

УДК 624.011

В.З. Кліменко, канд. техн. наук

## АНАЛІЗ ПРИБЛИЗНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ДЕРЕВ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ НА СКЛАДНИЙ ОПІР

Висловлюється методологічна претензія до методів розрахунку і сумнів у доцільності їхнього використання як нормативних.

В [1] автор з методологічної позиції дав оцінку неадекватності розрахунку елементів, що працюють на складний опір за нормами проєктування при різній їх гнучкості у площині згину. В цій статті виконано порівняння нормативного методу розрахунку з більш точними, але так само приблизними. В розрахункових формулах складного опору цих методів для перевірки крайових напружень складові від поздовжнього зусилля  $\sigma_c = N / F_{розр}$  однакові. Відрізняються вирази для обчислення розрахункового згинального моменту  $M_{розр}$  в деформованій схемі елемента. Тому в статті розглядається формування тільки цієї складової у формулі  $\sigma_{кр} = N / F_{розр} + M_{розр} / W_{розр}$ .

### Нормативний метод розрахунку 1

Розрахунковий момент знаходиться за формулою

$$M_D = \frac{M_q}{\xi}, \quad (1)$$

де  $M_q$  - згинальний момент від поперечного навантаження, а коефіцієнт  $\xi$  знаходиться за формулою

$$\xi = 1 - \frac{N}{\varphi \cdot R_c \cdot F_{\sigma p}}, \quad (2)$$

де  $\varphi = A / \lambda^2$  ( $A$  - const, яка залежить від міцності цільної чи клеєної деревини);  $R_c$  - розрахунковий опір на стиск;  $F_{\sigma p}$  - площа поперечного перерізу елемента.

В формулі (2) коефіцієнт  $\varphi$  за своєю природною суттю є коефіцієнтом поздовжнього згину Ейлера стержня  $\varphi_E = N_E / N = (\pi^2 EI / l^2) / R_c^{M.M} \cdot F_{\sigma p}$ . При  $E=10^4$  МПа і межі міцності на

стиск вздовж волокон деревини  $R_c^{M.M} = 33 \text{ МПа}$  величина  $\varphi_E \approx 3000 / \lambda^2$ . Цей відступ за контекстом статті не зайвий, оскільки в формулі (2)  $N$  - це внутрішнє зусилля в елементі, що працює на згин із стиском, наприклад, верхній пояс ферми, а  $\varphi$  залишається коефіцієнтом для Ейлерова стержня. При  $\lambda < 55$  такий стержень не може існувати в природі, а такі гнучкості звичайні для верхніх поясів великопанельних ферм з клеєної деревини. Таким чином у формулі (2) об'єднані два різних фізичних явища: робота реального елемента на стиск при його одночасному згинанні і стійкість віртуального стиснутого стержня, для якого коефіцієнт  $\varphi$  стає більше одиниці. На ділянці гіперболи Ейлера з  $\lambda < 55$   $\varphi$  для елемента, що працює на стиск зі згином, є деякий параметр, а не коефіцієнт повздовжнього згину і, як параметр, він може бути більше одиниці. Так  $\varphi$  і треба визначати. В цьому автор бачить суттєву претензію до нормативного методу розрахунку з методологічної позиції при застосуванні його для окремої групи елементів, які працюють на складний опір.

### Метод розрахунку 2

Розрахунковий згинальний момент в деформованій схемі елемента

$$M_{\text{розр}} = M_q + N \cdot f_D, \quad (3)$$

де  $f_D$  - прогин елемента в деформованому стані в момент встановлення рівноваги системи.

З методологічної точки зору на метод розрахунку вираз (3) для згинального моменту значно більш логічний ніж за формулою (1). Якби прогин елемента  $f_D$  знаходився в результаті інтегрування диференціального рівняння викривленої осі стиснено-зігнутого елемента, рішення за формулою (3) було б абсолютно адекватно фізичному явищу в такому елементі. Однак прогин в деформованій схемі елемента знаходиться за приблизною формулою

$$f_D = f_q / \left( 1 - \frac{N}{N_E} \right), \quad (4)$$

в якій  $f_q$  - прогин тільки від поперечного навантаження.

З огляду на те, що при симетричному згині шарнірно закріпленого на кінцях елемента справедлива, з деякою похибкою, формула  $f_q = M_q / N_E$ , слідує, що

$$f_D = \frac{M_q}{N_E \cdot \left( 1 - \frac{N}{N_E} \right)} = \frac{M_q}{N_E - N}. \quad (5)$$

Тоді

$$M_{розр} = M_q + \frac{N \cdot M_q}{N_E - N},$$

а після перетворень маємо

$$M_{розр} = \frac{M_q}{1 - \frac{N}{N_E}}, \quad (6)$$

де  $N_E$  - критична стискаюча сила по Ейлеру.

Зараз неможливо відповісти на те, чому для нормативного розрахунку не прийнято визначення згинального моменту в деформованій схемі по формулі (6), в якій відсутній в явному виді коефіцієнт  $\varphi$ , а прийнята формула (2). Можливо тому, що в той час не було конструкцій з елементами при  $\lambda < 55$ , але у виразі  $\varphi = 3000/\lambda^2$ , який за фізичним змістом не повинен перевершувати одиницю, накладається обмеження на величину  $\lambda$ , що мало бути відображено в методі розрахунку елементів на складний опір.

Задовільні результати розрахунків за обома методами 1 і 2 забезпечуються математичною структурою формули (2) і знаменнику у формулі (6), в якій

$$1 - \frac{N}{N_E} = \xi. \quad (7)$$

Але це не може бути науковим поясненням методів. В методі 2 принаймні немає приводу для «звинувачення» його з методологічної позиції. За фізичною суттю ці методи ідентичні, але по-різному формалізовані і не є адекватними фізичному явищу в елементах, які працюють на одночасну дію стиску і згину.

### Метод розрахунку 3

Цей метод розрахунку приведено в [2]. Формально він однотипний з методом 2, але його інтерпретація робить його привабливішим з позиції викладача вищої школи для виконання студентами науково-дослідної роботи.

Максимальний згинальний момент всередині прольоту балки, шарнірно обпертої на опорах, дорівнює

$$M_{\max} = M_q + N \cdot f_{\max} \quad (8)$$

в якій прогин всередині прольоту становить

$$f_{\max} = f_q \cdot \frac{\chi_E}{\chi_E - 1}, \quad (9)$$

де  $\chi_E = N_E/N$ .

В [2] відмічається те, що формула (9) точна тільки для рівномірно розподіленого навантаження, а для всіх інших навантажень є приблизною. Ось який вид мають формули для максимального згинального моменту, для деяких розрахункових схем елементів після математичних перетворень:

- для рівномірно розподіленого навантаження

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} + N \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \cdot \frac{\chi_E}{\chi_E - 1} = \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{\chi_E + 0,028}{\chi_E - 1}; \quad (10)$$

- для зосередженої сили всередині прольоту

$$M_{\max} = \frac{Pl}{4} \cdot \frac{\chi_E + 0,177}{\chi_E - 1}; \quad (11)$$

- для чистого згину

$$M_{\max} = M \frac{\chi_E + 0,234}{\chi_E - 1}. \quad (12)$$

З точки зору формалізму структура формул (10), (11), (12) логічна порівняно з формулами (1) і (6). Присутність величини  $(\chi_E + n)/(\chi_E - 1)$  «відчутно» демонструє зміну згинального моменту в деформованій схемі. З позиції викладача запис формул типу (10)...(12) в навчально-методичній літературі також краще ніж формули (1) і (6), в яких деформована схема елементів дещо завуальована. В цьому методі відсутній в явному виді параметр  $\varphi$ , і не треба пояснювати неметодологічність метода, а логічного пояснення, як слідує з розглянутих вище методів, цьому немає.





### Порівняння методів розрахунку

В табл. 1 дані вихідні дані для обчислення розрахункового згинального моменту в деформованій схемі верхніх поясів конструкцій, показаних в графі 1. Верхні пояси виконані з клесної деревини, геометричні характеристики їх дані в графах 2, 3, 4. Вихідні дані взято із прикладів проектування [3, 4], обов'язковою умовою для яких було максимальне наближення крайових напружень по формулі складного опору до розрахункового опору клесної деревини стисканню вздовж волокон, відповідно до норм проектування. Приклади вибрані таким чином, щоб гнучкості верхніх поясів (графа 5) в площині згину були більше і менше 55, і відповідно коефіцієнт  $\varphi$  для прикладів 1 і 2 менше одиниці, а параметр  $\varphi$  для прикладів 3 і 4 більше одиниці (графа 6).

Різниця між  $N_{кр}$  в формулі (2) і  $N_E$  в формулі (7) викликає різницю у величинах розрахункових моментів (графа 2, 3, 4 табл. 2). Розрахунок по методам 2 і 3 (графи 3 і 4) дає менший запас ніж розрахунок за нормативним методом (графа 2). Ця обставина не робить методи 2 і 3 більш привабливими. Зайвий запас всіх трьох приблизних методів розрахунку,

Таблиця 1

Вихідні дані для розрахунку стиснуто-згинальних елементів

№	Геометричні схеми конструкцій	Геометричні характеристики перерізу верхнього поясу				Розрахункові характеристики					Зусилля, кН			
		$b \times h$ , см	$F_{об}$ , см <sup>2</sup>	$I$ , см <sup>4</sup>	$\lambda$	$\varphi = \frac{3000}{\lambda^2}$	по (1)	по (2)	по (7)	по (8)	по (9)	$N_{sp} = \varphi R_c F_{об}$	$N_E$ по формулі Ейлера	$N_{max} = R_n \cdot F_{об}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1		14×42,9	600,6	92112	78	0,493	0,890	0,946	52,4	441	965	1982		
2		13,5×31,5	420,5	34004	58,6	0,874	0,780	0,898	122,6	551	1205	1383		
3		14,5×38,5	558,3	68955	40,7	1,81	0,869	0,940	198,9	1516	3313	1842 2456*		
4		14×52,8	739,2	171731	39,5	1,99	0,877	0,942	263,0	2206	4566	2439 3252*		

\* Значення  $N_{max}$ , отримані з заміною  $R_c^i$  на  $R_c^{br}$ .

порівняно з розрахунками по точному методу, про який мова йшла в [1], зовсім не обов'язковий. А коли він досягається за рахунок серйозної методологічної претензії до методів розрахунку, то краще від цих методів відмовитись. В [1] автор цю власну позицію обгрунтовував тим, що не можна приймати за нормативний, такий метод, в якому чи в явному вигляді, чи завуальовано допускається коефіцієнт повздовжнього згину більше одиниці. Неметодологічність метода можна приховати записавши у формулі (2) замість  $\varphi$  його значення  $A/\lambda^2$ . Так і було у всіх попередніх нормах проектування дерев'яних конструкцій аж до чинних. Чи правильно це? А як приховати чи пояснити той факт, що в реальних стиснено-зігнутих елементах при малій їхній гнучкості (строки 3 і 4 табл. 1) максимально можливі зусилля стискання у них (графі 12 табл. 1) менше сили Ейлера (графі 11 табл. 1). Пояснення є – таке можливо в Ейлеровому стержні при  $\lambda < 55$ . Але він не має ніякого відношення до верхнього пояса ферм. В нормативному документі повинен бути точний, адекватний фізичному явищу у верхніх поясах ферм метод розрахунку.

Таблиця 2

Розрахункові згинальні моменти у стиснуто-згинальних елементах

№	Згинальні моменти, $\kappa Hm$				$M_i/M_q$		
	$M_q$	Розрахункові згинальні моменти за методом					
		1 по (1)	2 по (6)	3 по (10)	$M_1/M_q$	$M_2/M_q$	$M_3/M_q$
	1	2	3	4	5	6	7
1	43,8	49,21	46,3	46,43	1,123	1,057	1,06
2	29,2	37,44	32,52	32,59	1,282	1,114	1,116
3	39,1	44,29	41,59	41,66	1,151	1,064	1,065
4	63,4	72,29	67,31	67,39	1,140	1,062	1,063

### На завершення

Відчуваючи відповідальність заяви про нелегітимність нормативного методу розрахунку деякої групи стиснуто-згинальних елементів, автор удається до допомоги знаних авторитетів і вважає доречним навести два висловлювання.

Перше належить видатному вченому – математику і суднобудівельнику академіку О.М. Крилову [5]: "... долголетней практикой я убедился, что если какая-нибудь нелепость стала рутинной, то чем эта нелепость абсурднее, тем труднее её уничтожить".

Друге – провідному російському фахівцю з теорії розрахунків дерев'яних конструкцій проф. Е.М. Серову і міститься наприкінці

змістовної трилогії, присвяченої сучасним конструкціям з клеєної деревини [6]: “Однако устоявшиеся тенденции сильны, а оппоненты иногда не только амбициозны, но и агрессивны: приходится длительное время отстаивать и доказывать очевидные вещи. Конструкциям от этого “легче не становится”. Це висловлювання вмотивоване його впевненістю у помилковості механічного перенесення деяких положень розрахунку конструкцій із цільної деревини на конструкції із клеєної деревини. Автор цієї статті повністю поділяє цю впевненість.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Клименко В.З.* Розрахунок дерев'яних елементів, що працюють на стиск зі згином. // Опір матеріалів і теорія споруд.– К.: КНУБА, 2011.- Вип. 87.- С. 110-117.
2. Справочник проектировщика. Расчетно-теоретический. Под ред. *А.А. Уманского*. ГСИ. М.: 1960. – 791 с.
3. Конструкция из дерева и пластмасс. Примеры расчета и конструирования. Учеб. пособие для вузов / *Иванов В.А., Клименко В.З.* и др. – Киев: Вища школа. 1981. – 392 с.
4. *Клименко В.З.* Проектирование деревянных конструкций: Учеб. пособие. – Киев: ИСМО. 1998. – 432 с.
5. *Крылов А.Н.* Мои воспоминания. – Л.: Судостроение. 1984. – 480 с.
6. *Серов Е.Н., Санников Ю.Д.* Проектирование клееных деревянных конструкций Ч. III. Проектирование гнутоклееных рам. – СПб. 1999. – 140 с.

*Стаття надійшла до редакції 31.03.2011 р.*

*Клименко В.З.*

#### **АНАЛИЗ ПРИБЛИЗИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, РАБОТАЮЩИХ НА СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ**

Высказывается методологическая претензия к методам расчета и сомнение в целесообразности их использования в качестве нормативных.

*Klimenko V.Z.*

#### **ANALYSIS OF APPROXIMATE METHODS FOR CALCULATING THE WOODEN ELEMENTS THAT ARE DIFFICULT TO RESIST**

The views expressed methodological claim to the methods of calculation and questioned the appropriateness of their use as normative.