

УДК 539.3

В.А. Баженов, д-р техн. наук

І.І. Солодей, канд. техн. наук

М.О. Вабіщевич

О.І. Гуляр, д-р техн. наук

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ В ЗАДАЧАХ ЗМІШАНОГО РУЙНУВАННЯ НА БАЗІ НАПІВАНАЛІТИЧНОГО МЕТОДА СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

В рамках напіваналітичного метода скінченних елементів розроблена і апробована методика роздільного обчислення параметрів механіки руйнування при змішаному руйнуванні в умовах динамічного деформування досліджуваних об'єктів.

Вступ.

Відомо, що на сьогоднішній день метод скінченних елементів (МСЕ) є найбільш потужним інструментом для аналізу проблем будівельної механіки. Його застосування дозволяє згущувати сітку в місцях очікуваної концентрації напружень для більш точного визначення НДС, задавати довільні граничні умови на границях тіла, що значно підвищує ефективність метода. Переваги МСЕ полягають в слабкій чутливості метода до ускладнення геометрії та механічних властивостей тіла, а також в стрічковій структурі отримуваної матриці системи рівнянь, що спрощує процедуру її обернення і дозволяє знизити об'єм необхідної пам'яті та машинного часу.

Особливе місце серед розмаїття задач, що розглядаються за допомогою МСЕ, займають задачі механіки руйнування. Для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) використовуються прямі (асимптотичні) і енергетичні методи. Прямі методи передбачають визначення КІН за величинами напружень або переміщень отриманих в околі вершини тріщини [2, 4]. Одним із шляхів підвищення точності визначення КІН є використання поблизу фронту тріщини елементів, що містять спеціальним чином обрані асимптотичні розподілення переміщень [9]. Використання спеціальних СЕ у низці випадків дозволяє досягти задовільної точності визначення КІН при достатньо грубій розбивці тіла на СЕ. Підвищення точності визначення КІН може бути досягнуто також шляхом його обчислення по привершинній області [1, 2, 7]. Найбільш популярні енергетичні методи обчислення КІН пов'язані з використанням J -інтеграла Черепанова–Райса. Питанню визначення J -інтеграла в задачах механіки руйнування присвячена значна кількість

публікацій [2,3,5,8]. Отримане значення енергії за умов лінійного деформування виражається через КІН.

Застосування напіваналітичного метода скінченних елементів (НМСЕ) для розв'язання задач лінійної механіки руйнування знайшло відображення в роботах [2,4,5]. В них приведені результати обчислення КІН в просторових задачах статички. Показана висока точність отримуваних результатів у порівнянні з аналітичними розв'язками та результатами із застосуванням традиційного МСЕ. Обчислення параметрів механіки руйнування НМСЕ для тріщин нормального відриву при імпульсному навантаженні розглянуто в роботах [1,6,7,8]. На практиці при довільному розподіленні зовнішніх навантажень в околі вершини тріщини виникає складний напружено-деформований стан, який призводить до одночасної реалізації декількох типів руйнування. В цьому випадку виникає потреба роздільного визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень, що відповідають кожному з типів.

1. Методика обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень в рамках задачі динаміки.

Визначення динамічного КІН з використанням асимптотичних формул по результатам скінченно-елементного аналізу є одним із найпростіших та практично придатних способів, але при цьому немає повної ясності з вибором точки в області вершини тріщини, для якої обчислюються компоненти напружень і переміщень, а також з питанням переважного вибору однієї з компонент для розрахунку КІН.

Підвищення точності може бути досягнуто шляхом обчислення динамічного КІН по деякій привершинній області [1,9] (рис. 1).

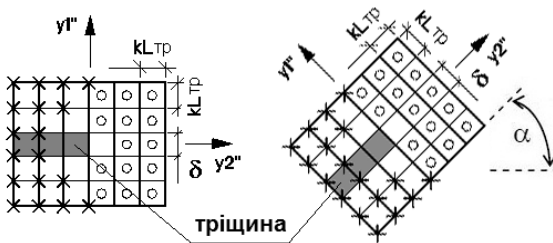


Рис. 1. Схема обчислення ДКІН по привершинній області

В частині області, що розташована над тріщиною, КІН визначаються за переміщеннями у вузлах дискретної моделі (позначено хрестиками). В іншій частині області обчислення КІН виконується за напруженнями в центрах СЕ (позначено кружками).

Отримавши амплітудні переміщення та напруження згідно розроблених в роботах [1,5,7] алгоритмів, формули для обчислення амплітудних значень динамічного КІН для кожної з підсистем НМСЕ можемо записати у вигляді:

$$\bar{K}_{\zeta}^l(t) = \frac{\overset{\circ}{\bar{\sigma}}_l^{i''j''} \Psi_{1'}^l + \overset{\circ}{\bar{\sigma}}_l^{i''j''} \Psi_{3'}^l}{\bar{H}_{\zeta}^{i''j''}(r, \theta)}, \quad K_{\zeta}^l(t) = \frac{u_{i''}^l \Psi_{1'}^l}{H_{\zeta}^{i''}(r, \theta)}. \quad (1)$$

Координатні величини визначаються за формулами:

$$\bar{K}_{\zeta}(t) = \sum_{l=l_0}^L \bar{K}_{\zeta}^l(t), \quad K_{\zeta}(t) = \sum_{l=l_0}^L K_{\zeta}^l(t), \quad \zeta = I, II, III, \quad (2)$$

при цьому кінцеве розрахункове значення КІН обчислюється усередненням по області бхб елементів.

$$K_{\zeta}^l(t) = \frac{1}{2} \left(\bar{K}_{\zeta}^l(t) + K_{\zeta}^l(t) \right), \quad K_{\zeta}(t) = \sum_{l=l_0}^L K_{\zeta}^l(t). \quad (3)$$

Зазначена методика дозволяє з високою точністю отримувати значення КІН при використанні в околі вершини тріщини СЕ із лінійним розподіленням переміщень, характерний розмір яких становить 1/10 довжини тріщини (для задач статички) та 1/20 (для задач динаміки), тобто є на порядок меншим, ніж при використанні локальних підходів.

Більш точними та ефективними для визначення КІН є енергетичні методи, що ґрунтуються на обчисленні КІН за величинами J -інтеграла J_k ($k = I, II, III$). Крім того, як показано в роботі [3], подання контурного J -інтеграла через вузлові реакції і переміщення (метод реакцій) дозволяє зменшити похибки обчислення КІН майже в два рази.

В рамках лінійної механіки руйнування амплітудні значення J -інтеграла можуть бути подані через амплітудні вузлові реакції та переміщення для кожної утриманої гармоніки:

$$J(t) = \sum_{l=l_0}^L J^l(t). \quad (4)$$

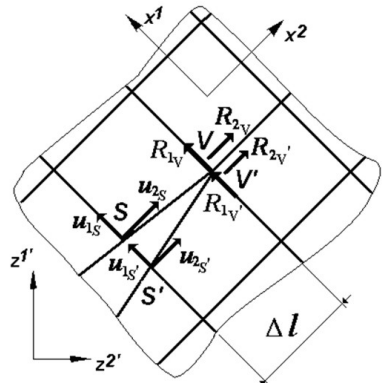


Рис. 2. Схема обчислення J -інтеграла

Для визначення складників J_I , J_{II} , та J_{III} , пов'язаних з тріщинами нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсуву, J -інтеграл, що охоплює тріщину, може бути поданий як сума J -інтегралів.

$$J^I = J_I^I + J_{II}^I + J_{III}^I = \frac{1}{2\Delta l} \left(R_{1V'}^I (u_{1S}^I - u_{1S'}^I) + R_{2V'}^I (u_{2S}^I - u_{2S'}^I) + R_{3V'}^I (u_{3S}^I - u_{3S'}^I) \right). \quad (5)$$

Формули для обчислення амплітудних значень вузлових реакцій залежать від алгоритму апроксимації рівнянь руху за часом та наведені у роботі [5].

Зв'язок величин J -інтеграла (величини питомої енергії, що необхідна для утворення одиниці поверхні тріщини) з відповідними значеннями КІН за умов лінійного деформування визначається за формулами:

$$K_I = \sqrt{J_I E/k}, \quad K_{II} = \sqrt{J_{II} E/k}, \quad K_{III} = \sqrt{2\mu J_{III}}, \quad (6)$$

де $k=1$ за умови плоского напруженого стану; $k=1-\nu^2$ за умови плоскої деформації.

2. Вірогідність та ефективність запропонованого підходу в задачах змішаного руйнування при динамічному навантаженні.

На прикладі простих пластин з різним розташуванням тріщин, для яких відомі аналітичні вирази КІН або опубліковані дані в літературі, проводилося співставлення значень КІН та ДКІН, обчислених за допомогою запропонованої методики.

Аналітичні формули для визначення КІН в представлених на рис. 3 моделях [10] мають вигляд:

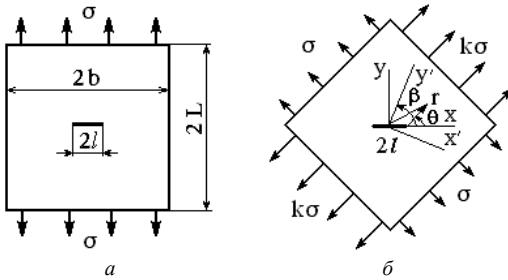


Рис. 3. Моделі: *a* – прямокутна пластинка з центральною тріщиною, що знаходиться в умовах одноосного розтягу; *б* – прямокутна пластинка з прямолінійною тріщиною, похилою під деяким кутом до розтягуючих зусиль, що знаходиться в умовах двохосного розтягу

Модель (*a*):

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \left(1 + 0.256 [l/2b] - 1.152 [l/2b]^2 + 12.2 [l/2b]^3 \right) \quad (\text{Ісіда});$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l \sec [\pi l / (2b)]} \quad (\text{Феддерсен}); \quad (K_{II} = 0). \quad (7)$$

Модель (б):

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \frac{1+k-(1-k)\cos 2\beta}{2}; \quad K_{II} = \sigma \sqrt{\pi l} \frac{1-k}{2} \sin 2\beta. \quad (8)$$

Проведено розрахунок пластин з центральною та похилою тріщинами, що знаходяться під дією рівномірно розподіленого розтягуючого тиску (рис. 4). Дослідження проводилися в умовах плоскої деформації. Фізико-механічні та геометричні параметри приймалися у наступному вигляді: $\sigma = 1.0 \text{ МПа}$; $E = 200 \text{ ГПа}$; $\nu = 0.3$.

Модель 1: $a = 2.4 \text{ мм}$; $W = 20 \text{ мм}$; $L = 40 \text{ мм}$.

Модель 2: $a = 7.07 \text{ мм}$; $W = 30 \text{ мм}$; $L = 60 \text{ мм}$; $\alpha = 45^\circ$.

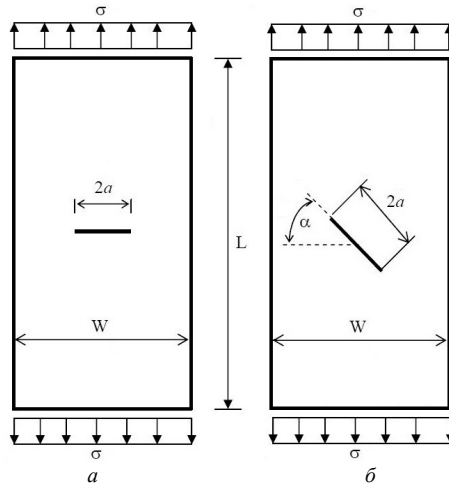


Рис. 4. Пластини з центральною (а) та похилою (б) тріщинами

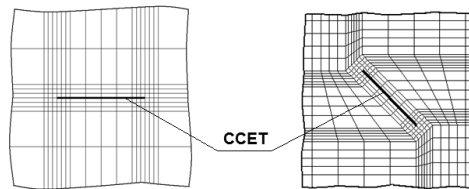


Рис. 5. Скінченно-елементна апроксимація

На першому етапі проведено статичний аналіз деформування тіл з тріщинами. Скінченно-елементна дискретизація базується на основі спеціальних скінченних елементів з тріщиною (ССЕТ) [9] у відповідності

до запропонованої методики та схематично представлена на рис. 5. Таблиці 1 та 2 представляють отриманий результат та похибки у порівнянні з аналітичним розв'язком.

Таблиця 1

Пластина з центральною тріщиною, КІН ($H \cdot m^{-3/2}$)

	K_I
Аналітичний Ісіда / Феддерсен	0.089889754 / 0.09005157
НМСЕ	0.09009840
Похибка	2.3% / 0.05%

Таблиця 2

Пластина з похилою тріщиною, КІН ($H \cdot m^{-3/2}$)

	K_I	K_{II}
Аналітичний	0.074516877	0.074516877
НМСЕ	0.073174385	0.074971548
Похибка	1.8%	0.6%

Другий етап – визначення динамічного КІН. Щільність матеріалу приймалась $\rho = 5000 \text{ кг/м}^3$, навантаження $\sigma = 1.0 \text{ МПа}$ миттєво прикладалося в момент часу $t = 0 \text{ с}$.

На рис. 6 представлено еволюцію нормованого динамічного K_{Id} (суцільна лінія) для пластини з центральною тріщиною у порівнянні з іншими відомими з літератури рішеннями: [11] – кружки, [12] – трикутники. Нормовані значення обчислюються по відношенню до параметра $K_0 = \sigma\sqrt{\pi a}$.

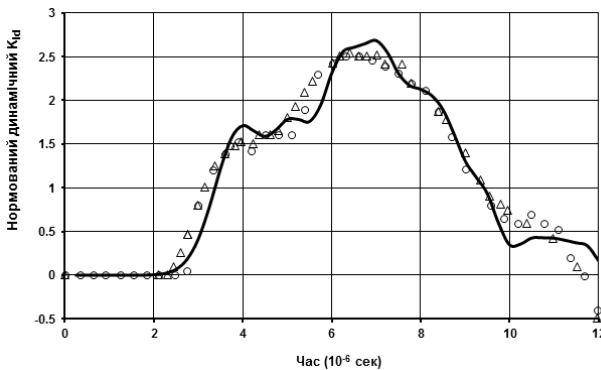


Рис. 6. Динамічний коефіцієнт інтенсивності напружень K_{Id} для пластини з центральною тріщиною

Аналогічні дослідження проведені для пластини з похилою тріщиною. На рис.7 та 8 представлено графіки зміни динамічних K_{Id} та K_{IIId} у часі.

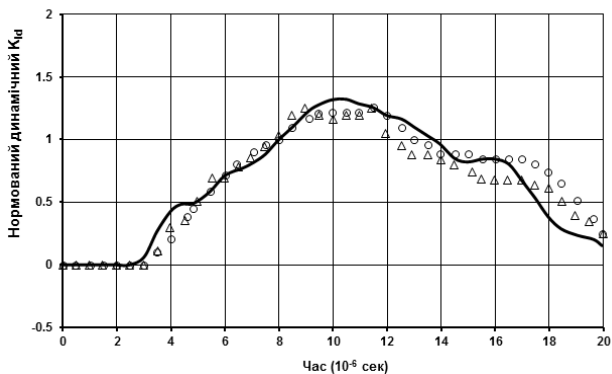


Рис. 7. Динамічний коефіцієнт інтенсивності напружень K_{Id} для пластини з похилою тріщиною

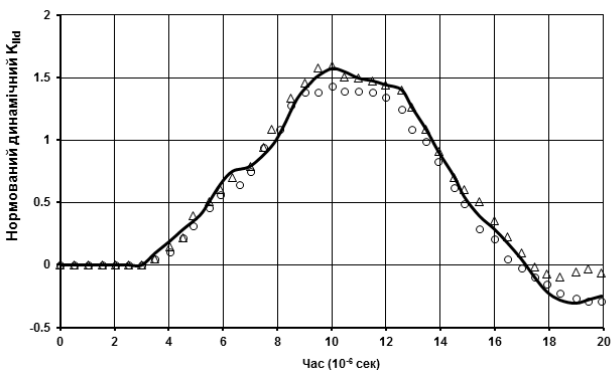


Рис. 8. Динамічний коефіцієнт інтенсивності напружень K_{IIId} для пластини з похилою тріщиною

У всіх випадках помітна добра збіжність представлених результатів не тільки за амплітудою K_{Id} і K_{IIId} але і за періодом коливальності.

Аналізуючи отримані результати, можна помітити наявність від'ємних значень динамічних КІН, що суперечить дійсності. Інші дослідники даної моделі [11-14] також відзначають появу від'ємних значень, що пов'язано з традиційним використанням алгоритмів обчислення КІН без будь-якого аналізу миттєвої конфігурації (в момент

часу t) берегів тріщини. Для даного дослідження глобальний максимум ДКІН реалізується вже на першому періоді, що робить недоцільним подальший аналіз і від'ємні значення вже не впливають на загальний результат. З іншого боку, автори усвідомлюють необхідність такого аналізу для коректного дослідження деформування тіл з тріщинами не тільки в задачах динаміки, але і при статичному аналізі просторових тіл, що є темою подальшої наукової роботи.

Висновки.

Таким чином, на основі напіваналітичного метода скінченних елементів розроблено ефективний підхід моделювання пошкоджень типу тріщин та визначення на цій основі параметрів тріщиностійкості в задачах змішаного руйнування тіл під дією нестационарних навантажень.

В процесі роботи розроблено нові алгоритми визначення динамічних коефіцієнтів інтенсивності напружень на основі прямого та енергетичного методів; створена методика обчислення складників J -інтеграла J_I , J_{II} , та J_{III} , пов'язаних з тріщинами нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсуву в задачах змішаного руйнування; вірогідність отриманих результатів і ефективність методики підтвержені розв'язанням контрольних прикладів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Вабіщевич М.О., Гуляр О.І., Солодей І.І.* Особливості обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень при динамічному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. - К.:КНУБА, Вип.82, 2008.-с.39-47.
2. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування простових тіл // КНУБА, 2005, 298с.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О.* Особливості визначення J -інтеграла в дискретних моделях метода скінченних елементів. – Опір матеріалів і теорія споруд. – № 76, 2005. – с.86-97.
4. *Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г.* Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. - Киев: Випол, 1993, 376с.
5. *Баженов В.А., Солодей І.І., Вабіщевич М.О.* Визначення параметрів механіки руйнування для тіл обертання в нестационарних задачах динаміки // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. академіка В. Лазаряна / Дніпропетровськ. ДНУЗТ, Вип.39, 2011.-с.7-12.
6. *Гуляр О.І., Солодей І.І., Вабіщевич М.О.* Дослідження вимушених коливань просторових неоднорідних призматичних тіл з тріщинами // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2007. – Вип.71.-с.170-177
7. *Вабіщевич М.О., Сахаров О.С., Солодей І.І.* Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень призматичних тіл з тріщинами при дії динамічного навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник – К.:КНУБА, Вип.78, 2006.-с.61-76.
8. *Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Гуляр О.І., Сахаров О.С.* Обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень в нестационарних задачах динаміки просторових тіл на основі

- енергетичного підходу // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник – К.:КНУБА, Вип.83, 2009.-с.93-109.
9. *Solodei I.I., Vabitshevich M.O., Gulyar O.I.* Використання спеціальних скінченних елементів з тріщиною в задачах механіки руйнування при нестационарних динамічних навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник – К.:КНУБА, Вип.84, 2009.-с.49-64.
 10. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974, 640 с.
 11. *Domínguez, J.; Gallego, R.* Time boundary element method for dynamic stress intensity factor computations. Int. J. Num. Meth. Engn., v.33, n.3, 1992, p.635-647.
 12. *Fedelinski, P; Aliabadi, M.H.; Rooke, D.P.* Boundary element formulation for the dynamic analysis of cracked structures. In: Aliabadi, M. H. (Ed.). Dynamic Fracture Mechanics. Computational Mechanics Publications, 1995.
 13. *Fedelinski P, Aliabadi M.H., Rooke D.P.* A single-region time-domain BEM for dynamic crack problems. Int J Solids Struct 1995;32:3555–71.
 14. *Lin X, Ballmann J.* Re-consideration of Chen's problem by finite difference method. Engng Fract Mech 1993;44(5):735–9.

Стаття надійшла до редакції 14.07.2011 р.

Баженов В.А., Солодей И.И., Вабищевич М.О., Гулярь А.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ СМЕШАННОГО РАЗРУШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В рамках полуаналитического метода конечных элементов разработана и апробирована методика раздельного вычисления параметров механики разрушения при смешанном разрушении в условиях динамического деформирования исследуемых объектов.

Bazhenov V.A.,

Solodei I.I., Vabitshevich M.O., Gulyar A.I.

DYNAMIC STRESS INTENSITY FACTOR FOR INTERMEDIATE FRACTURE IN THE RANGE OF SEMI-ANALYTICAL FEM

Effective methodology of dynamic stress intensity factor evaluation for intermediate fracture based on semi-analytical FEM is developed. Reliability of computational intelligence and efficiency of mentioned approach are corroborated with the help of test solutions.