

УДК 539.3

Є.О. Гоцуляк, д-р техн. наук

О.О. Лук'янченко, канд. техн. наук

О.В. Костіна, канд. техн. наук

В.В. Шах

## **ПОБУДОВА ПОВЕРХНІ КРИТИЧНИХ СПОЛУЧЕНЬ ОСЬОВОГО ТА БІЧНОГО СТИСНЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ З НЕРЕГУЛЯРНИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ**

Запропонована чисельна методика дослідження стійкості циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконаlostями форми при сумісній дії осьового стиснення та поверхневого тиску. Даний підхід дозволяє моделювати недосконалості у вигляді комбінацій форм втрати стійкості оболонки, будувати поверхню критичних сполучень навантажень, визначати області стійкості циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконаlostями при дії комбінованого навантаження.

Стійкість циліндричних оболонок, як відомо [1–3], залежить від початкових недосконалостей форми. Аналітичні методи розв'язку задачі стійкості обумовлювали форму недосконалостей у вигляді тригонометричних функцій, що значно звужувало коло досліджень. При окремій дії поверхневого тиску або осьового стиснення початкова недосконалість в багатьох випадках приймалася у вигляді відповідних форм втрати стійкості, бо така модель регулярних недосконалостей мала найбільший вплив на стійкість оболонки. При дії комбінованого навантаження задача моделювання початкових недосконалостей оболонки є більш складною. Але наявність сучасних обчислювальних комплексів дає можливість задавати недосконалості стінки оболонки в довільній формі.

В роботі запропонований чисельний підхід до визначення стійкості циліндричних оболонок з нерегулярними недосконаlostями форми при сумісній дії осьового стиснення та поверхневого тиску [4], який дозволяє моделювати недосконалості у вигляді комбінацій форм втрати стійкості оболонки, що отримані при окремій дії осьового стиснення та поверхневого тиску, оцінити вплив недосконалостей на критичні значення комбінованого навантаження, побудувати поверхню критичних сполучень осьового стиснення і поверхневого тиску та визначити область стійкості циліндричної оболонки змінної товщини при дії комбінованого навантаження.

Досліджується стійкість циліндричної оболонки з радіусом  $R_{cp}=19,978$  м, висотою  $H=17,88$  м та товщиною стінки, яка змінюється по висоті від 7,63 мм до 15,98 мм, яка виготовлена із сталі Ст3 з механічними характеристиками:  $E=2,06 \cdot 10^{11}$  Па,  $\mu=0,3$ ,  $\rho=7800$  кг/м<sup>3</sup>. Розрахункова модель формується за допомогою обчислювального комплексу скінченноелементного аналізу [5] для сегменту оболонки, недосконалість якої подається у вигляді комбінацій форм втрати стійкості досконалої оболонки при окремій дії осьового стиснення та поверхневого тиску:  $[\gamma\bar{\phi}_p + (1-\gamma)\bar{\phi}_q]$ , де  $\gamma$  – безрозмірний коефіцієнт, який приймає значення  $[0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ ,  $\bar{\phi}_p$  та  $\bar{\phi}_q$  – вектори форм втрати стійкості досконалої оболонки при дії осьового стиснення та поверхневого тиску відповідно. Створена програма, в якій компоненти векторів форм втрати стійкості додаються до відповідних координат середньої поверхні досконалої оболонки таким чином, щоб максимальна амплітуда початкової недосконалості приймала значення  $[0,5t_{min}; t_{min}; 1,5t_{min}; 2t_{min}]$ , де  $t_{min}$  – мінімальна товщина стінки. Скінченноелементна модель сегменту недосконалої оболонки містить 425 вузлів і 768 плоских трикутних елементів. У вузлах граничних твірних сегменту обмежені переміщення по колу та кути обертання навколо радіуса та твірної.

Навантаження задається у вигляді комбінацій осьового стиснення та поверхневого тиску:  $[\alpha\hat{P}; (1-\alpha)\hat{q}]$ , де  $\hat{P} = \frac{P}{P_{кр}^0}$  і  $\hat{q} = \frac{q}{q_{кр}^0}$  – відносні значення осьового стиснення та поверхневого тиску відповідно;  $P_{кр}^0=430598$  Н/м і  $q_{кр}^0=1230,4$  Н/м<sup>2</sup> – критичні значення навантажень циліндричної оболонки без врахування недосконалостей;  $\alpha$  – безрозмірний коефіцієнт, що приймає значення  $[0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ . Розв'язання нелінійних рівнянь рівноваги виконується за допомогою модифікованого методу Ньютона-Рафсона. Втрата стійкості оболонки відбувається при критичному сполученні осьового стиснення та поверхневого тиску:  $\mu[\alpha\hat{P}; (1-\alpha)\hat{q}]$ , де  $\mu$  – параметр критичного навантаження, значення якого наведений для циліндричної оболонки з недосконалістьми різної форми і максимальною амплітудою  $\Delta_{max}$  в табл. 1.

На рис. 1 представлені криві залежності параметра критичного навантаження  $\mu$  від коефіцієнта комбінованого навантаження  $\alpha$  для циліндричної оболонки з недосконалістьми, форма якої отримана при різних значеннях коефіцієнту  $\gamma$ .

Таблиця 1

| $\Delta_{\max}$ | Коеф. навант. $\alpha$ | Параметр критичного навантаження $\mu$ |                |                |                |              |
|-----------------|------------------------|--|----------------|----------------|----------------|--------------|
|                 |                        | $\gamma = 0$                           | $\gamma = 0,3$ | $\gamma = 0,5$ | $\gamma = 0,7$ | $\gamma = 1$ |
| $0,5t_{\min}$   | 0                      | 0,742                                  | 0,795          | 0,846          | 0,866          | 0,934        |
|                 | 0,3                    | 0,485                                  | 0,5            | 0,45           | 0,45           | 0,4          |
|                 | 0,5                    | 0,55                                   | 0,55           | 0,5            | 0,45           | 0,4          |
|                 | 0,7                    | 0,6                                    | 0,6            | 0,55           | 0,5            | 0,45         |
|                 | 1                      | 0,8                                    | 0,65           | 0,6            | 0,55           | 0,5          |
| $t_{\min}$      | 0                      | 0,601                                  | 0,626          | 0,682          | 0,754          | 0,9          |
|                 | 0,3                    | 0,375                                  | 0,3            | 0,3            | 0,269          | 0,276        |
|                 | 0,5                    | 0,4                                    | 0,35           | 0,3            | 0,282          | 0,3          |
|                 | 0,7                    | 0,45                                   | 0,35           | 0,3            | 0,3            | 0,3          |
|                 | 1                      | 0,619                                  | 0,4            | 0,35           | 0,32           | 0,33         |
| $1,5t_{\min}$   | 0                      | 0,5                                    | 0,524          | 0,6            | 0,702          | 0,842        |
|                 | 0,3                    | 0,3                                    | 0,25           | 0,25           | 0,25           | 0,25         |
|                 | 0,5                    | 0,3                                    | 0,25           | 0,25           | 0,25           | 0,253        |
|                 | 0,7                    | 0,35                                   | 0,264          | 0,278          | 0,274          | 0,264        |
|                 | 1                      | 0,5                                    | 0,3            | 0,297          | 0,289          | 0,284        |
| $2t_{\min}$     | 0                      | 0,4                                    | 0,45           | 0,486          | 0,517          | 0,821        |
|                 | 0,3                    | 0,25                                   | 0,2            | 0,2            | 0,21           | 0,243        |
|                 | 0,5                    | 0,25                                   | 0,206          | 0,215          | 0,25           | 0,25         |
|                 | 0,7                    | 0,3                                    | 0,25           | 0,25           | 0,25           | 0,268        |
|                 | 1                      | 0,3                                    | 0,28           | 0,27           | 0,27           | 0,275        |

Дослідження показали, що вплив форми недосконалості оболонки зі змінною товщиною не є пропорційним до відповідних комбінацій навантажень. Тобто параметр критичного навантаження  $\mu$  не є мінімальним при збігу коефіцієнта форми недосконалості  $\gamma$  та коефіцієнта навантаження  $\alpha$ . Наприклад, з рис. 1,а видно, що для оболонки з недосконалістю  $[0,5\bar{\phi}_p + 0,5\bar{\phi}_q]$  (крива 4) при дії комбінованого навантаження  $[0,5\bar{P}; 0,5\bar{Q}]$  ( $\alpha = 0,5$ ) значення параметру критичного навантаження  $\mu$  не є мінімальним.

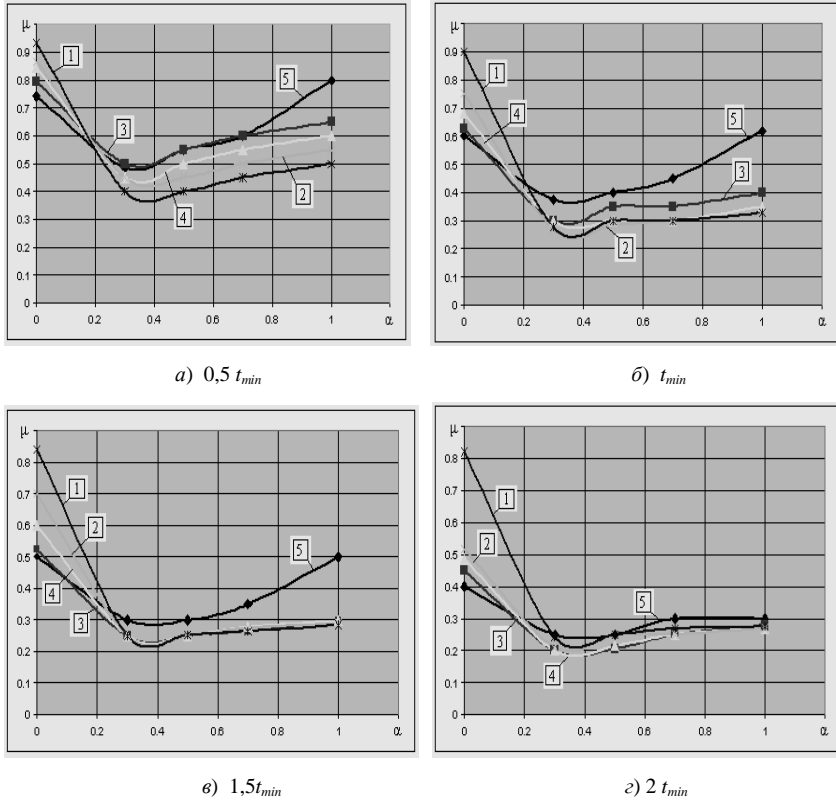


Рис. 1. Залежність параметру критичного навантаження  $\mu$  від коефіцієнта  $\alpha$  для оболонки з недосконалостями різної форми і амплітуди:

1)  $\gamma = 0$ ; 2)  $\gamma = 0,3$ ; 3)  $\gamma = 0,7$ ; 4)  $\gamma = 0,5$ ; 5)  $\gamma = 1$

Для визначення області стійкості недосконалої оболонки визначаються критичні сполучення осевого стиснення та поверхневого тиску у вигляді  $[P_{кр} / P_{кр}^0; q_{кр} / q_{кр}^0]$ . В табл. 2 представлені результати розрахунків для оболонки з недосконалостями різної форми та амплітуди  $\Delta_{макс}$ .

Області стійкості оболонки лежать між осями координат та кривими залежності від  $P_{кр} / P_{кр}^0$  (рис. 3). Видно, що області стійкості для оболонки з різними формами нерегулярних недосконалостей є різними. Вплив недосконалостей на область стійкості не є пропорційним до відповідних комбінацій навантажень.

Вважаємо, що областю стійкості оболонки при конкретній максимальній амплітуді її недосконалості є область, яка лежить між осями координат та мінімальними значеннями критичних сполучень навантаження (табл. 3), які відповідають кривим, що обмежують знизу області стійкості оболонки з різними формами і максимальними амплітудами недосконалості.

Таблиця 2

| $\Delta_{\max}$ | Коеф. навант. $\alpha$ | Критичне значення комбінованого навантаження<br>[ $P_{кр} / P_{кр}^0; q_{кр} / q_{кр}^0$ ] |                |                |                |                |
|-----------------|------------------------|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                 |                        | $\gamma = 0$   | $\gamma = 0,3$ | $\gamma = 0,5$ | $\gamma = 0,7$ | $\gamma = 1$   |
| $0,5t_{min}$    | 0                      | [0; 0,742]   | [0; 0,795]     | [0; 0,846]     | [0; 0,866]     | [0; 0,934]     |
|                 | 0.3                    | [0,146; 0,34]  | [0,145; 0,35]  | [0,135; 0,315] | [0,135; 0,315] | [0,12; 0,28]   |
|                 | 0.5                    | [0,275; 0,275]   | [0,275; 0,275] | [0,25; 0,25]   | [0,225; 0,225] | [0,2; 0,2]     |
|                 | 0.7                    | [0,42; 0,18]   | [0,42; 0,18]   | [0,385; 0,165] | [0,35; 0,15]   | [0,315; 0,135] |
|                 | 1                      | [0,8; 0]   | [0,65; 0]      | [0,6; 0]       | [0,55; 0]      | [0,5; 0]       |
| $t_{min}$       | 0                      | [0; 0,601]   | [0; 0,626]     | [0; 0,682]     | [0; 0,754]     | [0; 0,9]       |
|                 | 0.3                    | [0,113; 0,263]   | [0,09; 0,21]   | [0,09; 0,21]   | [0,081; 0,188] | [0,083; 0,193] |
|                 | 0.5                    | [0,2; 0,2]   | [0,175; 0,175] | [0,15; 0,15]   | [0,141; 0,141] | [0,15; 0,15]   |
|                 | 0.7                    | [0,315; 0,135]   | [0,245; 0,105] | [0,21; 0,09]   | [0,21; 0,09]   | [0,21; 0,09]   |
|                 | 1                      | [0,619; 0]   | [0,4; 0]       | [0,35; 0]      | [0,32; 0]      | [0,33; 0]      |
| $1,5t_{min}$    | 0                      | [0; 0,5]   | [0; 0,524]     | [0; 0,6]       | [0; 0,702]     | [0; 0,842]     |
|                 | 0.3                    | [0,09; 0,21]   | [0,075; 0,175] | [0,075; 0,175] | [0,075; 0,175] | [0,075; 0,175] |
|                 | 0.5                    | [0,15; 0,15]   | [0,125; 0,125] | [0,125; 0,125] | [0,125; 0,125] | [0,127; 0,127] |
|                 | 0.7                    | [0,245; 0,105]   | [0,185; 0,075] | [0,195; 0,083] | [0,192; 0,082] | [0,185; 0,079] |
|                 | 1                      | [0,5; 0]   | [0,3; 0]       | [0,297; 0]     | [0,289; 0]     | [0,284; 0]     |
| $2t_{min}$      | 0                      | [0; 0,742]   | [0; 0,795]     | [0; 0,846]     | [0; 0,866]     | [0; 0,934]     |
|                 | 0.3                    | [0,146; 0,34]  | [0,145; 0,35]  | [0,135; 0,315] | [0,135; 0,315] | [0,12; 0,28]   |
|                 | 0.5                    | [0,275; 0,275]   | [0,275; 0,275] | [0,25; 0,25]   | [0,225; 0,225] | [0,2; 0,2]     |
|                 | 0.7                    | [0,42; 0,18]   | [0,42; 0,18]   | [0,385; 0,165] | [0,35; 0,15]   | [0,315; 0,135] |
|                 | 1                      | [0,8; 0]   | [0,65; 0]      | [0,6; 0]       | [0,55; 0]      | [0,5; 0]       |

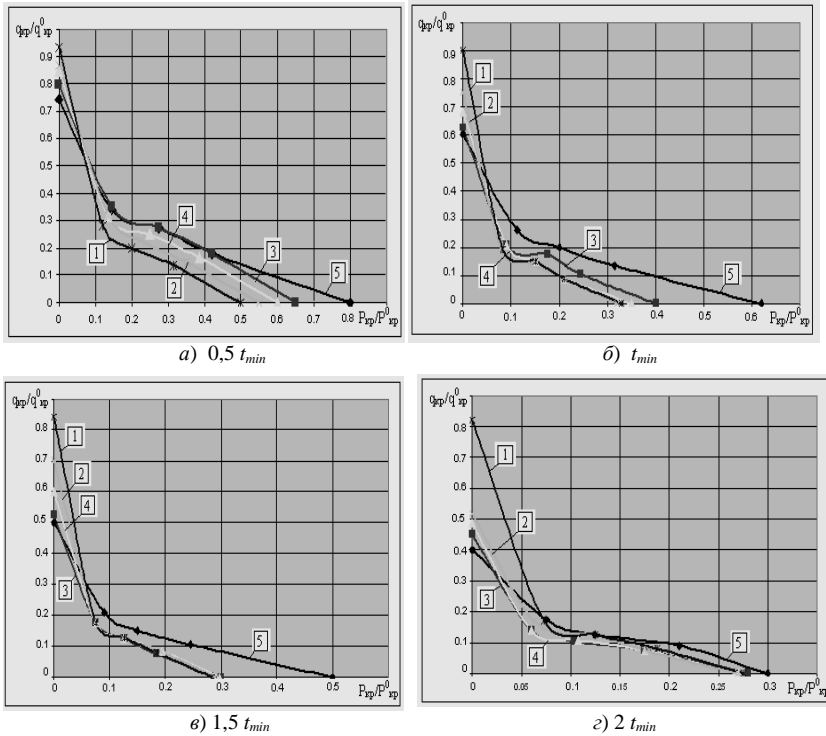


Рис. 2. Діаграми областей стійкості циліндричної оболонки для оболонки з недосконаlostями різної форми і амплітуди:  
1)  $\gamma = 0$ ; 2)  $\gamma = 0,3$ ; 3)  $\gamma = 0,7$ ; 4)  $\gamma = 0,5$ ; 5)  $\gamma = 1$

Таблиця 3

| Мінімальні критичні значення комбінованого навантаження<br>[ $P_{кр} / P_{кр}^0$ ; $q_{кр} / q_{кр}^0$ ] <sub>мін</sub> |                |                |                |
|---|----------------|----------------|----------------|
| $0,5t_{min}$  | $t_{min}$      | $1,5t_{min}$   | $2t_{min}$     |
| [0; 0,742]  | [0; 0,601]     | [0; 0,5]       | [0; 0,4]       |
| [0,12; 0,28]  | [0,081; 0,188] | [0,075; 0,175] | [0,06; 0,14]   |
| [0,2; 0,2]  | [0,141; 0,141] | [0,125; 0,125] | [0,103; 0,103] |
| [0,315; 0,135]  | [0,21; 0,09]   | [0,185; 0,079] | [0,175; 0,075] |
| [0,5; 0]  | [0,32; 0]      | [0,284; 0]     | [0,27; 0]      |

На рис. 3,а представлені криві мінімальних критичних сполучень осевого стиснення та поверхневого тиску недосконалої оболонки. Видно, що збільшення максимальної амплітуди недосконалості  $\Delta_{\text{макс}}$  призводить до зменшення області стійкості оболонки.

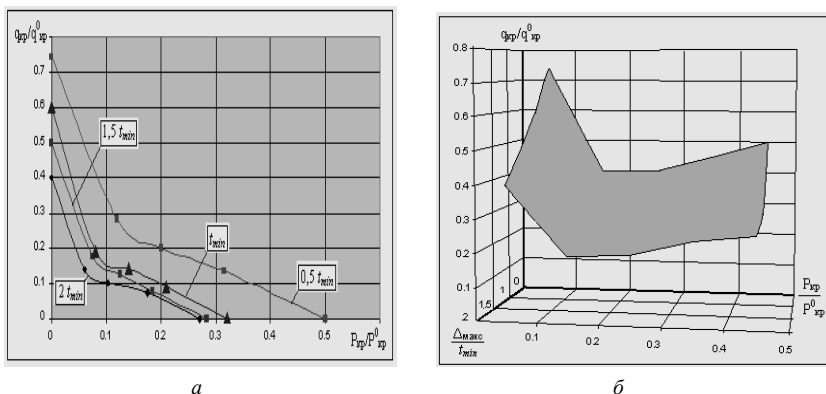


Рис. 4. Криві та поверхня критичних сполучень осевого стиснення та поверхневого тиску оболонки з нерегулярними недосконалостями

Вважаємо, що для в рахування всіх можливих амплітуд недосконалості оболонки треба за допомогою отриманих кривих (рис. 4, а) побудувати поверхню критичних сполучень осевого та бічного стиснення (рис. 4, б). Тоді областю стійкості оболонки змінної товщини з нерегулярними недосконалостями треба вважати область, яка обмежена поверхнею критичних сполучень навантажень та осями координат.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984с.
2. *Тимошенко С.П.* Устойчивость стержней, пластин и оболочек – М.: Наука, 1971. – 807с.
3. *Гоцуляк Є.О., А.Ю.Барвінко, Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Шах В.В.* Оцінка впливу початкових недосконалостей циліндричних оболонок резервуарів на їх стійкість при дії бічного тиску // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2008. – Вип. 82. – С. 48-54.
4. *Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Гаран І.Г.* Моделювання початкових недосконалостей циліндричної оболонки змінної товщини при дослідженні її стійкості при дії комбінованого навантаження// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – Вип.84. – К.:КНУБА, 2009. – С. 97 –103.
5. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. - М.: ДМК Пресс, 2001.- 448 С.

Отримано 27.05.10

*Гоцуляк Е.А., Лукьянченко О.А., Костина Е.В., Шах В.В.*

**ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ КРИТИЧЕСКИХ КОМБИНАЦИЙ ОСЕВОЙ И БОКОВОЙ НАГРУЗОК ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С НЕРЕГУЛЯРНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ**

Предложена численная методика исследования устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с нерегулярными несовершенствами при совместном действии осевого сжатия и поверхностного давления. Данный подход позволяет моделировать несовершенства в виде комбинаций форм потери устойчивости оболочки, строить поверхность критических сочетаний нагрузок, определять области устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с нерегулярными несовершенствами при действии комбинированной нагрузки.

*Goculyak E.O., Lukyanchenko O.O., Kostina E.V., Shah V.V.*

**CONSTRUCTION OF CRITICAL COMBINATIONS OF THE AXIAL AND SURFACAL LOADINGS SURFACE ON CYLINDRICAL SHELLS OF VARIABLE THICKNESS WITH IRREGULAR IMPERFECTIONS**

The numerical research method for stability of cylindrical shells of variable thickness with irregular imperfections under the combined action of axial compression and superficial pressure is offered. This approach allows to design imperfection as combinations of buckling modes of shell, to build the surface of critical combinations of loadings, to determine the areas of stability of cylindrical shells of variable thickness with irregular imperfections under the action of the combined loading.