

УДК 539.3

О.П. Кривенко, канд. техн. наук
М.О. Соловей, д-р техн. наук

ВПЛИВ НАГРІВУ НА ВТРАТУ СТІЙКОСТІ ПОЛОГИХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ЗМІНІ УМОВ ЗАКРІПЛЕННЯ КОНТУРУ

Вивчається вплив попереднього нагріву на втрату стійкості пружних пологих осесиметричних сферичних панелей при послідовній зміні умов комбінованого закріплення контуру: частковій заміні жорсткого затиснення на шарнірне спирання.

Стійкість і форми нелінійного деформування пологих панелей істотно залежать від граничних умов. У роботах [1, 2], де досліджувалися кругла та квадратна в плані сферичні панелі при навантаженні їх тиском, виявлено нелінійну залежність величини верхнього критичного навантаження від поступової зміни граничних умов. У реальних умовах несучі конструкції перебувають під дією як силових, так і температурних полів. Зазвичай дія нагріву приводить до появи додаткових температурних деформацій, які можуть істотно вплинути на жорсткість тонкої оболонки. Врахування температурного навантаження дозволяє підвищити достовірність визначення напружено-деформованого стану та стійкості гнучких оболонкових конструкцій при їх експлуатації. Ця проблема є мало дослідженою в зв'язку із підвищеною складністю розв'язання подібних задач нелінійного деформування та втрати стійкості [3], і тому важливим представляється проведення досліджень щодо виявлення впливу попереднього нагріву на втрату стійкості пологих панелей при зміні граничних умов.

У даній роботі, яка є продовженням досліджень [1], розглянуті питання впливу попереднього нагріву на стійкість тонких пологих осесиметричних сферичних панелей, що навантажені тиском, при зміні параметрів комбінованого закріплення контуру. Дослідження виконані за методикою [3 – 5], яка спирається на співвідношення тривимірної теорії термопружності, скінченноелементне формулювання задачі у приростах і використання моментної схеми скінченних елементів. Достовірність методики обґрунтована чисельними дослідженнями збіжності та точності скінченноелементних розв'язків для різних класів пружних неоднорідних оболонок.

Розглянуто попередньо нагріту пологу круглу в плані сферичну панель сталої товщини, що навантажується зовнішнім рівномірним

тиском інтенсивністю q (рис. 1, *a*). Матеріал оболонки – ізотропний. Прийнято наступні вихідні данні: модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 0.125 \cdot 10^{-4}$ град $^{-1}$, радіус опорного контуру $a = 1$ м, радіус серединної поверхні $R = 12.52$ м, товщина $h = 0.01$ м, стріла підйому $H = 0.04$ м. Результати досліджень подані з використанням наступних безрозмірних параметрів:

$$\bar{q} = a^4 q / (E h^4), \quad \bar{u}^1 = u^1 / h, \quad k = H / h,$$

де u^1 – прогин панелі вздовж осі x^1 ; k – параметр, що характеризує пологість панелі.

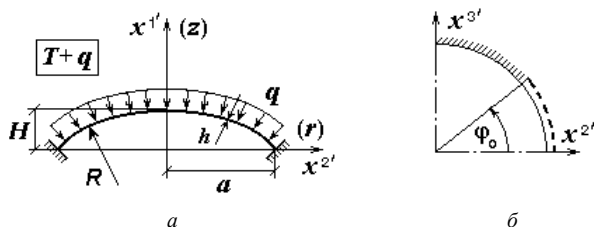


Рис. 1. Сферична панель з комбінованим спіранням по контуру

За розрахункову скінченноелементну модель було прийнято чверть панелі з рівномірним розподілом СЕ вздовж радіуса та за колом. Дослідження збіжності розв'язків для аналогічного комбінованого закріплення контуру панелі при дії лише тиску [1] довело, що достатньою є сітка 18×18 СЕ.

Дія на оболонку нагріву та тиску (яка на рис. 1, *a* позначена як $T+q$) реалізовувалась у такий спосіб: спочатку панель поступово нагрівалася рівномірно за об'ємом на величину $T^\circ\text{C}$, а потім при зафіксованому температурному полі навантажувалася тиском інтенсивністю q . Було розглянуто три варіанти попереднього нагріву: на $T = 20^\circ$, 25° і 40°C .

Комбіноване закріплення контуру визначалось за наступною схемою. У панелі та частина контуру, що має шарнірне спірання (---), задавалася кутом ϕ_0 (рис. 1, *b*). Послідовна зміна граничних умов, починаючи з умови жорсткого затиснення контуру (///), відбувалася у напрямку зростання кута ϕ_0 у межах $0^\circ \leq \phi_0 \leq 90^\circ$ (між осями симетрії x^2 і x^3).

Результати досліджень на рис. 2 *a, б* демонструють еволюцію діаграми “навантаження \bar{q} – прогин \bar{u}^1 ” центра панелі при зміні граничних умов для двох варіантів нагріву. Характер зміни вигляду цієї діаграми від параметра комбінованого закріплення контуру φ_0 істотно залежить від величини попереднього нагріву оболонки.

Так, при нагріві на 20°C (рис. 2, *a*) еволюція діаграми має складний характер. При жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$) і частковій заміні його на шарнірне спирання ($\varphi_0 < 30^\circ$) діаграми мають простий вигляд. Подальше збільшення зони шарнірного спирання $30^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$ приводить до ускладнення вигляду діаграм – наявності в них петлі. При подальшому зростанні величини попереднього нагріву всі діаграми приймають простий вигляд. На рис. 2, *б* наведені діаграми для випадку $T = 40^\circ\text{C}$. При $T = 25^\circ\text{C}$ вони мають подібний вигляд.

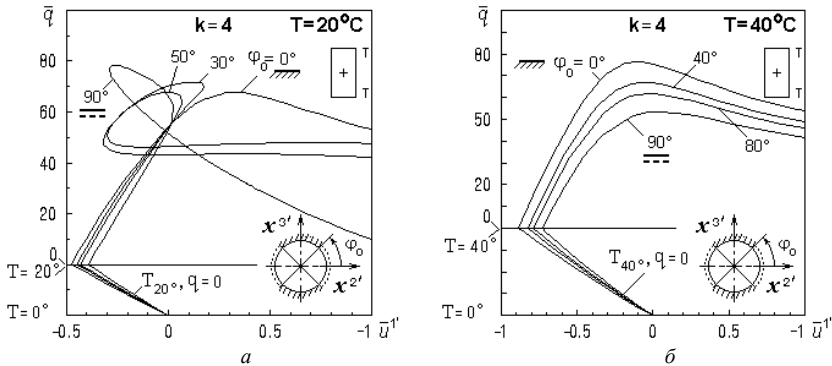


Рис. 2. Еволюція діаграми “навантаження-прогин” в центрі панелі

(*a*) при попередньому нагріві на $T = 20^\circ\text{C}$; (*б*) при попередньому нагріві на $T = 40^\circ\text{C}$

Аналіз форм деформування показав наступне. Після нагріву на 20°C , 25°C і на 40°C характер деформування панелей залежить лише від способу закріплення контуру (тобто від величини параметра φ_0) (рис. 3). При нагріві на 40°C переміщення полюса панелі приблизно в два рази більші ніж при нагріві на 20°C .

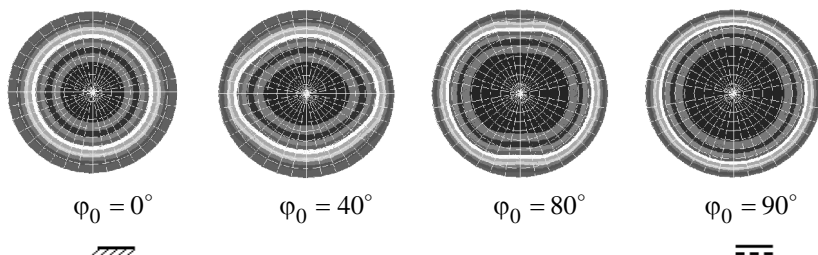


Рис. 3. Форми деформування панелей після нагріву

Еволюція форми втрати стійкості панелі від зміни граничних умов для двох варіантів нагріву приведена на рис. 4 (для $T = 20^\circ\text{C}$) і на рис. 5 (для $T = 40^\circ\text{C}$).

При попередньому нагріві на $T = 20^\circ\text{C}$ (рис. 4) при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$) і частковій заміні його на шарнірне спирання ($\varphi_0 < 30^\circ$) форма втрати стійкості характеризується проклацуванням центральної частини панелі. При подальшому збільшенні зони шарнірного спирання ($30^\circ \leq \varphi_0 < 90^\circ$) форми деформування панелі мають дві вм'ятини, що розміщені зі сторони шарнірного спирання. При шарнірному спиранні вздовж усього опорного контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) ці вм'ятини трансформуються в одну кільцеву осесиметричну вм'ятину, що розташована посередині меридіану.

При попередньому нагріві на $T = 40^\circ\text{C}$ втрата стійкості панелі для всіх варіантів закріплення контуру відбувається через проклацування центральної частини оболонки (рис. 5). Після часткової заміни жорсткого затиснення на шарнірне спирання ($20^\circ \leq \varphi_0 \leq 80^\circ$) на периферійній частині панелі утворюються дві невеликі хвилі, що можна спостерігати на відповідній картині муарових смуг.

Аналіз результатів демонструє нелінійну залежність величини верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ від зміни кута φ_0 для варіантів $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ (рис. 6, табл.). Для порівняння пунктирною лінією наведений розв'язок задачі, отриманий в [1], при дії лише тиску (на рис. 6 цей розв'язок позначений $T = 0^\circ\text{C}$). При $T = 20^\circ\text{C}$ характер залежності $\bar{q}_{кр}^e$ від φ_0 подібний до варіанта $T = 0^\circ\text{C}$, а величина верхнього

критичного навантаження при цьому зростає в середньому в межах 20% (порівняно з дією лише тиску). При зростанні області шарнірного спирання до $\varphi_0 = 30^\circ$ значення $\bar{q}_{кр}^e$ збільшується на 5.65% у порівнянні з жорстко затиснутою панеллю. Далі спостерігається падіння цієї величини до вихідного значення, після чого $\bar{q}_{кр}^e$ знову зростає. Для повністю шарнірно опертої панелі величина $\bar{q}_{кр}^e$ більша на 15.53%, ніж для повністю жорстко затиснутої. При дії лише тиску ця різниця становить 10.08% [1]. Виявлена нелінійна залежність величини $\bar{q}_{кр}^e$ від параметра φ_0 пов'язана зі зміною форми деформування панелі.

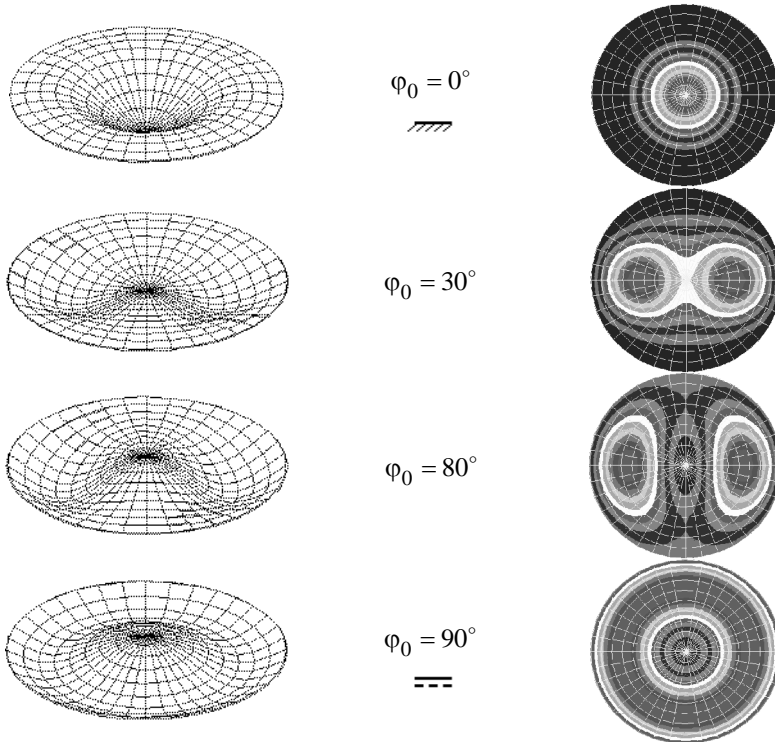


Рис. 4. Форми втрати стійкості панелей при зміні граничних умов при попередньому нагріві на $T = 20^\circ \text{C}$

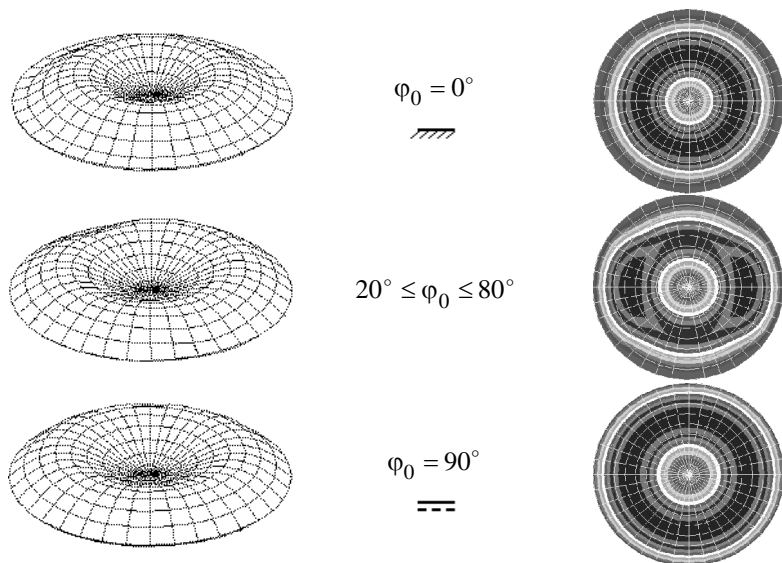


Рис. 5. Форми втрати стійкості панелей при зміні граничних умов при попередньому нагріві на $T = 40^\circ\text{C}$

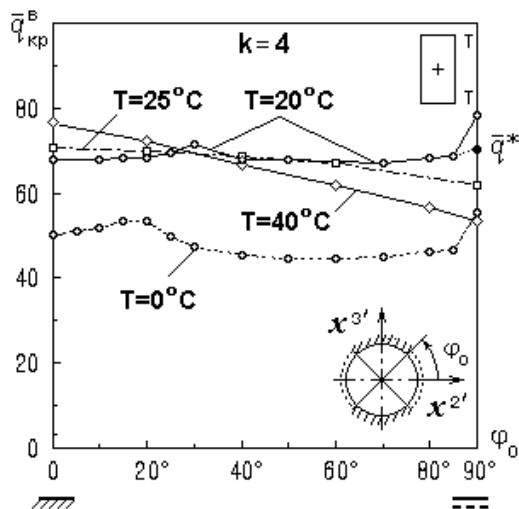


Рис. 6. Зміна величини $\bar{q}_{кр}^B$ при зростанні ділянки шарнірного спирання

При зростанні попереднього нагріву до $T = 25^\circ\text{C}$ та $T = 40^\circ\text{C}$ залежність $\bar{q}_{кр}^g$ від φ_0 набуває лінійного характеру. При цьому різниця величини $\bar{q}_{кр}^g$ для варіантів однорідних граничних умов (шарнірного спирання та жорсткого затиснення) становить 11.81 і 29.97% відповідно для $T = 25^\circ\text{C}$ і $T = 40^\circ\text{C}$.

Згідно з розрахунками для всіх варіантів граничних умов і нагріву на діаграмах “ $\bar{q} - \bar{u}^1$ ” до верхньої критичної точки $\bar{q}_{кр}^g$ відсутні точки розгалуження (окрім випадку $\varphi_0 = 90^\circ$, $T = 20^\circ\text{C}$). Точки розгалуження та сходження гілок розв’язків розміщуються лише у закритичній області на нестійких ділянках діаграми “навантаження–прогин”. При аналізі розв’язку, який відповідає варіанту $\varphi_0 = 90^\circ$, $T = 20^\circ\text{C}$, виявлено, що в околі точки $\bar{q} = \bar{q}^* = 70.64$ діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^1$ ” можливе виникнення двох суміжних гілок розв’язку з розгалуженням форми рівноваги: перша відповідає осесиметричній формі деформування, друга – неосесиметричній. При уточненому визначенні точки розгалуження \bar{q}^* за методикою [3, 5] (через внесення збурення у вихідну форму оболонки), отримано $\bar{q} = \bar{q}^* = 69.82$, що зменшує величину \bar{q}^* на 1.16%. При цьому точка розгалуження \bar{q}^* перетворюється на критичну. На рис. 6 цьому значенню \bar{q}^* відповідає точка з позначкою “•”. Відповідна форма деформування приведена на рис. 7.

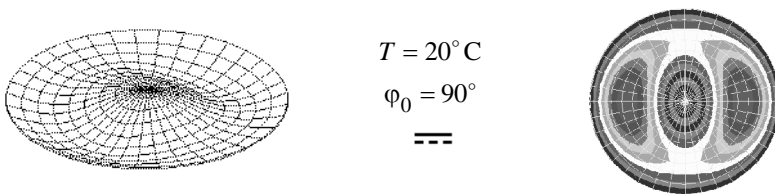


Рис. 7. Форма деформування панелі в точці \bar{q}^*

Проведені дослідження дозволили виявити нелінійні закономірності втрати стійкості пологих сферичних панелей від величини попереднього нагріву при послідовній зміні областей комбінованого закріплення контуру. Отримані нові результати можуть бути використані при проектуванні елементів несучих оболонкових конструкцій.

Таблиця

Вплив нагріву на величину критичного навантаження при зміні граничних умов

φ_0 , град	$T = 0^\circ \text{C}$		$T = 20^\circ \text{C}$		$T = 25^\circ \text{C}$		$T = 40^\circ \text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %
0	50.40	0.00	67.82	–	76.40	–	70.87	–
10	51.75	2.68	67.91	0.13				
15	53.44	6.03	68.28	0.68				
20	53.50	6.15	68.39	0.84	72.15	-5.56	69.99	-1.24
25	49.91	-0.97	69.46	2.42				
30	47.62	-5.51	71.65	5.65				
40	45.23	-10.26	67.98	0.24	66.82	-12.54	68.85	-2.85
50	44.54	-11.63	67.79	-0.04				
60	44.65	-11.41			61.74	-19.19	67.05	-5.39
70	45.18	-10.36	66.94	-1.30				
80	46.09	-8.55	68.28	0.68	56.82	-25.63		
85	50.40	0.00	68.75	1.37				
90	51.75	2.68	78.35 $\bar{q}^* = 69.82$	15.53	53.50	-29.97	62.50	-11.81

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Кривенко О.П.* Вплив комбінованих граничних умов на стійкість пологих оболонок обертання // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2007. – Вип. 81. – С. 84-90.
2. *Кривенко О.П.* Вплив комбінованого закріплення контуру на стійкість пологих квадратних у плані панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2008. – Вип. 82. – С. 65-70.
3. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
4. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 1999. – Вип. 66. – С. 22-25.
5. *Баженов В.А., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих неоднородных оболочек при термосиловых нагрузках // Прикладная механика, 2009. – Том 45, №9. – С. 3-40.

Стаття надійшла до редакції 17.10.2011 р.

Кривенко О.П., Соловей М.О.

ВЛИЯНИЕ НАГРЕВА НА ПОТЕРЮ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГИХ ПАНЕЛЕЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УСЛОВИЙ ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНТУРА

Изучается влияние предварительного нагрева на потерю устойчивости упругих пологих осесимметричных сферических панелей при последовательном изменении условий комбинированного закрепления контура: частичной замены защемления на шарнирное опирание.

Kryvenko O.P., Solovey N.A.

INFLUENCE OF HEATING ON LOSS OF STABILITY OF SHALLOW PANELS AT CHANGE OF CONDITIONS OF FIXATING OF THE BOUNDARY

The influence to loss of a stability of elastic shallow spherical panels of preliminary heating at consecutive change of conditions of combined fixating of the boundary is studied: partial replacement lengthways of the panel's contour the clamped boundary at the hinged boundary.