

УДК 539.3

В.А. Баженов, д-р техн. наук

Ю.В. Максим'юк

В.П. Андрієвський

О.І. Гуляр, д-р техн. наук

ВПЛИВ УРАХУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ НА ВЕЛИЧИНУ РОЗРАХУНКОВОГО РЕСУРСУ ХВОСТОВИКА ЛОПАТКИ ГТУ

Досліджено вплив геометричної нелінійності на розрахунковий ресурс хвостовика лопатки стаціонарної газотурбінної установки в умовах повзучості.

Вступ. Хвостовик є важливою складовою частиною лопаток стаціонарних газотурбінних установок (ГТУ), розрахунковий ресурс якого значною мірою визначає їх загальний ресурс.

Одним із найбільш важливих питань, від яких залежить достовірність отримуваних результатів досліджень, є коректне визначення розрахункової схеми об'єкта і постановки задачі. Огляд відомих підходів, присвячених різним аспектам обґрунтування постановки задачі та конкретним результатам розрахунку різних типів хвостовиків наведено в роботах [1,3,22].

Найбільш адекватною розрахунковою схемою хвостовика є така, що дозволяє врахувати його взаємодію з фрагментом диска двигуна (рис.1) [1,17,20,22,23,26]. Розв'язання задачі про деформування хвостовика в такій постановці потребує наявності інформації про жорсткість зубців диска турбіни. В той же час, для моделювання таких умов обпирання пружні опори доцільно замінити зустрічною деталлю, що за геометрією та умовами роботи відповідає фрагменту обода диска турбіни. Розгляд сукупності цих елементів ГТУ призводить до необхідності розрахунку ялинкового з'єднання, яке являє собою об'єкт складної структури. Для побудови відповідної дискретної моделі

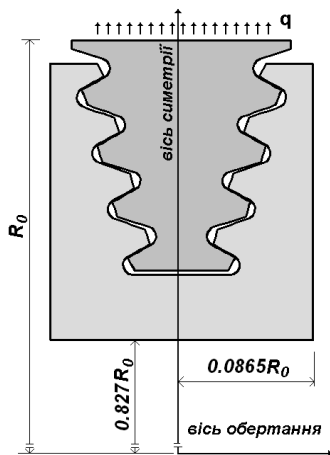


Рис. 1

особливого значення набуває використання концепції багатофрагментних сіткових моделей.

Замкові з'єднання лопаток із дисками працюють в умовах важкого і тривалого термосилового навантаження. При температурі газів перед турбіною $820^{\circ}\text{C} - 900^{\circ}\text{C}$ для з'єднання характерною є температура приблизно 700 C [4]. Несуча здатність деталі в цих умовах значною мірою визначається накопиченням деформацій повзучості і погіршенням фізико-механічних властивостей матеріалу, що потребує використання рівнянь, які враховують накопичення пошкодженості [1,4,7,9,14, ін.] Крім того як зазначено в монографії [6] при конструюванні ГТУ необхідно враховувати також вплив зміни початкової форми окремих деталей.

Інженерні методики розрахунку хвостовиків лопаток ґрунтуються на використанні приблизного закону розподілення навантаження між зубцями з'єднання і не враховують всього комплексу факторів (концентрація напружень, повзучість тощо), у зв'язку з чим виконуються із використанням значних коефіцієнтів запасу [6]. В той же час, внаслідок складної форми досліджуваного об'єкта, його напружено-деформований стан в площині поперечного перерізу відрізняється суттєвою неоднорідністю. При цьому, як показано в роботі [22] зменшення такої неоднорідності шляхом змінення величин зазорів між зубцями хвостовика та диску є практично неможливим. Вплив умов взаємодії по лінії контакту хвостовика і диска на результати досліджень в кожному конкретному випадку потребують додаткових досліджень, а коректне визначення напружено-деформованого стану об'єкта, навіть на етапі пружного деформування, вимагає залучення чисельних методів [1,20, ін].

Чисельне розв'язання задач про визначення напружено-деформованого стану і ресурсу хвостовиків та ялинкових з'єднань як правило, виконується у двовимірній постановці в умовах плоского деформованого стану [1,4,6,9,15,17,20,24], в просторовій постановці відомі лише окремі результати дослідження пружного деформування [23]. Це, насамперед, пов'язано із складністю постановки і розв'язання просторових задач повзучості із урахуванням накопичення пошкодженості, а також незначними відхиленнями величини напружень в напрямку, перпендикулярному площині поперечного перерізу.

Визначення величини розрахункового ресурсу з урахуванням процесу повзучості здебільшого проводяться на основі визначення стаціонарного напружено-деформованого стану або моделювання окремих етапів деформування і подальшої екстраполяції цих результатів на весь процес навантаження [4,15,17,18,20]. В декількох роботах моделювання процесу повзучості здійснено без урахування пошкодженості матеріалу [4,15]. Визначення ресурсу на основі чисельного моделювання повзучості з

урахуванням процесу накопичення пошкодженості здійснено в роботах [17,18], при цьому в [18] розв'язання задачі здійснено до досягнення параметром пошкодженості критичного значення.

Необхідно відзначити, що питання дослідження впливу на величину розрахункового ресурсу геометрично-нелінійного деформування в відомих роботах залишилось поза увагою.

Мета даної роботи полягає в дослідженні впливу урахування геометричної нелінійності на величину розрахункового ресурсу хвостовика стаціонарної газотурбінної установки в умовах повзучості з урахуванням накопичення пошкодженості матеріалу.

1. Вихідні та розрахункові співвідношення геометрично нелінійної задачі повзучості з урахуванням пошкодженості. При дослідженні геометрично нелінійних задач для двовимірних тіл обертання доцільно використовувати дві системи координат: базисну і місцеву (Лагранжеву).

Опис напружено-деформованого стану об'єктів в процесах, що супроводжуються великими подовженнями і поворотами, як правило, виконується в двох конфігураціях: відрахунковій початковій x_0^i і актуальній X^i (рис. 2).

Повні деформації в актуальній конфігурації визначаються співвідношенням :

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(F^{ij} - G^{ij}). \quad (1)$$

де F^{ij} – компоненти міри деформації Фінгера, що дорівнюють відповідним компонентам метричного тензору в початковій відрахунковій конфігурації g_o^{ij} , $F^{ij} = g_o^{ij}$, де G^{ij} – компоненти метричного тензору в актуальній конфігурації.

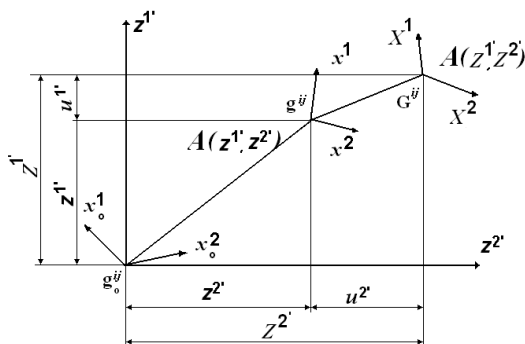


Рис. 2

Введемо проміжну перемінну відрахункову конфігурацію x^i (рис. 2.), компоненти метричного тензора якої позначимо через g^{ij} [10]. Перемінну відрахункову конфігурацію приймаємо достатньо близькою до актуальної таким чином, щоб приріст компонент метричного тензора був малою величиною порівняно з G^{ij} :

$$\Delta G^{ij} = (G^{ij} - g^{ij}) \ll G^{ij}. \quad (2)$$

Використовуючи перемінну відрахункову конфігурацію представимо деформацію в вигляді суми компонент, обумовлених переходом від початкової відрахункової до перемінної і від перемінної до відрахункової конфігурації:

$$\varepsilon_o^{ij} = \varepsilon^{ij} + \Delta \varepsilon^{ij},$$

де

$$\begin{aligned} \varepsilon^{ij} &= \frac{1}{2} (g_o^{ij} - g^{ij}), \\ \Delta \varepsilon^{ij} &= \frac{1}{2} (g^{ij} - G^{ij}) = -\frac{1}{2} \Delta G^{ij}. \end{aligned} \quad (3)$$

Коваріантні компоненти ΔG^{ij} визначаються з умови:

$$G^{ik} G_{kj} = \delta_j^i. \quad (4)$$

Представимо компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації в відповідності з (2):

$$(g^{ik} + \Delta G^{ik})(g_{kj} + \Delta G_{kj}) - \delta_j^i = 0. \quad (5)$$

Нехтуючи приростом малих величин $\Delta G^{ik} \Delta G_{kj}$, одержуємо:

$$\Delta G^{ik} g_{kj} + \Delta G_{kj} g^{ik} = 0,$$

Звідси

$$\Delta G^{ik} = -\Delta G_{kj} g^{ik} g^{il}. \quad (6)$$

Коваріантні компоненти приросту деформацій в актуальній конфігурації відносно перемінної відрахункової дорівнюють:

$$\Delta \varepsilon_{kl} = \Delta \varepsilon^{ij} G_{ik} G_{jl} \approx \Delta \varepsilon^{ij} g_{ik} g_{jl} = -\frac{1}{2} \Delta G^{ij} g_{ik} g_{jl} = \frac{1}{2} \Delta G_{kl}. \quad (7)$$

Будемо вважати, що в кожній точці тіла для актуальної і проміжної відрахункової конфігурації відомі компоненти тензору перетворення $z_{,\beta}^{\alpha'}$, і $Z_{,\beta}^{\alpha'}$ відповідно, що обумовлюють зв'язок між місцевою та базисною системою координат:

$$z_{,\beta}^{\alpha'} = \frac{\partial z^{\alpha'}}{\partial x_{\beta}}, \quad Z_{,\beta}^{\alpha'} = \frac{\partial Z^{\alpha'}}{\partial X_{\beta}}. \quad (8)$$

Подамо компоненти метричного тензору g_{mn} в місцевій системі координат через коефіцієнти перетворення і компоненти метричного тензора базисної декартової системи координат:

$$g_{ij} = z_i^{m'} z_j^{n'} g_{m'n'}, \quad g_{\alpha'\beta'} = 1, \quad g_{\alpha'3'} = 0, \quad g_{3'3'} = (z^{2'})^2$$

$$g_{\alpha\beta} = z_{\alpha}^{v'} z_{\beta}^{v'}, \quad g_{33} = (z^{2'})^2.$$

Аналогічно,

$$G_{\alpha\beta} = Z_{\alpha}^{v'} Z_{\beta}^{v'}, \quad G_{33} = (Z^{2'})^2. \quad (9)$$

Нове положення точки А в системі $z^{i'}$ визначається координатами:

$$Z^{\alpha'} = z^{\alpha'} + u^{\alpha'}.$$

Диференціюючи по x^i , визначимо компоненти тензора перетворення:

$$Z_{,\beta}^{\alpha'} = z_{,\beta}^{\alpha'} + u_{,\beta}^{\alpha'}.$$

Представимо коваріантні компоненти метричного тензора $G_{\alpha\beta}$ в актуальній конфігурації через компоненти тензора перетворень:

$$G_{\alpha\beta} = (z_{,\alpha}^{v'} + u_{,\alpha}^{v'}) (z_{,\beta}^{v'} + u_{,\beta}^{v'}) = z_{,\alpha}^{v'} z_{,\beta}^{v'} + z_{,\alpha}^{v'} u_{,\beta}^{v'} + z_{,\beta}^{v'} u_{,\alpha}^{v'} + u_{,\alpha}^{v'} u_{,\beta}^{v'}$$

$$G_{33} = (z^{2'} + u^{2'})^2. \quad (10)$$

Перепишемо (10) в вигляді:

$$G_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + \Delta G_{\alpha\beta},$$

$$G_{33} = g_{33} + \Delta G_{33},$$

де

$$\Delta G_{\alpha\beta} = z_{,\alpha}^{\nu'} u_{,\beta}^{\nu'} + z_{,\beta}^{\nu'} u_{,\alpha}^{\nu'} + u_{,\alpha}^{\nu'} u_{,\beta}^{\nu'},$$

$$\Delta G_{33} = \left(2z^{\prime} u^{\prime} + (u^{\prime})^2 \right). \quad (11)$$

Підставляючи (11) в (7), опускаємо в подальшому знак Δ запишемо геометричні рівняння деформованого тіла для коваріантних і контраваріантних компонент приросту деформації в проміжній відрахунковій конфігурації:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(z_{,\alpha}^{\nu'} u_{,\beta}^{\nu'} + z_{,\beta}^{\nu'} u_{,\alpha}^{\nu'} + u_{,\alpha}^{\nu'} u_{,\beta}^{\nu'} \right),$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1}{2} \left(2z^{\prime} u^{\prime} + (u^{\prime})^2 \right). \quad (12)$$

Згідно прийнятим припущенням, співвідношення (12) справедливе при малих $\Delta\varepsilon_{kl}$ і великих переміщеннях.

Лінійний тензор деформацій обчислюємо за формулою:

$$\hat{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(z_{,\alpha}^{\nu'} u_{,\beta}^{\nu'} + z_{,\beta}^{\nu'} u_{,\alpha}^{\nu'} \right),$$

$$\hat{\varepsilon}_{33} = z^{\prime} u^{\prime}.$$

При ізотермічному навантаженні зв'язок між напруженнями і деформаціями визначається співвідношеннями теорії пластичного течіння для матеріалу при ізотропному спрочненні.

Повний приріст тензора деформацій $d\varepsilon_{ij}$ дорівнює сумі приросту пружних $d\varepsilon_{ij}^e$ і деформацій повзучості $d\varepsilon_{ij}^c$

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^c. \quad (13)$$

Передбачається, що пружні деформації малі і зв'язані з напруженнями узагальненим законом Гука:

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl}.$$

Опис деформування в умовах повзучості з урахуванням накопичення пошкодженості здійснюється на основі співвідношень теорії Качанова-Работнова [13,21]:

$$\xi_i^c = D \left(\frac{\sigma_i}{1 - \omega} \right)^m, \quad (14)$$

де інтенсивність швидкості деформацій повзучості $\xi_c^i = \frac{d\varepsilon_c^i}{dt}$, $\varepsilon_c^i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2(D\varepsilon)}$ – інтенсивність деформацій повзучості [20]; t – час, ω – параметр пошкодженості матеріалу Ю.М.Работнова [21], $\sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s^{ij}}/2$ – інтенсивність нормальних напружень; D, m – константи матеріалу, що залежать від температури і визначаються з базових експериментів на повзучість.

Значення величини параметра пошкодженості $\omega = \omega(t)$ змінюється в процесі деформування матеріалу від $\omega_0 = 0$ в вихідному стані матеріалу до $\omega^* = 1$, що відповідає умові локальної втрати несучої здатності.

Взаємозв'язок компонент тензора швидкостей деформацій повзучості ξ_{ij}^c і напружень має вигляд:

$$\xi_{ij}^c = \frac{d\varepsilon_{ij}^c}{dt} = \frac{3}{2} \xi_i^c \frac{s_{ij}}{\sigma_i}. \quad (15)$$

Для здійснення опису деформування матеріалу в умовах повзучості необхідно наведене співвідношення доповнити рівнянням, що описує зміни з часом параметра пошкодженості:

$$\frac{d\omega}{dt} \omega^{-\beta} = C_2 \left[\frac{\sigma_e}{1 - \omega} \right]^m,$$

де σ_e – еквівалентне напруження, обчислене відповідно до обраного критерію міцності [12].

Згідно з роботою [8] найбільш загальною структурою виразу для еквівалентного напруження при ізотропному характері накопичення пошкодженості є:

$$\sigma_e = \alpha \sigma_1 + \beta I_1(\sigma_{ij}) + \gamma I_2(s_{ij}),$$

де $I_1(\sigma_{ij})$, $I_2(s_{ij})$ – відповідно перший і другий інваріанти тензора σ_{ij} і девіатора напружень s_{ij} ; α, β, γ – константи матеріалу, $\alpha + \beta + \gamma = 1$

Наведені фізичні співвідношення дозволяють проводити опис процесу континуального руйнування двовимірних тіл на основі моделювання деформацій повзучості з урахуванням пошкодженості матеріалу.

Для отримання матриці жорсткості використовуємо лінійний зв'язок між приростом деформацій і приростом переміщень [10]. Враховуючи залежності між коефіцієнтами розкладання прирощень деформацій, отримуємо вираз варіації енергії:

$$\delta W = \left(\delta \{u\}^T \right) [K]_n \{u\}_n, \quad (16)$$

де $[K]_n$ – матриця жорсткості:

$$[K]_n = \left\{ \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}^\wedge \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overset{\circ}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}^\wedge \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left[\begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_1^\wedge \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overset{\circ}{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_1^\wedge \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_2^\wedge \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \overset{\circ}{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_2^\wedge \end{bmatrix} \right] \sqrt{\overset{\circ}{g}} \right\}. \quad (17)$$

При поданні варіації енергії деформацій в такому вигляді:

$$\delta W = \left(\delta \{u\}^T \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B} \end{bmatrix}^T \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} + \frac{1}{12} \left(\delta \{u\}^T \left(\begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_1 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_2 \end{bmatrix}^T \right) \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} \sqrt{\overset{\circ}{g}} = \\ = \delta \{u\}^T \left\{ \overset{\circ}{\tilde{r}} \right\}$$

отримаємо вектор вузлових реакцій, що визначаються по значенням повних напружень в актуальній конфігурації за такою формулою:

$$\left\{ \overset{\circ}{\tilde{r}} \right\} = \left[\begin{bmatrix} \overset{\circ}{B} \end{bmatrix}^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} + \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_1 \end{bmatrix}^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,1} \right\} + \begin{bmatrix} \overset{\circ}{B}_2 \end{bmatrix}^T \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,2} \right\} \right) \right] \sqrt{\overset{\circ}{g}}, \quad (18)$$

2. Алгоритм розв'язання системи нелінійних рівнянь.

Моделювання еволюційного процесу нелінійного деформування для геометрично нелінійних задач здійснюється кроковим методом за параметрами навантаження і часу. Вибір величини кроку за параметром Δt за часом здійснюється виходячи з необхідності дотримання умов збіжності, як ітераційного процесу розв'язання систем нелінійних рівнянь, так і отримуваних результатів. Правильний вибір кроку за часом

суттєво впливає на точність отримуваних результатів, тому проведення відповідних досліджень збіжності є важливим етапом розв'язання задачі. При розв'язанні задач повзучості при силовому навантаженні інтервал часу t , під час якого триває процес деформування, розбивається на скінченне число M відрізків Δt_m ($m = 1, 2, 3, \dots, M$) в загальному випадку різної величини. При цьому критерієм вибору оптимального значення Δt є збіжність ітераційного процесу розв'язання системи нелінійних рівнянь.

Передбачається, що механічні характеристики в межах кроку по часу є сталими і визначаються по результатам розв'язку на попередньому кроці.

На кожному кроці по часу Δt_m основні операції виконуються в такій послідовності. За величиною обраного кроку по часу Δt_m із використанням значень вектора прирощень переміщень на попередньому кроці $\{\Delta u_{m-1}\}$ і співвідношенням параметрів Δt_{m-1} і Δt_m визначається початкове значення приросту вектора переміщення на даному кроці $\{\Delta u_m\}$. На кожній ітерації n кроку m вектор невідомих переміщень $\{u\}_n^m$ системи нелінійних рівнянь МСЕ може бути поданий через рівняння наведені в роботі [19].

На кожній ітерації n кроку m розв'язання системи нелінійних рівнянь здійснюється із використанням алгоритму :

$$\{u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + \{\Delta u\}_n^m = \{u\}_{n-1}^m + [K]^{-1} (\{Q\}^m - \{R\}_n^m), \quad (19)$$

Умова збіжності ітераційного процесу:

$$\left(\{Q\}^m - \{R\}_n^m \right) \leq \zeta \left\| \{Q\}^m \right\|, \quad (20)$$

де ζ – параметр точності розв'язання системи нелінійних рівнянь.

У випадку наявності геометрично-нелінійного деформування наприкінці кожного кроку перерахунок базисних координат усіх вузлів сіткової області виконується по формулі:

$$z_m^\alpha = z_{m-1}^{\alpha'} + \Delta u_m^\alpha. \quad (21)$$

Для дослідження характеру збіжності і вірогідності результатів, отримуваних із використанням викладеного алгоритму розглянуто тестову задачу про згин защемленої по контуру круглої пластини, завантаженої рівномірно розподіленим навантаженням (рис. 3) з урахуванням геометричної нелінійності.

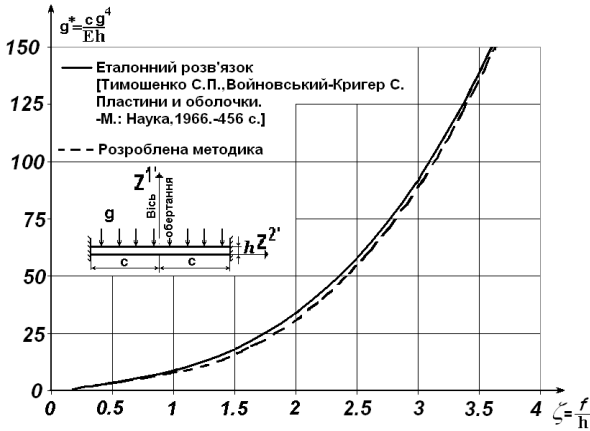


Рис. 3

Геометричні і механічні параметри пластини є наступними: $a=0.2$ м, $h=0.01$ м, модуль пружності $E=10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0.3$. В якості еталонного розв'язку використано результат показаний на (рис.3) суцільною лінією в вигляді залежності безрозмірного прогину в центрі пластини від безрозмірного параметра навантаження. Результати розв'язку, отриманого на основі МСЕ, майже повністю збігаються із еталонним розв'язком (рис. 3).

При наявності деформацій повзучості на початку кожної ітерації, n кроку m компоненти тензора напружень σ^{ij} обчислюються за формулою:

$$\left(\sigma^{ij}\right)_n = \left(\sigma^{ij}\right)_{n-1} + \left(\Delta\sigma^{ij}\right)_n, \quad (22)$$

де $\left(\Delta\sigma^{ij}\right)_n$ – прирощення напружень, які визначаються згідно з законом Гука за величиною прирощення повних деформацій.

Дійсні значення напружень $\left(\tilde{\sigma}^{ij}\right)_n^m$, що використовуються для визначення компонент вектора вузлових реакцій $\left\{R\right\}_n^m$, обчислюються за формулою:

$$\left(\tilde{\sigma}^{ij}\right)_n^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} \left(\sigma^{ij}\right)_n^m + \left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m = \left(\sigma_o\right)_n^m + \left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m, \quad (23)$$

де $\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m$ – компоненти девіатора напружень, що враховують прирощення

нелінійних деформацій повзучості.

Для визначення компонент $\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m$, що входять до складу (23), за (13)

обчислюється інтенсивність деформацій повзучості ξ_i^c і компоненти швидкостей деформацій повзучості:

$$\left(\xi_{ij}^c\right)_n^m = \frac{3}{2} \left[\xi_i^c\right]_m^n \frac{\left(s_{ij}\right)_n^m}{\left(\sigma_i\right)_m^n}. \quad (24)$$

де $\left(s^{ij}\right)_n^m = \left(\sigma\right)_n^m - \left(\sigma_0\right)_n^m$.

Прирошення деформацій повзучості $\left(\Delta \varepsilon_{ij}^c\right)_n^m$ на кроці за часом Δt_m обчислюються за формулою:

$$\left(\Delta \varepsilon_{ij}^c\right)_n^m = \left(\xi_{ij}^c\right)_n^m \Delta t_m, \quad (25)$$

після чого здійснюється визначення компонент девіатора $\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m$ дійсних напружень, що входять до формули (23) і враховують деформації повзучості:

$$\left(\overline{s^{ij}}\right)_n^m = \left(s^{ij}\right)_n^m - G_1 \left(\Delta \varepsilon_{ij}^c\right)_n^m, \quad (26)$$

де $G_1 = E / (1 - 2\nu)$.

За величинами напружень, отриманих за формулами (23)–(26) обчислюються вузлові реакції. Визначені з їх використанням переміщення перевіряються за умовою збіжності ітераційного процесу (20). В разі її виконання ітераційний процес на кроці завершується і проводиться обчислення прирощень деформацій повзучості $\left(\Delta \varepsilon_{ij}^c\right)_m$ і пошкоженості $\left(\Delta \omega\right)_m$ із використанням напружень, отриманих на останній ітерації кроку, і відповідних накопичених величин $\left(\varepsilon_{ij}^c\right)_m$ і ω_m :

$$\begin{aligned} \left(\varepsilon_{ij}^c\right)_m &= \left(\varepsilon_{ij}^c\right)_{m-1} + \left(\Delta \varepsilon_{ij}^c\right)_m = \left(\varepsilon_{ij}^c\right)_{m-1} + \left(\xi_{ij}^c\right)_m \Delta t_m, \\ \omega_m &= \omega_{m-1} + \left(\Delta \omega\right)_m = \omega_{m-1} + \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_m \Delta t_m. \end{aligned} \quad (27)$$

Формули (22), (24)–(26) є інваріантними щодо конкретизованого вигляду виразів ξ_i^c і $\frac{d\omega}{dt}$.

У кінці кожного кроку для всіх точок дискретної моделі здійснюється перевірка умови локальної втрати несучої здатності матеріалу:

$$\omega > \omega^*,$$

де ω^* – критичне значення параметра пошкодженості, що відповідає моменту руйнування матеріалу, $\omega^* \approx 1$ ($\omega^* = 0,9$ [16], $\omega^* = 0,95 \dots 0,96$ [25], $\omega^* = 0,99$ [5]).

Момент часу t^* , коли задовільняється умова (24) є моментом переходу від процесу накопичення пор і несучильностей у матеріалі, що враховуються інтегрально за допомогою параметра пошкодженості, до процесу зародження макроскопічних дефектів. Цей момент часу визначає величину основного ресурсу досліджуваного об'єкта.

Передбачаючи, що змінення швидкості деформування від кроку до кроку є незначним, значення приросту вектора переміщень на кроці m визначається таким чином:

$$\{\Delta u_m\} = \frac{\{\Delta u_{m-1}\} \Delta t_m}{\Delta t_{m-1}}.$$

Для дослідження характеру збіжності ітераційного процесу при розв'язанні задач повзучості і підтвердження вірогідності отримуваних результатів розглянемо тестовий приклад про деформування в умовах повзучості тонкостінної трубки [19]. При моделюванні процесу деформування розглядалася ділянка зразка, що обмежена двома поперечними перетинами, проведеними на відстані 1 мм, яка апроксимувалася із використанням вісесиметричного скінченного елемента (рис. 4).

Деформування під впливом постійного розтягуючого навантаження в умовах повзучості описується системою рівнянь:

$$\frac{d\varepsilon_{ic}}{dt} = A \frac{Sh(\sigma/c)}{(1-\omega)^{k_1}}, \quad \frac{d\omega}{dt} = B \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^{k_2},$$

де $A = 3,12 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$, $k_1 = 2,36$, $c = 20,5 \text{ МПа}$, $B = 0,58 \cdot 10^{-7} \text{ год}^{-1}$, $k_2 = 3,17$ – константи матеріалу при $T = 850^\circ \text{C}$ [11].

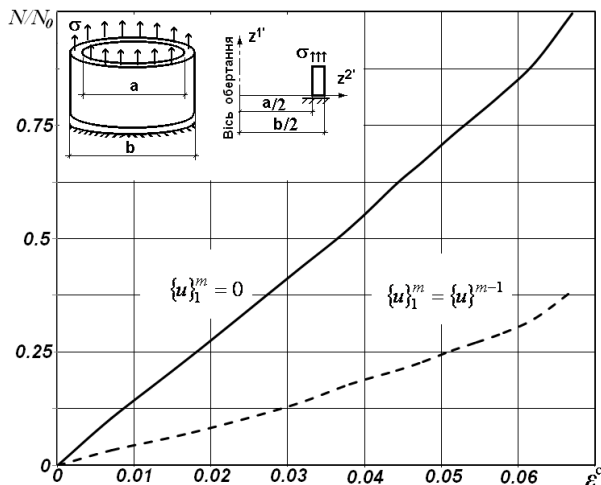


Рис. 4

Величини деформацій повзучості при $\sigma = 60\text{МПа}$, отримані за формулами (22)-(27) (таблиця 1), добре узгоджуються з експериментальним результатом [11].

Таблиця 1

t, год	2,5	5	7,5	10	12,5
ε_c % [еталон]	0,625	1,27	2,2	3,6	5
ε_c % (22)-(27)	0,625	1,29	2,4	3,76	5
Похибка	0	1,55%	9%	4,44%	0

На графіку (рис. 4) показана залежність відношення кількості ітерацій N , необхідних на розв'язання задачі при різних значеннях деформацій повзучості до кількості ітерацій N_0 , потрібної для розв'язання задачі до максимального рівня деформацій повзучості при застосуванні алгоритму при $\{u\}_1^m = 0$.

Як видно, застосування початкового наближення прирощень переміщень дозволяє зменшити обчислювальні витрати в три рази.

3. Визначення величини ресурсу хвостовика з урахуванням геометричної нелінійності в умовах повзучості.

Розрахунок хвостовика проведений в двовимірній постановці для середнього перетину хвостовика під впливом рівномірно розподіленого розтягуючого навантаження інтенсивністю $q=160$ МПа, що відповідає дії відцентрових сил пера лопатки (рис. 1). Зубці хвостовика спираються на відповідні до них вирізи в ободі диска, які деформуються. Таким чином, вздовж поверхонь сполучення зубців хвостовика із диском реалізуються граничні умови у вигляді пружних опор. Розв'язання задачі про деформування хвостовика в такій постановці потребує наявності інформації про жорсткість зубців диска турбіни. В той же час, для моделювання таких умов обпирання пружні опори доцільно замінити зустрічною деталлю, що за геометрією та умовами роботи відповідає фрагменту обода диска турбіни. Хвостовик із зустрічною деталлю утворюють ялинкове з'єднання.

Внаслідок симетрії при розрахунку розглядалася половина поперечного перетину об'єкта (рис.5,а), геометричні розміри подані у величинах, віднесених до радіусу R_0 кореневого перерізу лопатки. Без урахування геометричної нелінійності цей об'єкт було розглянуто в роботі [2].

Для опису деформування матеріалу в умовах повзучості застосовано рівняння:

$$\frac{d\varepsilon_c}{dt} = \frac{B\sigma^n}{(1-\omega)^r}, \quad \frac{d\omega}{dt} = C \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m \frac{1}{(1-\omega)^q} \quad (28)$$

$\sigma_e = \sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$ – еквівалентне напруження.

Дослідження збіжності отримуваних результатів в залежності від кількості невідомих скінченоелементної моделі проведено шляхом співставлення розподілів безрозмірної інтенсивності напружень [2] для сіток з кількістю невідомих 1074, 3344 та 9596.

Похибка визначення напружень при пружному деформуванні становить біля 2%. Тому в подальшому використовуємо сітку з 3344 кількістю невідомих (рис. 5,б).

Отримане розподілення безрозмірної інтенсивності напружень наведено на (рис. 6), показало, що максимальні напруження виникають на галтелях хвостовика та зустрічній деталі.

Для більш детального аналізу збіжності результатів було досліджено розподілення безрозмірної інтенсивності напружень вздовж кривої, що проходить через зону максимальних напружень вздовж поверхні зуба хвостовика. В роботі [2], показані результати, отримані при застосуванні

скінченоелементних моделей з кількістю невідомих 3344 та 9596 майже повністю співпав (похибка менше 1%), в той же час на сітці з кількістю невідомих 1074 максимальні напруження є меншими майже на 10%.

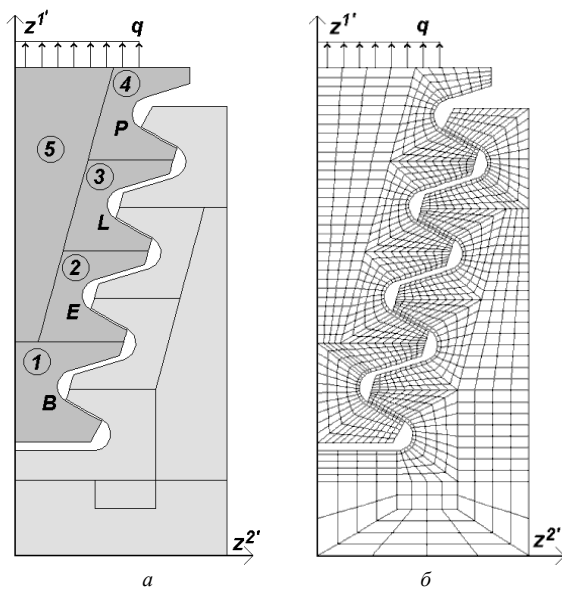
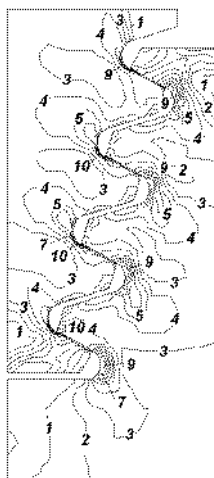


Рис. 5



Поз. на ізолініях	σ_i / σ_0
1	0,12
2	0,24
3	0,36
4	0,48
5	0,60
6	0,72
7	0,84
8	0,95
9	1,07
10	1,19

Рис. 6

В подальшому досліджувався вплив геометричної нелінійності в умовах повзучості на напружено-деформований стан об'єкту та величину основного ресурсу хвостовика.

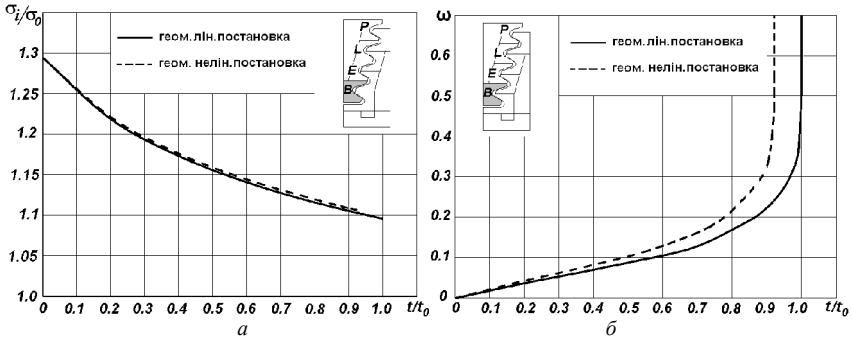


Рис. 7

На рис. 7а проілюстровано зміну безрозмірної інтенсивності напружень з часом в нижній галтелі хвостовика з урахуванням і без урахування геометричної нелінійності, залежність зміни параметра пошкодженості з часом показано на рис. 7б. На рис. 8а показана накопичення різниці розв'язку за часом зміни параметра пошкодженості з урахуванням і без урахування геометричної нелінійності. Розглядаючи графік можна зробити висновок, накопичення різниці відбувається по лінійному закону. На рис. 8б показано розподілення параметра пошкодженості вздовж радіусу цієї галтелі в момент часу $0,8t_0$.

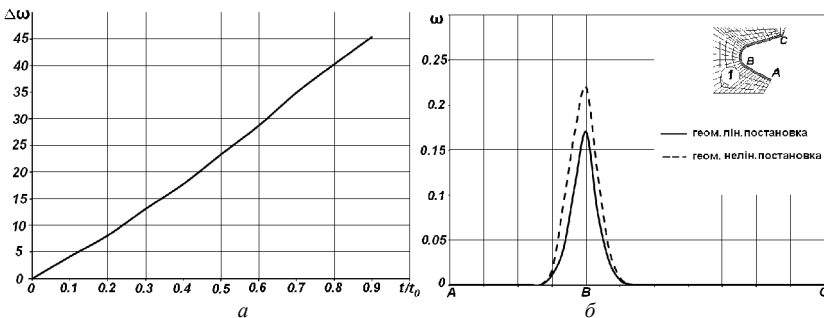


Рис. 8

Аналіз показав, що зміна інтенсивності напружень при геометрично лінійній і нелінійній постановках складає порядку біля 0,6%. В той же час ресурс зменшується на 8%.

На другому етапі розв'язання даної задачі проведено дослідження впливу неоднорідного температурного поля на еволюцію параметрів напружено-деформованого стану і розрахунковий ресурс хвостовика лопатки з урахуванням і без урахування геометричної нелінійності. Зміна температури по висоті поперечного перерізу хвостовика лопатки описується лінійним законом, максимальні і мінімальні значення лежать в межах $\pm 0.5\%$ від значення температури в перерізі, що знаходиться на відстані $0,9345R_0$ від осі обертання диска.

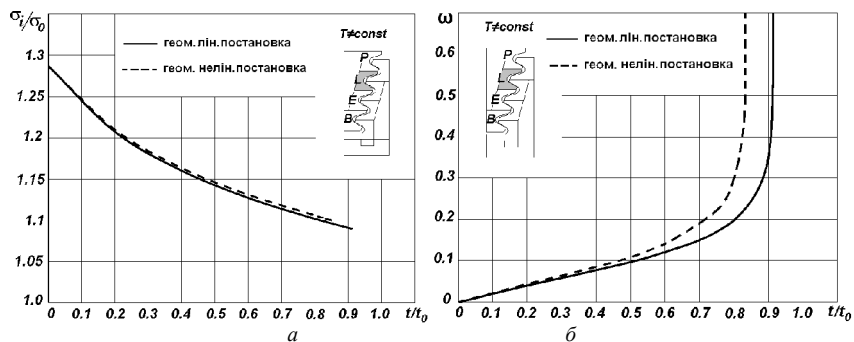


Рис. 10

Проведений розрахунок хвостовика показав, що врахування нерівномірного розподілення температури майже не впливає на загальний напружено-деформований стан. Відповідна якісна картина розподілення напружень як в цілому в поперечному перерізі так і вздовж галтелей, не змінюється. В той же час, температура суттєво відображається на фізико-механічних характеристиках матеріалу (константа повзучості) (28), що призводить до зміни ресурсу. Для даного розподілення температури значення розрахункового ресурсу становить $t^T = 0,91t$ [2].

З графіка зміни безрозмірної інтенсивності напружень та параметра пошкодженості з часом, що побудовані із урахуванням та без урахування геометричної нелінійності (рис. 10а,б) видно, що врахування нерівномірного розподілення температури в хвостовику приводить до зміни розташування точки, де виникають максимальні значення пошкодженості порівняно з розрахунком при постійній температурі. Максимальні значення напружень в початковий момент часу виникають в точці B, що знаходиться на галтелі фрагмента 1 (рис. 7а,б), а максимальні значення пошкодженості виникають в точці L фрагмента 3. На рис. 8а показана накопичення різниці розв'язку за часом зміни параметра пошкодженості з урахуванням і без урахування геометричної нелінійності тільки вже для галтелі номер L фрагмента 3. Також на рис. 11б показано

зміну параметра пошкодженості вздовж радіусу цієї галтелі в момент часу $0,8t_0$.

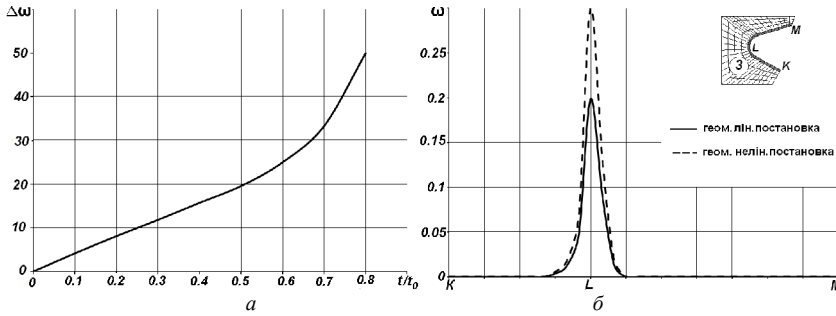


Рис. 11

Таким чином, проведене визначення ресурсу до початку руйнування хвостовика лопатки газотурбінної установки в умовах термосилового навантаження показало, що врахування нерівномірного розподілення температур по висоті дозволяє уточнити розрахунковий ресурс більш ніж на 9%, а врахування геометричної нелінійності в умовах повзучості – на 8% порівняно із геометрично лінійною постановкою.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Анищенко Г.О., Морачковський О.К.* Обзор решений задач ползучести и разрушения елочных замковых соединений лопаток ГТД. – Весник національного технічного університету «ХПИ» - Харків.: №38, 2007
2. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Андрієвський В.П.* Дослідження впливу нерівномірного розподілу температури на ресурс хвостовика лопатки газотурбінної установки // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 83. – С.3–32.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
4. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин: Справочник. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
5. *Бойл Дж., Спенс Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1976. – 360 с.
6. *Гецов Л.Б.* Материалы и прочность деталей газовых турбин. – М.: Недра, 1996. – 591 с.
7. *Гецов Л.Б.* Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. – Санкт-Петербург.:Изд. Политехнического университета, 2005. – 52 с.
8. *Голуб В.П.* Нелинейная механика континуальной поврежденности и ее приложение к задачам ползучести и усталости // Прикл. механика. – 2000. – № 3. – С. 31–66.
9. *Грубин Н.А.* Расчет на прочность елочного замка лопаток турбин. – М.: Машиностроение, 1970. – 184 с.

10. Гуляр О.І., Пискунов С.О., Максим'юк Ю.В., Сизевич Б.І Розрахункові співвідношення МССЕ геометрично нелінійної задачі термов'язкопружно-пластичного деформування вісесиметричних тіл з урахуванням пошкодженості матеріалу. - Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.:КНУБА, Вип.79, 2007.
11. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под ред. С.А. Шестерикова – М.: Машиностроение, 1983. –101 с.
12. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974.– 312 с.
13. Качанов Л.М. Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960. – 456 с.
14. Лейкин А.С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации. – М.: Машиностроение, 1968. – 372 с.
15. Мавлютов Р.Р. Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. –М.: Наука, 1981. – 141 с.
16. Мазур В.Н. Решение пространственных краевых задач термовязкопластичности с учетом повреждаемости материала при ползучести.// Известия ВУЗов: Машиностроение. – М.: Машиностроение, 1992. – № 4 – 6. – С. 41–45.
17. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть машиностроительных конструкций. – М., Машиностроение, 1981. – 221 с.
18. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля. – Прикладная механика - К.: т. 34, №3, 1998.
19. Пискунов С.О., Гуляр О.І., Максим'юк Ю.В. Алгоритм розв'язання геометрично нелінійної задачі термов'язко-пружнопластичного деформування вісесиметричних тіл. - Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. – К.:КНУБА, Вип.83, 2009
20. Приложение методов теории пластичности и ползучести к решению инженерных задач в машиностроении: в 2 ч. – К.: Вища школа, 1991.– Ч. 2. Можаровский Н.С., Качаловская Н.Е. Методы и алгоритмы решения краевых задач.: Учеб.пособие – 287 с.
21. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций.– М., Наука, 1966. – 732 с.
22. Сухинин В.П. Расчет нагрузочных и деформационных характеристик елочных хвостовых соединений рабочих лопаток паровых турбин. – Проблемы машиностроения, Харьков.: т.8, №1, 2005
23. Сухинин В.П., Фурсова Т.Н. Напряженно-деформированное состояние хвостовых соединений высоконагруженных лопаток паровых турбин – Весник національного технічного університета «ХПИ» - Харьков.: №3, 2010
24. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей. – М.: Машиностроение, 1981. – 552 с.
25. Шевченко Ю.Н., Мазур В.Н. Решение плоских и осесимметричных задач термовязкопластичности с учетом повреждаемости материала при ползучести // Прикл. механика. – 1986. – № 8. – С. 3–14.
26. Шульженко Н.Г., Гонтаровський П.П., Мележик І.І., Гецов Л.Б. Расчетная оценка живу чести многоопорных замковых соединений. – Весник двигателестроения. – Запорожье.: ОАО «Мотор Сич», №2, 2009

Отримано 07.05.10

Баженов В.А., Максимюк Ю.В., Андриевский В.П., Гуляр А.И.

**ВЛИЯНИЕ УЧЕТА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ
РАСЧЕТНОГО РЕСУРСА ХВОСТОВИКА ЛОПАТКИ ГТУ**

Исследовано влияние учёта геометрической нелинейности на расчетный ресурс хвостовика лопатки стационарной газотурбинной установки в условиях ползучести.

Bazhenov V.O., Maksymiuk Y.V., Andriievskiy V.P., Guliar A. I., Piskunov S.O.

**INFLUENCE OF ACCOUNT OF GEOMETRICAL NON-LINEARITY IS ON SIZE OF
CALCULATION RESOURCE OF TAILPRESS OF SHOULDER-BLADE OF GTU**

Influence of geometrical non-linearity on the calculation resource of blade tail press of the stationary gas-turbine setting under creep loading conditions is investigatigated.