УДК 624.011

В.З. Кліменко, канд. техн. наук

РОЗРАХУНОК ДЕРЕВ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ НА СТИСК ЗІ ЗГИНОМ

Пропонується заміна нормативного приблизного метода розрахунку стиснено-зігнутих елементів, до якого є серйозна методологічна претензія, на точний розрахунок по міцності, вільний від методологічної претензії.

Історія розрахунку дерев'яних елементів, що працюють на стиск зі згином, стиснено-зігнутих – почалася в тридцяті роки минулого століття. З наміром зменшення трудомісткості виготовлення ферм збільшувалася довжина панелей верхніх поясів, - відповідно зменшувалась кількість вузлів. Це призвело до розташування прогонів покриття між вузлами. Панелі верхніх поясів ферм почали працювати за схемою стиснено-зігнутого елемента. Для їх розрахунку професором Заврієвим К.С. була розроблена теорія крайових напружень, відповідно до якої вичерпання несучої здатності відбувається тоді, коли напруження від сумісної дії стиску і згину в деформованій схемі елемента дорівнюють розрахунковому опору деревини на стиск. В цій теорії формула складного опору набула вигляду:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{N}{F_{\text{розр}}} + \frac{M_q}{W_{\text{розр}}} + \frac{N \cdot f_{\text{д}}}{W_{\text{розр}}} = R_c\,, \tag{1}$$

в якій: M_q – згинальний момент від поперечного навантаження; $f_{\text{д}}$ – прогин елемента в деформованій схемі, що складається з прогину від поперечного навантаження f_q і додаткового прогину в стійкому стані деформованого елемента f_N від додаткового згинального моменту $M_{\text{дод}} = N \cdot f_q$.

Замість точного розрахунку з виконанням інтегрування диференціального рівняння осі стиснено-зігнутого елемента для визначення прогину $f_{\text{д}}$ в теорії крайових напружень використано приблизний розв'язок

$$f_{\text{д}} = \frac{M_q}{N_{\text{E}} - N}\,, \tag{2}$$

де N_{E} – критична сила по Ейлеру для центрально стиснутого стержня, який має такі ж геометричні характеристики поперечного перерізу і умови закріплення на опорах, як і стиснено-зігнутий елемент.

© Кліменко В.З.

Після підстановки $f_{\text{д}}$ по (2) в формулу (1) і перетворень отримано вираз для крайових напружень

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{N}{F_{\text{розр}}} + \frac{M_q}{\left(1 - \dfrac{N}{N_{\text{E}}}\right) \cdot W_{\text{розр}}} = \frac{N}{F_{\text{розр}}} + \frac{M_q}{\xi \cdot W_{\text{розр}}}, \tag{3}$$

по якому виконується перевірка міцності стиснено-зігнутого елемента, починаючи з першого нормативного документа по проектуванню дерев'яних конструкцій ОСТ 90001-38 до чинних СНиП II-25-80. Використовується формула (3) і в навчально-методичній літературі до курсу «Дерев'яні конструкції». Коефіцієнт ξ в формулі (3) формально збільшує згинальний момент від поперечного навантаження і дає $M_{\text{розр}} = M_q / \xi$. В дійсності $M_{\text{розр}} = M_q + N \cdot f_{\text{д}}$. Таким чином відбувалася підміна фізичного стану, що виникає в стиснено-зігнутому елементі; і на зміну точного розв'язку за формулою (1) використовується приблизний розв'язок за формулою (3). Здається тут доречно згадати вислів видатного натураліста і філософа Гекслі: «Математика, подібно жерну, перемолотить те, що під нього засипати, і як засипавши полову, ви не отримаєте пшеничного борошна, так заповнивши цілі сторінки формулами, ви не отримаєте істини з хибних припущень». Коефіцієнт ξ в нормах проектування знаходиться за формулою

$$\xi = 1 - \frac{N}{\varphi \cdot F \cdot R_c}, \tag{4}$$

де φ – коефіцієнт повздовжнього згину для Ейлерова стержня, який для умовної деревини з границею міцності на стиск $R_{\text{с}}^{\text{гм}}$ знаходиться за співвідношенням

$$\varphi = \frac{N_{\text{кр}}}{N} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2 \cdot b \cdot h \cdot R_{\text{с}}^{\text{гм}}}, \tag{5}$$

з якого при $R_{\text{с}}^{\text{гм}} \approx 33\,МПа$ і $E = 10^4\,МПа$ із заміною $l^2 = (0,289 \cdot h)^2 \cdot \lambda^2$ отримане значення

$$\varphi \approx 3000 / \lambda^2, \tag{6}$$

яке використовується в нормативному методі розрахунку.

При $\lambda \le 54,75$ коефіцієнт повздовжнього згину за (6) стає більшим за одиницю. Попри це, норми проектування розповсюджують використання формули (6) на розрахунок стиснено-зігнутих елементів при будь-якій їхній гнучкості. В цьому автор бачить серйозну методологічну претензію до нормативного методу розрахунку.

У дрібнопанельних фермах з довжиною панелей верхніх поясів до 3 *м*, для розрахунку яких була розроблена теорія крайових напружень, при гнучкостях панелей $\lambda > 60$ коефіцієнт φ ніколи не перевершував одиницю. Приводу до методологічної претензії не з'являлося, хоча логічно вірним було б, з точки зору фізичного змісту формули (6), обмежити її застосування. Ситуація змінилася при проектуванні великопанельних ферм з клеєної деревини, в яких панелі верхніх поясів мають довжину більш ніж п'ять метрів, а в трикутних розпірних системах сягають значно більшої довжини. Коефіцієнт φ стає не просто більше одиниці, а навіть набагато більше одиниці. Тут автор свідомо не називає його коефіцієнтом повздовжнього згину і не погоджується з нормативним положенням щодо визначення його по формулі (6). Здається, що факт появи випадків, коли $\varphi > 1$, заслуговує того, щоб на нього звернути увагу і чи змінити метод розрахунку нових реальних стиснено-зігнутих елементів, чи дати логічне, об'єктивне пояснення можливості продовження використання нормативного методу розрахунку. Неможна вважати поясненням те, що коефіцієнт φ по формулі (6) може бути більше одиниці, як це зроблено в Посібнику [1] до норм проектування дерев'яних конструкцій [2]. Тут же в [1] формула для коефіцієнта ξ має такий запис

$$\xi = 1 - N_c \big/ \left(\varphi_{\mathrm{E}} \cdot R_c \cdot F \right). \tag{7}$$

При зовнішній схожості формул (4) та (7) вони відображають фізичні явища в різних стиснено-зігнутих елементах: формула (4) в реальній панелі верхнього поясу конструкції; формула (7) в Ейлеревому стержні, що працює на стиск зі згином. Докладніше про різницю фізичних явищ в цих елементах в статті нижче.

Поява при проектуванні великопанельних ферм і трикутних розпірних систем несподіваних випадків у вигляді того, що $\varphi >> 1$, спонукало автора в [3] на намагання знайти пояснення з історичної і фізичної позицій можливості використання формули (3) з визначенням коефіцієнта ξ по формулі (4) при коефіцієнті $\varphi > 1$. Пояснення знайти не вдалося. Але нормативний метод розрахунку нового виду стиснено-зігнутих елементів продовжує успішно існувати, маючи на увазі кінцевий результат розрахунків по формулі (3).

Пояснення, яке автор отримав в [3], знаходиться в структурі формули (4) для коефіцієнта ξ. В ній нівелюється величина ξ в широкому діапазоні

значень коефіцієнта φ. Розглянемо, наприклад, розрахунок двох стиснено-зігнутих елементів з наступними вихідними даними:
1-й елемент: $N = 200$ *кН,* $R_c = 15$ *МПа*, $l = 400$ *см*, $b \times h = 12 \times 50$ *см*, $\lambda = 26,6$.

Коефіцієнти $\varphi_1 = 4,3$, коефіцієнт $\xi_1 = 0,95$.

2-й елемент: $N = 150$ *кН*, $R_c = 15$ МПа, $l = 400$ *см*, $b \times h = 12 \times 30$ *см*, $\lambda = 44,4$.

Коефіцієнти $\varphi_2 = 1,6$, коефіцієнт $\xi_2 = 0,72$.

При різниці φ в 2,7 рази, різниця в ξ становить лише 1,32 рази.

Пояснення вдалою математичною структурою формули не може бути науковим обґрунтуванням фізичного явища, що відбувається в стиснено-зігнутому елементі з гнучкістю $\lambda < 55$. Дослідження і пояснення фізичного явища повинні вестись не з позиції його історичного розвитку, а виходячи від ставлення до нього з феноменологічного підходу до фізичного явища.

Саме другий підхід обрав автор для дослідження розрахунку дерев'яних стиснено-зігнутих елементів з гнучкістю $\lambda < 55$. Треба змінити метод розрахунку, який вже на протязі сімдесяти років міститься в нормативних документах і навчальній літературі, і став настільки звичним, що апріорі приймається беззастережно. Автор впевнений в тому, що далеко не всі правила проектування конструкцій з деревини цільної, які склалися протягом минулих десятиліть, можна механічно переносити на проектування конструкцій з деревини клеєної. В разі, коли «старий» підхід дає нібито позитивний результат при його неадекватності фізичному явищу, а завдяки вдалому випадку, не може бути принципом наукового досягнення. Такий підхід не повинен бути визнаним і присутнім ні в нормативній, ні в навчальній літературі, тим більше тоді, коли до отриманого з нього результату є серйозне зауваження з методологічної і феноменологічної позицій. Фізичним феноменом розглянутого в статті питання є те, що коефіцієнт повздовжнього згину $0 < \varphi \leq 1$. «Феномен» в перекладі означає явище або інакше факт. Феноменологічний підхід до інтерпретації явища аналітичним засобом вимагає повного збігу фізичного явища з детермінованим математичним рівнянням. Останнього немає в нормативному методі розрахунку стиснено-зігнутого елемента з $\lambda \leq 55$. Збігу немає, оскільки його об'єктивно не існує.

В теорії крайових напружень коефіцієнт

$$\xi = 1 - \frac{N}{N_E}. \qquad (8)$$

Для стиснено-зігнутого елемента з $\lambda > 55$ зусилля N і критична сила по Ейлеру N_E відносяться до одного елемента. На графіку φ-λ коефіцієнт φ_E в формулі (7) для центрально стиснутого елемента знаходиться на ділянці гіперболи Ейлера в межах $55 < \lambda \leq [\lambda]$. Фізичне явище стійкості стиснутого стержня накладається на такий самий, але стиснено-зігнутий елемент. Виправдано визначення коефіцієнта повздовжнього згину в цьому випадку по формулі (5), а отже адекватними фізичному явищу виявляються формули (8), (7) та (3), і нормативний метод розрахунку стиснено-зігнутого елемента.

При гнучкості $\lambda < 55$ гіпербола Ейлера різко зростає, і коефіцієнт φ на ній стає більше одиниці. Ця ділянка гіперболи Ейлера відноситься до віртуального стержня фізично не існуючого в природі. Для розрахунку стійкості центрально стиснутих стержнів користуються ділянкою графіка φ-λ, запропонованого Енгессером-Карманом, на якій коефіцієнт φ завжди менше одиниці, а при $\lambda = 0$ $\varphi = 1$. Теорія крайових напружень для стиснено-зігнутого елемента при $\lambda < 55$ з коефіцієнтом φ у формулі (4) по кривій Енгессера-Кармана чи по рівнянню Кочеткова, яке добре апроксимує цю криву, дає незадовільні результати. Це логічно, оскільки формули (8), (4) та (3) не мають відношення до фізичного явища в стисно-згинальному елементі з $\lambda < 55$. Однак, як вже відмічалося вище, нормативний розрахунок розповсюджується на такі елементи. Сприяло цьому те, що нормативний розрахунок для цих елементів дає деякий запас міцності. Але, чому стиснено-зігнуті елементи з $\lambda > 55$ можна розраховувати без запасу міцності, а інші з $\lambda \leq 55$ з зайвим запасом міцності. Норми проектування гарантують необхідний рівень міцності для будь яких конструкцій. Автор вважає, що цей зайвий запас міцності не може бути виправданням легітимності методу розрахунку при наявності до нього серйозної методологічної претензії. Виправданням могло бути бажання зберегти один метод розрахунку стиснено-зігнутих елементів на всьому діапазоні їхньої гнучкості. Це зрозуміти можна, але при цьому треба усунути претензію методологічного характеру в розрахунку стиснено-зігнутого елемента з $\lambda \leq 55$ так, як це запропоновано автором в [4].

Повернемося до початку статті. До моменту розробки теорії крайових напружень вже було відомо точний розв’язок для елементів, що працюють на стиск зі згином, отриманий шляхом інтегрування диференціального рівняння викривленої осі елемента в деформованій схемі

$$E \cdot I \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{q \cdot l}{2} \cdot x + N \cdot y = 0 . \tag{9}$$

Для розрахункового згинального моменту отримана формула

$$M = \frac{q \cdot l^2}{U^2} \left(\frac{1}{\cos \frac{U}{2}} - 1 \right), \tag{10}$$

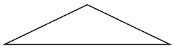
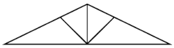
в якій $U = \sqrt{N / E \cdot I} \cdot l$.

Важко відповісти, чому не знайшов застосування точний метод, а віддали перевагу наближеному методу [5]. До того, що сказано вище з цього приводу, додамо таке. Теорія крайових напружень дала результат для розрахункового згинального моменту у формулі (3) у вигляді $M_{\text{розр}} = M_q / \xi \cdot W_{\text{розр}}$, який простіше порівняно з формулою (10). І головне. Новий метод прийшов на заміну розрахунку на нерівномірне стискання по формулі Ф.С. Ясинського $\sigma = N / \varphi \cdot F + M / W$. Однотипність формул могла вплинути на вибір метода розрахунку.

Порівняння нормативного і точного методів розрахунку стиснено-зігнутих елементів проведено шляхом зіставленням значень розрахункових згинальних моментів, що наведені в таблиці 1. Розрахунки по нормативному методу взяті з прикладів, виконаних автором в навчальних посібниках: для конструкцій за схемою 1 з [6]; за схемою 2 з [7].

Обрано два приклади з гнучкостями панелей верхніх поясів більше і менше 55 і відповідно коефіцієнтами φ менше і більше одиниці. Нормативний метод розрахунку дає запас по величині розрахункового згинального моменту тим більше, чим менше гнучкість елемента при приблизно рівних коефіцієнтах ξ . В цьому порівнянні двох верхніх поясів так само, як в наведеному вище порівнянні двох елементів, видно нівелювання величини ξ при значній різниці в величинах φ . Напруження від згину в складному опорі складають $75 \div 80\%$ крайового напруження $\sigma_{\text{кр}}$, і це забезпечує запас міцності стиснено-зігнутому елементу. Як вже відмічалося, цей запас зовсім необов’язковий. Заради «чистоти» методу розрахунку, в нормах проектування повинен бути метод вільний від претензії до нього з методологічної позиції.

Таблиця 1

№	Схема конструкції	Коефіцієнти			Згинальні моменти		$\frac{M_д - M_т}{M_т}$, %
		λ	φ	ξ	$M_д = \frac{M_q}{\xi}$	$M_т$ по (10)	
1	 18м	78	0,443	0,890	49,21	46,5	6
2	 15м	40,7	1,81	0,869	44,37	37,04	17,1

Слід повернутися до визначення коефіцієнта φ по формулі (5). Чинні норми проектування дерев'яних конструкцій розглядають не умовну деревину, для якої значення φ по формулі (6) є сталим, а три сорти цільної і три сорти клеєної деревини, для яких границя міцності $R_с^{гм}$ має інтервал від 20 *МПа* до 34,5 *МПа*. Додамо до виконаного вище чисельного дослідження двох стиснено-зігнутих елементів наступне дослідження з різними величинами $R_с^{гм}$.

1-й елемент. Виконується з деревини 3-го сорту з $R_с^{гм}$=20 *МПа*, $R_с = 11$ *МПа*.

$$\varphi_1 = \frac{4919}{\lambda^2} = \frac{4919}{26,6^2} = 6,95\,;\ \xi_1 = 0,957\,.$$

2-й елемент. Виконується з деревини 1-го сорту з $R_с^{гм}$=34,5 *МПа*, $R_с = 16$ *МПа*.

$$\varphi_2 = \frac{2851}{\lambda^2} = \frac{2851}{44,4^2} = 1,45\,;\ \xi_2 = 0,92\,.$$

Різниця між коефіцієнтами φ умовної деревини і для деревини різних сортів велика. Це відбивається на коефіцієнтах ξ. Так, для 2-го елементу співвідношення величин ξ_2 становить (0,92/0,72)·100=28%. На такий відсоток зменшується величина розрахункового згинального моменту в деформованій схемі елемента. Це перевершує запас, який дає нормативний розрахунок з φ по формулі (6). Ведеться до того, що навіть з фізичного погляду на нормативний метод розрахунку, він перестає бути таким, що забезпечує однаковий запас для реальних стиснено-зігнутих елементів. Остання обставина укріплює автора в міркуванні замінити нормативний метод розрахунку стиснено-зігнутих елементів на точний з визначенням у формулі складного опору розрахункового згинального моменту по формулі (10).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Пособие по проектированию деревянных конструкций (к СНиП II-25-80) / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М. : Стройиздат, 1986. – 216 с.
2. СНиП II-25-80. Нормы проектирования. Деревянные конструкции.– М. : Стройиздат – Госстрой СССР, 1982. – 66 с.
3. *Клименко В.З.* Развитие методики расчета сжато-изогнутых элементов в историческом аспекте / Зб. наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. Вип. 5. – К. – 2010. – С. 130-139.
4. *Клименко В.З.* Устранение методологического десонанса в расчете деревянных элементов, работающих на изгиб со сжатием / Часопис «Промислове будівництво та інженерні споруди»№2 – К. 2010. – С. 41-44.
5. *Г.Г. Карлсен и др.* Курс деревянных конструкций. Ч.II. – М-Л.: СИ. – 1942. – 348с.
6. *Кліменко В.З.* Проектування дерев'яних конструкцій. Навч. посібник. – К.: ІЗМН, 1998. – 430 с.
7. *Иванов В. А., Клименко В. З., Кормаков Л. И. и др.* Конструкции из дерева и пластмасс. Примеры расчета и конструирования: Учеб. пособие для вузов / под ред. проф. Иванова В. А. – 3-е изд., перераб. и доп. – К. : Вища школа. Головное изд-во, 1981. – 392 с.

Стаття надійшла до редакції 03.12.2010 р.

Клименко В.З.

РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, РАБОТАЮЩИХ НА СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ

Предлагается заменить нормативный приблизительный метод расчета сжато-изгибаемых элементов, к которому имеется методологическая претензия, на точный расчет, свободный от методологической претензии.

Klimenko V.Z.

CALCULATION OF THE WOODEN ELEMENTS, WORKING IN COMPRESSION WITH BENDING

Proposed to replace the standard method of calculating approximate compressed-bent elements, to which there is a methodological claim, the exact calculation, free from the methodological claim.