

УДК 539.3

О.С. Погорелова, канд. фіз.-мат. наук
Т.Г. Постнікова, канд. техн. наук

ПОРІВНЯННЯ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ВІБРОУДАРНИХ СИСТЕМ РІЗНИХ ТИПІВ

Аналізується вплив змінювання як параметрів зовнішнього періодичного навантаження, так і конструктивних параметрів нелінійних віброударних систем з двома масами двох різних типів з двома ступенями вільності на характер їхнього руху. Удар моделюється силою контактної взаємодії, яка описується законом Герца. При змінюванні параметрів обидві системи змінюють характер коливальних режимів від одно ударного гармонічного до багато ударних субгармонійних аж до хаотичного. Але система з ударом о м'який обмежник дещо більш чутлива до змінювання параметрів і частіше змінює характер коливальних режимів, ніж система з ударом о твердий обмежник.

Вступ

Одним з головних завдань при підготовці сучасних освічених інженерів є необхідність дати їм в руки інструменти, які дозволяють розглядати досліджувані об'єкти з єдиної точки зору: "модель – розрахункова схема – отримання розв'язку – коректна інтерпретація результату" [1].

У статті ця задача розв'язується для різних типів двомасових нелінійних віброударних систем з двома ступнями вільності, на які діє періодичне зовнішнє навантаження. Перша модель віброударної системи з твердим обмежником коливань є класичною моделлю системи, у якій приєднане тіло може бути використане як ударний гаситель коливань (рис. 1,а). Друга модель з м'яким обмежником коливань відповідає віброударному майданчику, що широко застосовується у будівельному виробництві задля ущільнення бетонних сумішей та формовання бетонних виробів великої маси (рис. 1,б).

Колівання в віброударних системах характеризуються різким змінюванням швидкості в деякі проміжки часу, і за цією причиною їх іноді називають розривними. Та сама обставина є причиною нелінійності таких систем.

В літературі пропонуються принципи класифікації віброударних систем за різними аспектами [2], а саме за:

- числом ступенів вільності;
- кількістю перешкод, що обмежують рух;
- характером переміщення перешкод, що обмежують рух;
- типами сил, що діють в системі – сили пружності, сили опору;

- кількістю сил збурення;
- характером збурення – кінематичне чи динамічне;
- характеристиками сил, які аналізуються в системі – пружні сили: лінійні чи нелінійні, сили демпфірування: лінійні чи нелінійні, сили тертя: лінійні чи нелінійні;
- виглядом перешкод, що обмежують рух – тверді обмежники, м'які обмежники.

Розподіл механічних систем з ударами за виглядом перешкод, що обмежують рух, здійснюється на основі різних способів моделювання удару – вирішальним тут є коефіцієнт жорсткості; саме швидкоплинність удару та його сила визначаються жорсткістю контактуючих тіл. Вважається, що в системах з твердим обмежником тривалість удару є безмежно малою і коефіцієнт відновлення має постійне значення, тому удар може бути змодельований граничними умовами з використанням коефіцієнту відновлення. Інший варіант моделювання полягає в застосуванні нелінійної сили контактної взаємодії, яка діє лише під час удару і може бути описана різними законами [3]. В системах з м'яким обмежником припущення про миттєвість удару не відповідає дійсності. В своїх попередніх роботах ми довели, що в таких системах моделювання удару граничними умовами з використанням коефіцієнту відновлення не відтворює реальну картину руху віброударної системи, удар слід моделювати нелінійною силою контактної взаємодії [4].

1. Постановка задачі

В статті розглядаються віброударні системи з двома масами і з двома ступнями вільності, характеристики яких співпадають за усіма аспектами які представлені вище, крім одного, а саме властивості обмежувальної перешкоди – удар здійснюється о твердий чи о м'який обмежники.

Використання ударних процесів в цих віброударних системах пов'язано з тонкими динамічними ефектами, що супроводжують співудари тіл. При роботі віброударного гасителя (модель з ударом о твердий обмежник) його ефективність цілком визначається саме характером віброударних режимів руху[5]. При формуванні бетонної суміші (модель з ударом о м'який обмежник) удари нічого не руйнують, але необхідний технологічний результат досягається саме завдяки їм. Для того, щоб досягти ефективної роботи машини, треба навчитися її налаштовувати, і найбільш раціональний путь для цього – вивчити її динаміку і отримати найбільш повну інформацію про поведінку машини в різних умовах роботи та залежність цієї поведінки від змінювання параметрів конструкції [6].

На рис. 1 приведені схеми моделей віброударних систем. На основне тіло першої системи масою m_1 і на нижнє тіло другої діє періодична збуджуюча сила $F(t) = F_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

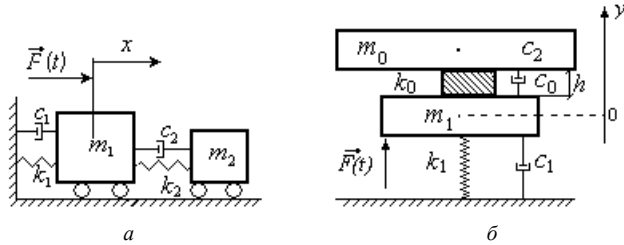


Рис. 1

Верхнє тіло другої системи має величезну масу (це є форма з бетоном), під час коливального руху воно відривається від прокладки та «підстрибує», потім падає на м'яку, піддатливу прокладку, при цьому відбувається удар о м'який обмежник коливань. Більш докладний опис цих моделей приведений в [3,4,7].

Рівняння руху першої системи мають вигляд:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -2\xi_1\omega_1\dot{x}_1 - \omega_1^2x_1 - 2\xi_2\omega_2\mu(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \omega_2^2\chi(x_1 - x_2 + D) + \\ &+ \frac{1}{m_1}[F(t) - F_{кон}(t)], \\ \ddot{x}_2 &= -2\xi_2\omega_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \omega_2^2(x_2 - x_1 - D) + \frac{1}{m_2}F_{кон}(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Для другої моделі маємо три системи рівнянь руху: сумісний рух тіл до першого відриву верхнього тіла

$$\begin{aligned} \ddot{y}_0 &= -g + \omega_0^2[h - (y_0 - y_1)] - 2(\xi_0 + \xi_2)\omega_0\dot{y}_0, \\ \ddot{y}_1 &= g\chi - \omega_1^2y_1 - \omega_0^2\chi[h - (y_0 - y_1)] - 2\xi_1\omega_1\dot{y}_0 + 2\xi_0\omega_0\chi\dot{y}_0 + \\ &+ \frac{F_0}{m_1}(\cos(\omega t) + \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

роздільний рух тіл після відриву верхнього тіла

$$\ddot{y}_0 = -g - 2\xi_2\omega_0\dot{y}_0,$$

$$\ddot{y}_1 = g\chi - \omega_1^2 y_1 - 2\xi_1 \omega_1 \dot{y}_1 + \frac{F_0}{m_1} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

сумісний рух тіл під час удару після падіння верхнього тіла на прокладку

$$\begin{aligned} \ddot{y}_0 &= -g - 2(\xi_0 + \xi_2)\omega_0 \dot{y}_0 + \frac{F_{\text{кон}}(t)}{m_0}, \\ \ddot{y}_1 &= g\chi - \omega_1^2 y_1 - 2\xi_1 \omega_1 \dot{y}_1 + 2\xi_0 \omega_0 \chi \dot{y}_0 - \frac{F_{\text{кон}}(t)}{m_1} + \\ &+ \frac{F_0}{m_1} \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (4)$$

Тут прийняті звичайні позначення:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}; \quad \xi_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1}, \quad \xi_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_2}; \quad \chi = \frac{m_2}{m_1}.$$

Числові характеристики обох систем та вихідні умови для рівнянь (1)-(4) приведені в [3,4,7].

В системах обох типів удар моделюємо нелінійною силою контактної взаємодії, яка змінюється відповідно закону Герца [8]:

$$F_{\text{кон}}(t) = K\alpha(t)^{3/2},$$

де $\alpha(t) = h - (y_0 - y_1)$ – відносне зближення тіл,

$$K = \frac{4}{3} \frac{q}{(\delta_0 + \delta_1)\sqrt{A+B}}, \quad \delta_0 = \frac{1-\mu_0^2}{E_0\pi}, \quad \delta_1 = \frac{1-\mu_1^2}{E_1\pi},$$

μ_i і E_i – коефіцієнти Пуасона та модулі Юнга для обох тіл, A , B і q – константи, які характеризують місцеву геометрію зони контакту.

В роботі аналізується та порівнюється динамічна поведінка двох віброударних систем, що описані вище, при змінюванні параметрів зовнішнього навантаження та таких параметрів систем, як маса одного з тіл та жорсткість обмежника.

2. Вплив маси одного з тіл віброударних систем

На рис. 2 представлені залежності напіврозмахів коливань основного тіла від маси приєднаного для моделі з твердим обмежником (рис. 2,а); верхнього тіла (форми з бетоном) від його маси для моделі з м'яким обмежником (рис. 2,б). При дослідженні впливу маси одного з тіл віброударної системи на її

поведінку маса, яка змінюється, приймається як $m=\lambda m_2$ для системи з твердим обмежником та $m=\lambda m_0$ для системи з м'яким.

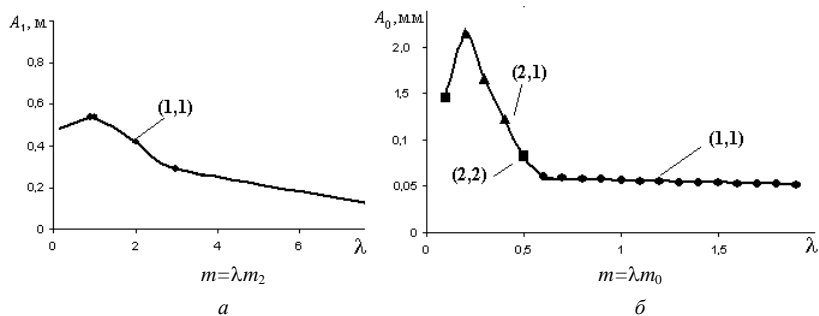


Рис. 2

Тут і далі субгармонічний (чи гармонічний) режим коливань періоду nT з k ударами за цикл називатимемо (n,k) -періодичним, де T -період зовнішнього навантаження [9]. Як видно із графіків, одноударний гармонічний режим – $(1,1)$ -періодичний – при змінюванні параметрів віброударної системи з м'яким обмежником змінюється субгармонічними $2T$ - періодичними режимами с двома та одним ударом за цикл.

На рис. 3 - б представлені зазначені режими. На рис. 3 – $(1,1)$ - періодичний режим коливань системи з твердим обмежником при $\lambda=1$. Тут і далі на графіках сили тонкою лінією зображена зовнішня гармонічна сила періоду T .

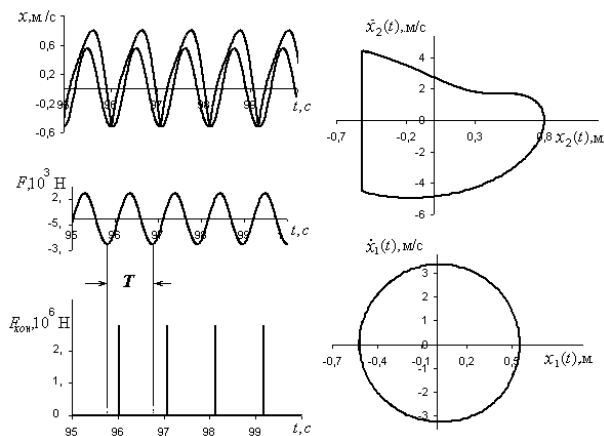


Рис. 3

На рис. 4 показано (1,1)- періодичний режим коливань системи з м'яким обмежником, якщо λ змінюється в діапазоні $0,6 \leq \lambda \leq 2$ (на рис. $\lambda=1$).

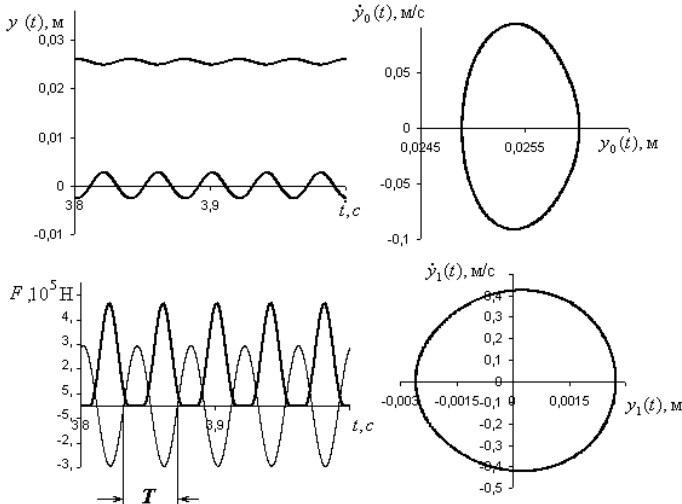


Рис. 4

На рис. 5 показано (2,1)- періодичний режим коливань системи з м'яким обмежником, якщо λ змінюється в діапазоні $0,2 \leq \lambda \leq 0,4$ (на рис. $\lambda=0,3$).

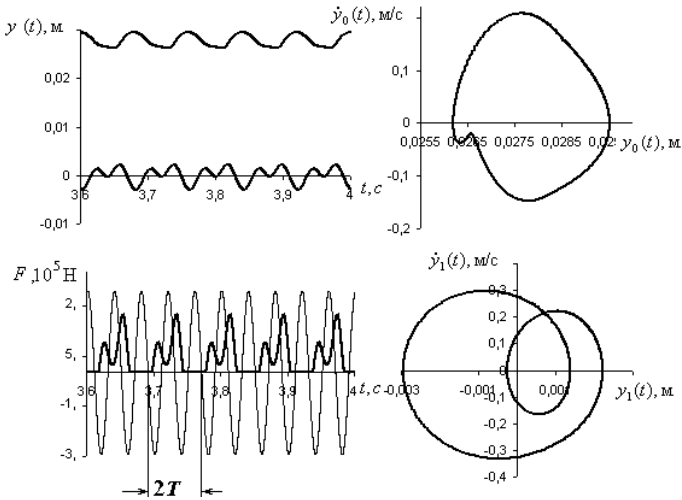


Рис. 5

На рис. 6 показано (2,2)- періодичний режим коливань системи з м'яким обмежником при $\lambda=0,5$.

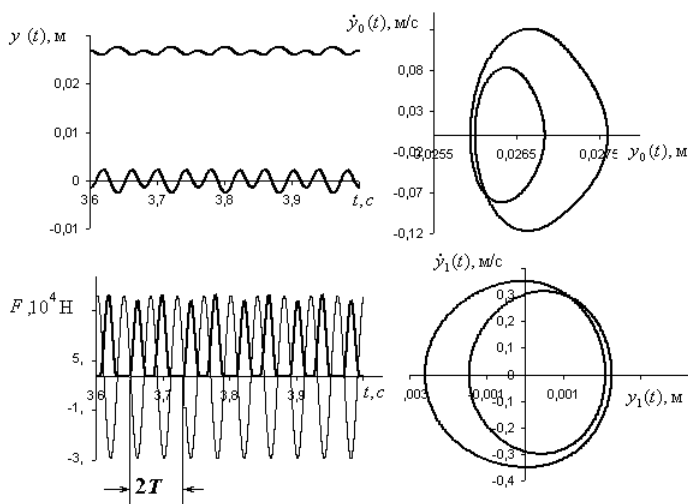


Рис. 6

3. Вплив жорсткості елемента віброударних систем

На рис. 7 представлені залежності напіврозмахів коливань основного тіла від жорсткості пружини, яка з'єднує тіла, для віброударної системи з твердим обмежником (рис. 7,а) та верхнього тіла від жорсткості прокладки для моделі з м'яким обмежником (рис. 7,б). При дослідженні впливу жорсткості на поведінку системи жорсткість, яка змінюється, приймається як $k=\lambda k_2$ для системи з твердим обмежником та $k=\lambda k_0$ для системи з м'яким.

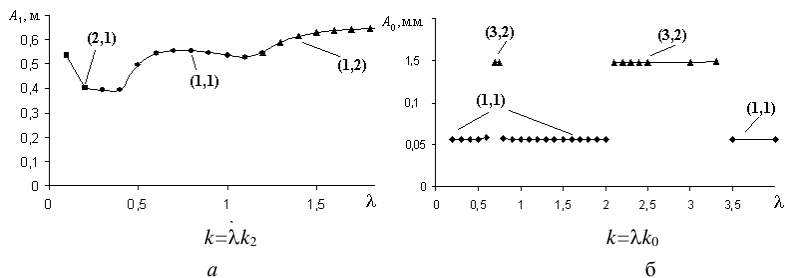


Рис. 7

Як видно із графіків, тут також одно ударний гармонійний режим – (1,1)- періодичний – змінюється багатьма ударними субгармонійними режимами при змінюванні жорсткості окремих елементів моделей.

На рис.8 - 11 представлені ці режими. На рис. 8 показано (2,1)- періодичний режим коливаль системи з твердим обмежником при $\lambda=0,1$.

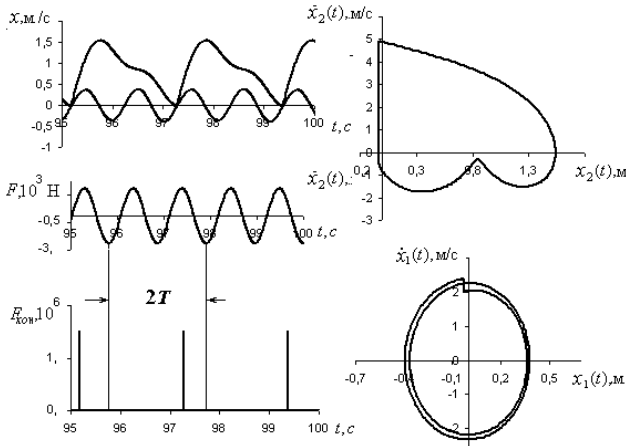


Рис. 8

На рис. 9 показано (1,1)- періодичний режим коливаль системи з твердим обмежником, якщо λ змінюється в діапазоні $0,2 \leq \lambda \leq 1,1$ (на рис. $\lambda=1,0$).

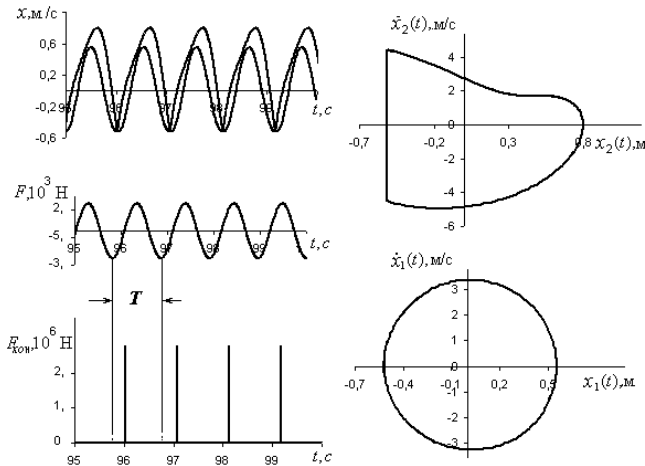


Рис. 9

На рис. 10 показано (1,2)- періодичний режим коливань системи з твердим обмежником, якщо λ змінюється в діапазоні $1,2 \leq \lambda \leq 2,0$ (на рис. $\lambda=1,5$).

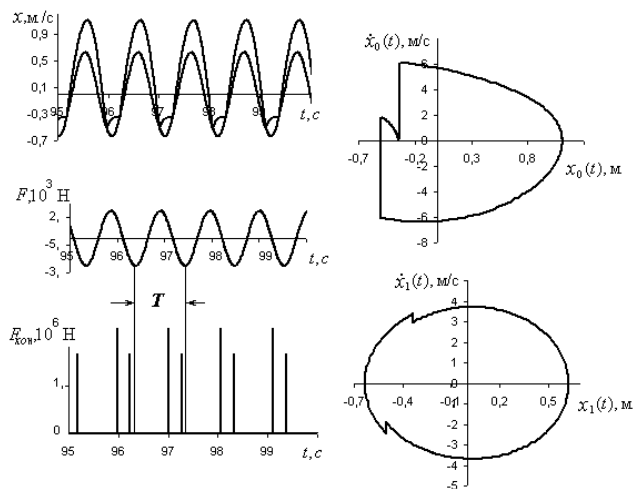


Рис. 10

На рис. 11 показано (3,2)- періодичний режим коливань системи з м'яким обмежником, якщо λ змінюється в діапазоні $0,7 \leq \lambda \leq 0,75$ чи в діапазоні $2,1 \leq \lambda \leq 3,3$ (наприклад, на рис. $\lambda=2,2$).

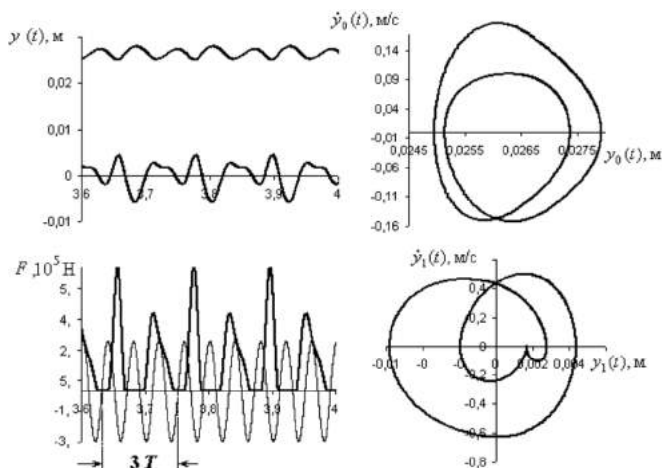


Рис. 11

Для аналізу впливу жорсткості досліджувалась також залежність коливальних режимів та їхніх характеристик від змінювання модуля пружності тіл, що контактують. В системі з твердим обмежником вважалось, що основне тіло та приєднане (гаситель) в зоні контакту мають однаковий матеріал і, відповідно, однакові модулі пружності. Дослідження, виконані для 4-х різних матеріалів (сталь, мідь, алюміній та каучук), показали, що режим коливань залишається одно ударним гармонічним, змінювання модуля пружності впливає на величину контактної сили і практично не змінює величин напіввзмахів коливань. Наприклад, модуль пружності каучуку в 26000 разів менше, ніж у сталі, контактна сила менше в 60 разів, а напіввзмахи основного тіла збільшуться лише в 1,14 рази! В системі з м'яким обмежником вважалось, що форма завжди стальна, а модуль пружності прокладки змінюється. Дослідження показали, що в деякому діапазоні значень модуля пружності прокладки одно ударний гармонічний режим змінюється субгармонійним двох ударним – (3,2)- періодичним режимом. Докладніше ці дослідження описані в [7].

4. Вплив амплітуди зовнішнього періодичного навантаження

Подивимось тепер, як впливає на динамічну поведінку віброударних систем змінювання параметрів зовнішнього навантаження – його амплітуди та частоти. При дослідженні впливу амплітуди зовнішнього навантаження на поведінку системи введемо параметр зовнішнього навантаження, тобто гармонічну збурюючу силу запишемо у вигляді $F(t) = \lambda F_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Змінюючи λ і залишаючи незмінними інші параметри, простежимо вплив параметра зовнішнього навантаження на поведінку віброударних систем.

На рис. 12 представлені залежності напіввзмахів коливань основного тіла для моделі з твердим обмежником (рис. 12,а); верхнього тіла (форми з бетоном) для моделі з м'яким обмежником (рис. 12,б) від параметра зовнішнього навантаження, тобто криві навантаження для обох віброударних систем.

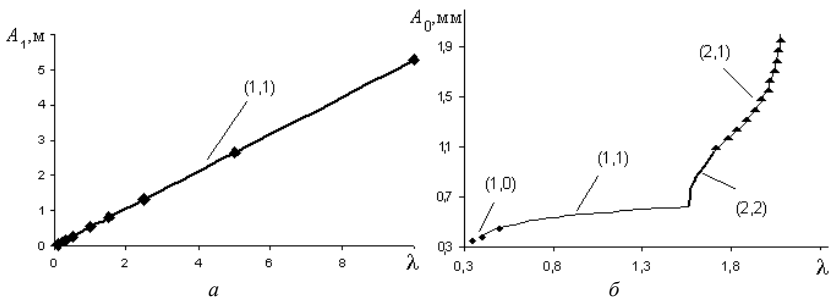


Рис. 12

Система з твердим обмежником в достатньо широкому діапазоні значень λ зберігає одно ударний гармонічний режим і лише при досить великому значенні $\lambda=20$ режим стає двох ударним – (1,2)- періодичним (рис. 13).

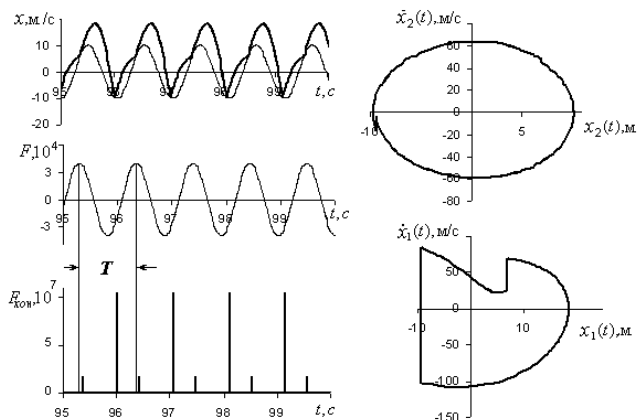


Рис. 13

В системі з м'яким обмежником при змінюванні λ режим коливань змінюється від без ударного (1,0)- періодичного при λ в діапазоні $0,35 \leq \lambda \leq 0,5$ до хаотичного при $\lambda \geq 2,07$. Докладніше ці режими віброударних коливань описані в [10].

5. Вплив частоти зовнішнього періодичного навантаження

Побудуємо тепер амплітудно-частотні характеристики обох віброударних систем, тобто простежимо, як змінюється їхня динамічна поведінка при змінюванні частоти зовнішнього навантаження. Параметр λ віднесемо до частоти і гармонічну збуджуючу силу запишемо у вигляді $F(t) = F_0 \cos(\lambda \omega t + \varphi)$. Одразу відмітимо, що амплітудно-частотні характеристики при змінюванні λ не мають багатї картини зміни режимів коливань. На рис. 14 представлені залежності напіврозмахів коливань основного тіла для моделі з твердим обмежником (рис. 14,а); верхнього тіла (форми з бетоном) для моделі з м'яким обмежником (рис. 14,б) від параметра частоти зовнішнього навантаження, тобто амплітудно-частотні характеристики для обох віброударних систем.

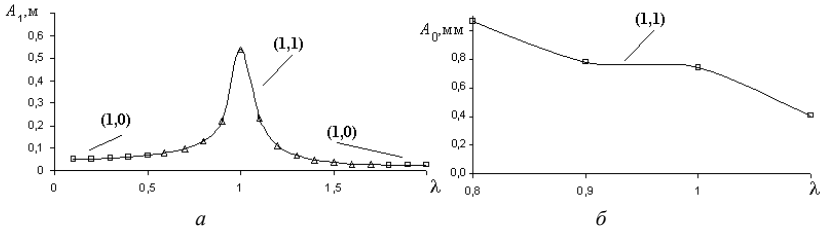


Рис.14

Система з твердим обмежником в достатньо широкому діапазоні значень λ зберігає одно ударний гармонічний режим і лише при більших значеннях $\lambda \geq 1,8$ та при менших $\lambda \leq 0,5$ режим стає без ударним – (1,0)-періодичним. В системі з м'яким обмежником в основному діапазоні частот $0,8 \leq \lambda \leq 1,1$ режим одно ударний гармонічний, при малих частотах $\lambda \leq 0,7$ він хаотичний, а при більших $\lambda \geq 1,2$ обидва тіла системи рухаються сумісно, відрив форми від прокладки не відбувається.

Висновки

Підсумовуючи сказане, підкреслимо, що змінювання як конструктивних параметрів нелінійних віброударних систем обох типів, так і параметрів зовнішнього навантаження сильно впливає на динамічну поведінку цих систем, змінюючи режим їхнього коливального руху від одно ударного гармонічного до багато ударних субгармонійних і навіть до хаотичного. При цьому віброударна система з м'яким обмежником коливань дещо більш чутлива до змінювання параметрів і частіше змінює характер коливальних режимів, ніж система з ударом о твердий обмежник.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Крупенин В.Л. О проблеме изучения нелинейных объектов. //Фундаментарные исследования, - 2009.-№5. – С. 16-18.
2. Barbara Blazejczyk-Okolewska, Krzysztof Czołczynski, Tomasz Kapitaniak Classification principles of types of mechanical systems with impacts – fundamental assumptions and rules// European Journal of Mechanics. - 2004. № 23 - P.517–537.
3. Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г., Лукьянченко О.А. Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия// Пробл. прочности. - 2008. - №6. – С. 82-90.
4. Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г., Гончаренко С.Н. Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах //Пробл. прочности. - 2009. - №4. – С. 69-77.

5. *Погорелова О.С., Постнікова Т.Г., Гончаренко С.М.* Чисельні дослідження режимів коливань віброударних систем при моделюванні удару силою контактної взаємодії // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник - К.:КНУБА. 2006.-Вип.78.- С.14-23.
6. *Крупенин В.Л.* Ударные и виброударные машины и устройства //Вестник научно-технического развития . - 2009.- №4 (20). – С. 3-32.
7. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г.* Влияние отдельных конструктивных параметров виброударной системы на ее динамику //Пробл. прочности. - 2009. –(здана до друку).
8. *Гольдсмит В.* Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел.– М.:Стройиздат, 1965. –448 с.
9. *Lamarque C. H., Janin O.* Modal analysis of mechanical systems with impact non-linearities: limitations to a modal// Journal of Sound and Vibration. - 2000. № 235(4). – P. 567-609.
10. *Погорелова О.С., Постникова Т.Г.* Вплив параметра зовнішнього навантаження на динамічну поведінку віброударної системи з ударом о м'який обмежник // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник - К.:КНУБА. 2009.-Вип.84 – С. 77-88.

Отримано 14.05.10

Погорелова О.С., Постникова Т.Г.

СРАВНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМ РАЗНЫХ ТИПОВ

Анализируется влияние изменения как параметров внешней периодической нагрузки, так и конструктивных параметров нелинейных двухмассовых виброударных систем двух разных типов с двумя степенями свободы на характер их движения. Удар моделируется силой контактного взаимодействия, описанной законом Герца. При изменении параметров обе системы меняют характер колебательных режимов от одноударного гармонического до многоударных субгармонических вплоть до хаотического. Однако, система с ударом о мягкий ограничитель несколько более чувствительна к изменению параметров и чаще меняет характер колебательных режимов, чем система с ударом о твердый ограничитель.

Pogorelova O.S., Postnikova T.G.

COMPARISON OF THE DIFFERENT TYPES VIBRO-IMPACT SYSTEM DYNAMICAL BEHAVIOUR

The influence of external periodic loading parameters and constructive parameters modification for two different types of nonlinear two-mass vibro-impact systems with two degrees of freedom at their movement is analyzed. The contact force that is described by Hertz law models the impact. It is shown that both systems change vibration regimes character from harmonic with one impact in the cycle to subharmonic with several impacts in the cycle up to chaotic. But the system with the impact at soft limiting stop is somewhat more sensitive to parameters modification and changes its vibration regime character more frequently than the system with the impact at rigid limiting stop.