСЕ для задачі динаміки приймає вигляд:

$$[\hat{K}]_m \{U\}_l = \{Q\}_m, \quad m = l_0, \dots, l, \dots, L \quad (3)$$

де $[\hat{K}]_m = [K]_m + A[M]_m$ - ефективна амплітудна матриця жорсткості системи алгебраїчних рівнянь; A - параметр, пов'язаний з методом апроксимації невідомих по часовій координаті.

Розв'язання системи рівнянь (3) виконується за допомогою алгоритму, що заснований на методі блокової послідовної верхньої релаксації [9]:

$$\{U\}_{l,i+1} = \{U\}_{l,i} + \tilde{\omega} [\hat{K}]_l^{-1} \left(\{\hat{Q}\}_l - \{R\}_{l,i} \right), \quad (4)$$

де $\{R\}_{l,i}$ - вектор вузлових амплітудних реакцій на ітерації i , який визначається співвідношенням:

$$\{R\}_{l,i} = \sum_{m=l_0}^{l-1} [\hat{K}]_{lm} \{U\}_{i+1}^m + \sum_{m=l}^L [\hat{K}]_{lm} \{U\}_i^m, \quad (5)$$

де $\{U\}_{i+1}^m$, $\{U\}_i^m$ - амплітудні значення вузлових переміщень на ітераціях $i+1$ та i відповідно, $\tilde{\omega}$ - параметр релаксації ($1 \leq \tilde{\omega} < 2$).

2. Динамічне деформування неоднорідної системи тіло - пружна основа.

Вважається, що реакція пружної основи пропорційна переміщенням точок граничної поверхні і направлена по нормалі до поверхні S_c . При цьому, вводиться поняття коефіцієнта постелі або пропорційності k , що у фізичному сенсі представляє собою величину реакції, яка приходить на одиницю поверхні тіла при відповідному одиничному переміщенні. Особливістю взаємодії деформованого тіла із основою є обов'язкове урахування одностороннього характеру в'язів. Інакше кажучи, основа запобігає переміщенню точок поверхні S_c тіла тільки вглиб самої основи. Якщо переміщення спрямоване в протилежному напрямку реакція пружної основи дорівнює нулю.

Система нелінійних рівнянь НМСЕ, що описує односторонню взаємодію з пружною основою для задачі динаміки записується у вигляді:

$$([\hat{K}]_{lm} + [C]_{lm}) \{U\}_i = \{Q\}_m, \quad (6)$$

де $[C]_{lm}$ - амплітудні матриці жорсткості пружної основи, які складаються із доданків до діагональних елементів матриці жорсткості для вузлів, що контактують з пружною основою.

Коефіцієнти матриці $[C]_{lm}$ обчислюються за формулами:

$$[c]_{lm} = \frac{1}{2} k_{lm}^{k'} \sqrt{g} (g^{k'k'})^{\frac{3}{2}}, \quad (7)$$

$$k_{lm}^{\alpha'} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{2N-1} k_n \phi_2^l(n) \phi_2^m(n), \quad k_{lm}^{3'} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{2N-1} k_n \phi_1^l(n) \phi_1^m(n), \quad (8)$$

де k_n - коефіцієнт постелі, обчислений в центрі поперечного перерізу, що відповідає n -ій точці інтегрування. Всі позначення збережені із роботи [3].

Для однорідної пружної основи інтегрування в (8) можна виконати в замкнутій формі:

$$k_{lm}^{k'} = k \times \begin{cases} 1, l=m \\ 0, l \neq m \end{cases}. \quad (9)$$

Рівняння (6) можна представити у вигляді:

$$[\hat{K}]_{lm} \{U\}_l = \{Q\}_m - \{R_c\}_m, \quad (10)$$

де $\{R_c\}_m = [C]_{lm} \{U\}_l$ - вектор зовнішнього навантаження прикладений до поверхні S_c конструкції, який залежить від переміщень скінченноелементної моделі.

Розв'язання системи (10) природно виконувати на основі ітераційних процедур (4), які дозволяють зберігати одноразово зформовану та триангуляризовану ефективну матрицю жорсткості на протязі всього процесу обчислення.

3. Дослідження вірогідності та ефективності використання методики в задачах динаміки.

Деформування шарнірно опертої балки під дією сили, що рухається з постійною швидкістю.

Оцінка можливості використання підходу до аналізу коливань протяжних тіл під дією рухомих навантажень проведена на прикладі деформування шарнірно опертої балки під дією сили P , що рухається з постійною швидкістю V . У початковий момент часу сила розташована над лівою опорою. Класичне рішення поставленої задачі приведено в роботі [8]. Вважається, що повний розв'язок включає дві складові: перша описує вимушені коливання системи, що залежать від швидкості руху сили P вздовж балки, друга являє собою вільні коливання системи.

Досліджено внесок кожного з доданків у загальне рішення прогину балки при різних швидкостях руху сили P . Характеристики балки відповідають рис. 3 та приймають значення: $L = 1$ м, $h = 0.003$ м, $b = 0.01$ м, модуль пружності $E = 2 \times 10^{11}$ Н/м², коефіцієнт Пуасона $\nu = 0.3$, щільність матеріалу $\rho = 7.8 \times 10^3$ кг/м³.

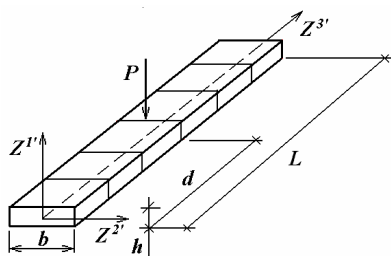


Рис.3

Нижче критичне значення швидкості руху навантаження для розглянутої балки визначається формулою [8]:

$$V_c^1 = \frac{\pi h}{2L} \sqrt{\frac{E}{3\rho}} = 13.7768 \text{ м/с.}$$

За контрольні дані вибрано вертикальні переміщення осі балки.

Точка прикладання сили $P=1 \text{ Н}$ в досліджуваній момент часу $Z^3' = 0.5 \text{ м}$. Рішення отримані на основі прямого методу інтегрування рівнянь руху [4] та представленої методики.

Як видно з приведених даних (табл.1), доданок, що обумовлює вільні коливання балки, при русі зосередженої сили зі швидкостями $V \leq 0.08V_c^1$ складає приблизно 2÷5% від доданка, що описує вимушені коливання балки. При швидкостях руху навантаження $V \geq 0.08V_c^1$ співвідношення різко збільшується. Рис. 4 відображає повну картину співвідношення оговорених складових стосовно параметра V/V_c^1 , що підтверджується аналітичними розрахунками [6].

Для ілюстрації, на рис. 5 представлені значення прогинів для різних швидкостей руху навантаження в момент часу, коли сила досягає середини балки. Штрихова лінія – з використанням прямого методу, суцільна – даної методики.

Таблиця 1

V/V_c^1	$W_f \times 10^{-4}$, м Прямий метод інтегрування [4]	$W_0 \times 10^{-4}$, м Представлена методика	δ , %
0.036	4.60	4.63	0.7
0.073	4.57	4.65	1.7
0.145	5.39	4.73	-12.2
0.363	7.09	5.32	-24.9
0.726	3.91	9.71	148.3

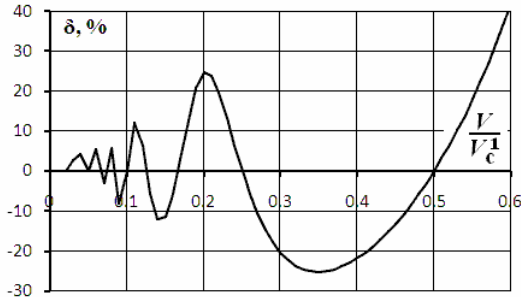


Рис. 4

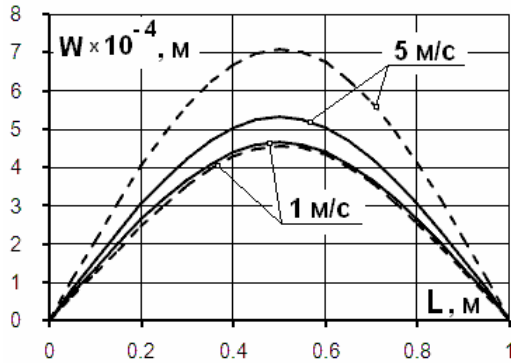


Рис. 5

Таким чином, для тіл із граничними умовами на торцях, що відповідають шарнірному опираю, застосування розробленого підходу суттєво обмежено швидкостями руху навантаження: $V \leq 0.08 V_c^1$. При більш високих значеннях швидкості, необхідно застосовувати апарат розкладу рішення за власними формами конструкції або проводити обчислення на основі прямих методів інтегрування рівнянь руху. В обох випадках обчислювальні витрати на отримання розв'язків задачі значно зростуть.

Аналіз коливань балки на суцільній пружній основі під дією рухомої сили.

Розглянемо вигин нескінченної балки, що лежить на суцільній однорідній пружній основі, та деформується під дією сили P , яка рівномірно рухається зі швидкістю V . Відмінною рисою даної задачі є можливість застосування підходу, заснованого на введенні рухомої базисної системи координат. Картина вигину осі балки залишається незмінною та переміщується зі швидкістю руху сили, супроводжуючи

лінію її дії. Таке явище називається «біг хвилі згину» [6]. Передбачається, що опір пружної основи коливанням балки, пропорційний значенню прогину в кожній точці і визначається коефіцієнтом постелі, що характеризує жорсткість пружного середовища.

Для оцінки застосування розробленого підходу до розв'язання розглянутого класу задач при докритичних швидкостях руху фронту навантаження зіставимо рішення на основі прямого методу інтегрування рівнянь руху та представленої методики.

Розглянемо балку прямокутного поперечного перерізу (рис.6): $L = 1$ м, $h = 0.003$ м, $b = 0.01$ м, що лежить на пружній основі з коефіцієнтом постелі $k = 100$ Н/м². Модуль пружності матеріалу балки $E = 2 \times 10^{11}$ Н/м², коефіцієнт Пуасона $\nu = 0.3$, щільність матеріалу $\rho = 7.8 \times 10^3$ кг/м³. Величина сили $P = 1$ Н, точка прикладання сили в

досліджуваній момент часу $Z^3 = 0.5$ м.

Нижче критичне значення швидкості руху навантаження для розглянутої балки:

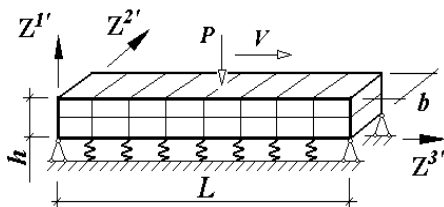


Рис.6

$$V_c^1 = \sqrt{\frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{kEh}{3b}}} = 13.465 \text{ м/с.}$$

Результати рішення задачі представлені на рис. 7 у вигляді графіків, що відображають вертикальні переміщення балки по її довжині при різних швидкостях руху навантаження: 1м/с, 2м/с, 5м/с та 10м/с. Суцільні лінії – значення, отримані представленою методикою, марками – на основі прямого методу інтегрування. Легко помітити, що із збільшенням швидкості руху навантаження похибка наближеного підходу для розглянутої конструкції зростає, а для $V = 0.743V_c^1 = 10$ м/с становить біля 100%. З метою аналізу впливу граничних умов на торцях на величину прогину отримані рішення (рис.8) для балок різної довжини під дією зосередженої сили, що рухається з постійною швидкістю $V = 0.743V_c^1$.

Зпівставлення даних показує, що при швидкості руху навантаження $V \leq 0.25V_c^1$ застосування наближеного підходу забезпечує для балки довжиною $L = 1$ м точність результатів за переміщеннями в межах $1.5 \div 2\%$ (рис. 7).

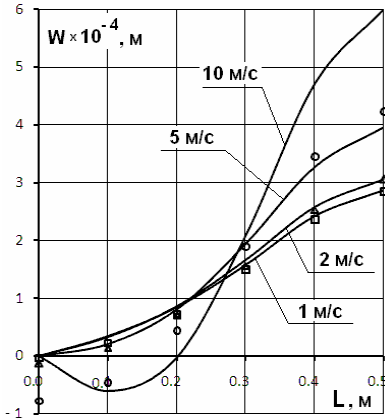


Рис. 7

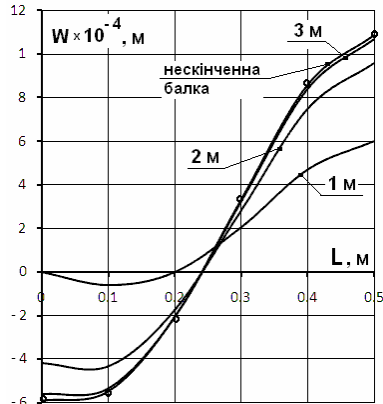


Рис. 8

При подальшому прирості швидкості, позначається вплив граничних умов на торцях балки, що стримують прогин. Але, при збільшенні прольоту балки між опорами при фіксованій швидкості, спостерігається поступове урівнювання результатів. Для балки довжиною 3 м прогин стає однаковим при застосуванні обох підходів (рис. 8, суцільна лінія та кружки).

На основі отриманих результатів встановлено, що для одержання вірогідного рішення обговореної задачі на основі розробленого підходу є необхідним виконання умови: $L_p \geq 4V/V_c^1$, де L_p - довжина прольоту між опорами.

Висновки.

Таким чином, розроблена методика дозволяє ефективно проводити аналіз змінного і часі напружено-деформованого стану протяжних об'єктів (трубопроводів, залізничних насипів, дорожніх покриттів, прольотів мостів, перекриттів і т.п.) під дією рухомих навантажень для широкого класу реальних об'єктів. Однак, для одержання вірогідних результатів необхідно попередньо оцінювати швидкість руху навантаження та будувати адекватні чисельні моделі досліджуваних конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл // Київ: КНУБА, 2005, 298с.
2. *Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г.* Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел // Киев: Випол, 1993, 376с.
3. *Баженов В.А., Солодей І.І., Приходьмо А.Ю.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах лінійних стаціонарних коливань просторових тіл // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. - К.:КНУБА, Вип.81, 2007, с.142-158.
4. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Солодей І.І., Шевченко Ю.В.* Алгоритми розв'язання рівнянь рівноваги для динамічних задач напіваналітичним методом скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. –К.:КНУБА, Вип.79, 2006, с.43-62
5. *Блох В.И.* Теория упругости // Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1964, 483с.
6. *Пановко Я.Г., Губа нова И.И.* Устойчивость и колебания упругих систем // М.: Наука, 1987, 352с.
7. *Солодей І.І.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в дослідженні пружнопластичних коливань неоднорідних призматичних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. Збірник. –К.:КНУБА, Вип.71, 2002, с.90-98.
8. *Тимошенко С.П.* Прочность и колебания элементов конструкций // М.: Наука, 1975, 704с.
9. *Хэмминг Р.В.* Численные методы. // М.: Наука, 1972, 407с.

Отримано 20.07.09

В.А. Баженов, И.И. Солодей, А.Ю. Приходько

Исследование эффективности динамического расчета строительных конструкций, находящихся под действием движущихся нагрузений

Проведено исследование границ использования разработанного аппарата решения стационарной задачи динамического деформирования тел под действием движущейся нагрузки. В рамках ПМКЭ созданы новые алгоритмы для моделирования процесса взаимодействия тела с неоднородным упругим основанием. Достоверность получаемых результатов и эффективность подхода подтверждены решением контрольных примеров.

V.A. Bazhenov, I.I. Solodei, A.Y. Pryhodko

Efficiency research of dynamic structural analysis under moving loadings

Research of methodology limits is carried out to analyze of dynamic deformation stationary problem for solids under moving loadings. New algorithm within the bounds of SAFEM to simulate interaction between construction and elastic foundation is developed. Reliability of computational intelligence and efficiency of mentioned approach are corroborated with the help of test solutions.