

УДК 539.3

В.А. Баженов, д-р техн. наук

О.П. Кривенко, канд. техн. наук

М.О. Соловей, д-р техн. наук

## ВПЛИВ ПОПЕРЕДНЬОГО НАГРІВУ НА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ КВАДРАТНИХ У ПЛАНІ ПАНЕЛЕЙ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ ЗАКРІПЛЕННІ КОНТУРУ

Вивчається вплив попереднього нагріву на втрату стійкості квадратної в плані сферичної панелі при поступовій зміні умов комбінованого закріплення контуру. Порівнюються два варіанти часткової заміни жорсткого затиснення контуру панелі на шарнірне опирання.

Несуча спроможність і форми нелінійного деформування пологих панелей залежать як від геометричних параметрів оболонки та виду навантажень, так і від типу граничних умов. У роботах [1, 2, 6] при дослідженні круглої та квадратної в плані пологих сферичних панелей, що навантажені тиском, виявлено нелінійну залежність величин верхнього та нижнього критичних навантажень від поступової заміни одного типу граничних умов (жорстке затиснення) на інший (шарнірне опирання). У роботі [3], на прикладі пологої круглої в плані панелі, досліджено вплив величини попереднього нагріву на втрату стійкості оболонки при зміні типу граничних умов. У даній роботі наведені результати аналогічних досліджень, які проведені для пологих квадратних у плані панелей.

Дослідження виконані за методикою [4–6], яка спирається на співвідношення тривимірної теорії термопружності, скінченноелементне формулювання геометрично нелінійної задачі у приростах і використання моментної схеми скінченних елементів. Достовірність методики обґрунтована чисельними дослідженнями збіжності та точності скінченноелементних розв'язків для різних класів пружних неоднорідних оболонок [6].

Розглядається попередньо нагріта квадратна в плані сферична панель сталі товщини, що навантажується зовнішнім рівномірним тиском інтенсивністю  $q$  (рис. 1, *a*). Матеріал оболонки – ізотропний. Прийнято наступні вихідні данні: модуль пружності  $E = 19.6 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ , коефіцієнт лінійного розширення  $\alpha = 0.125 \cdot 10^{-4}$  град<sup>-1</sup>, товщина  $h = 0.01$  м, стріла підйому  $H = 4h$ , розмір опорного контуру

$a=177.2h$ , радіус серединної поверхні  $R=1968.49h$ , параметр кривизни  $K=32$  ( $K = 2a^2/(Rh)$ ). Результати досліджень подані з використанням безрозмірних параметрів навантаження  $\bar{q}=a^4q/(Eh^4)$ ,  $\bar{T}=T/1^\circ\text{C}$  і прогину  $\bar{u}^I = u^I/h$ , де  $u^I$  – прогин панелі вздовж осі  $x^I$ .

За розрахункову скінченноелементну модель було прийнято чверть панелі з рівномірною сіткою  $18 \times 18$  скінченних елементів, яка, як довели дослідження, забезпечує збіжність розв'язків.

Дія на оболонку нагріву та тиску реалізовувалась за такою схемою: спочатку панель поступово нагрівалась рівномірно за об'ємом на величину  $T^\circ\text{C}$ , а потім при зафіксованому температурному полі навантажувалась тиском інтенсивністю  $q$ . Панель розглядалась при попередньому нагріві на  $T = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$  і  $30^\circ\text{C}$ .

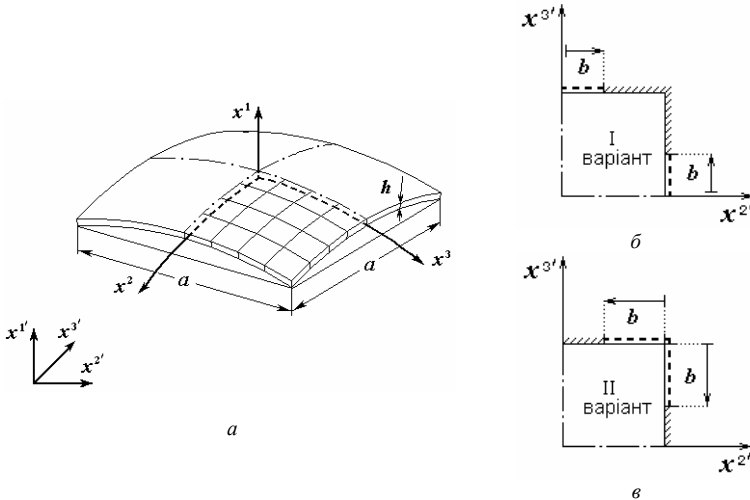


Рис. 1. Сферична панель з двома варіантами комбінованого закріплення контуру

Досліджувався вплив на стійкість оболонки двох варіантів поступової заміни жорсткого затиснення на шарнірне опирання відповідно до напрямку зміни параметра  $b$ . У першому варіанті заміщення виконувалось, починаючи з центра бічної грані панелі (рис. 1, б), у другому – з кута панелі (рис. 1, в). В обох випадках ділянка шарнірного опирання скінченноелементної моделі оболонки  $b$  характеризується безрозмірним параметром  $\bar{b}=2b/a$  ( $0 \leq \bar{b} \leq 1$ ). Крайні значення

параметра шарнірного опирання  $\bar{b}$  відповідають однорідним граничним умовам:  $\bar{b} = 0$  – умові жорсткого затиснення контуру всієї панелі (▨), а  $\bar{b} = 1$  – умові її шарнірного опирання (▧). Проміжні значення параметра  $0 < \bar{b} < 1$  характеризують комбіноване закріплення контуру оболонки (▨▧).

Еволюція діаграм “навантаження-прогин” центра панелі (“ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ”) для різних величин попереднього нагріву при зміні граничних умов за першим варіантом показана на рис. 2, за другим – на рис. 3.

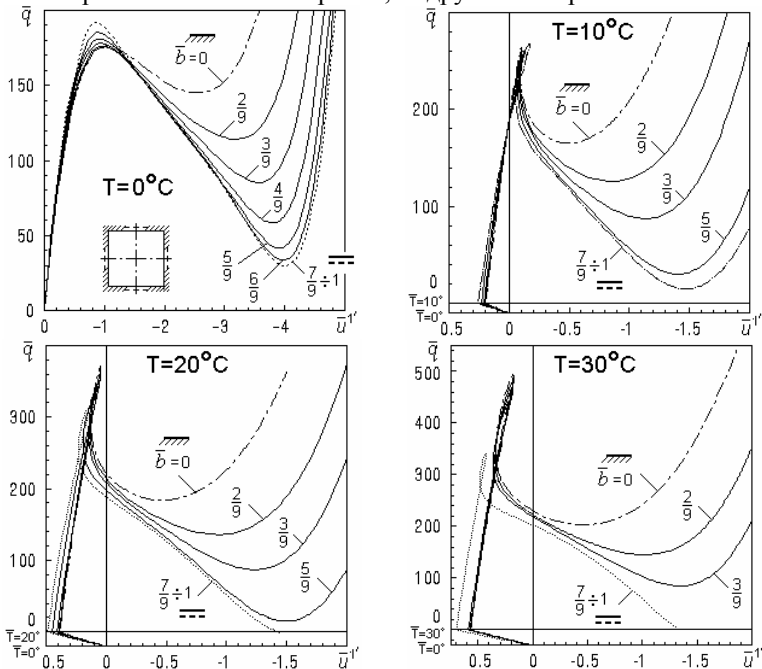


Рис. 2. Еволюція діаграм “навантаження-прогин” для першого варіанту зміни граничних умов

У докритичній області діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” мало залежать від параметра  $\bar{b}$ . У закритичній області більший вплив на еволюцію діаграм “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” справляє заміщення граничних умов за першим варіантом. Це пояснюється тим, що в цьому варіанті загальна жорсткість панелі швидше зменшується зі збільшенням величини параметра  $\bar{b}$ .

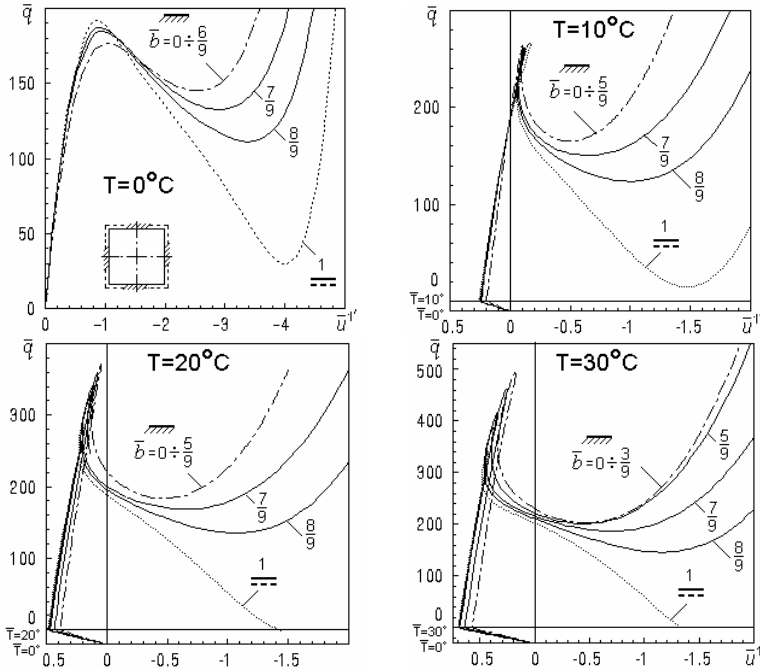


Рис. 3. Еволюція діаграм “навантаження-прогин” для другого варіанту зміни граничних умов

У випадку дії лише тиску ( $T=0^\circ\text{C}$ ) діаграми мають вигляд, що характерний для втрати стійкості пологих панелей. При наявності температурного поля ( $T=10^\circ \div 30^\circ\text{C}$ ) діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^1$ ” набувають більш складного вигляду – з’являються петлі.

У докритичній області для всіх варіантів у розв’язках на діаграмах “навантаження-прогин” відсутні точки розгалуження. Точки розгалуження та сходження гілок розв’язків розміщуються лише на нестійких ділянках діаграм “навантаження-прогин” – між верхньою  $\bar{q}_{кр}^6$  та нижньою  $\bar{q}_{кр}^H$  критичними точками.

Узагальнення результатів досліджень у вигляді залежності величини верхнього критичного навантаження  $\bar{q}_{кр}^6$  від параметра  $\bar{b}$  (рис. 4, табл. 1, 2) та нижнього критичного навантаження  $\bar{q}_{кр}^H$  (рис. 5, табл. 3, 4) дозволило зробити такі висновки.

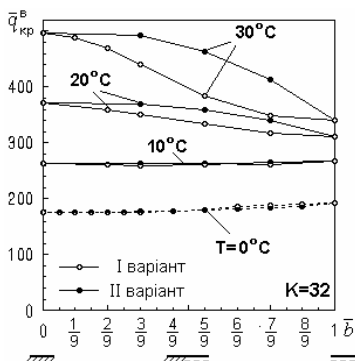


Рис. 4. Залежність верхнього критичного навантаження від величини параметра шарнірного опирання

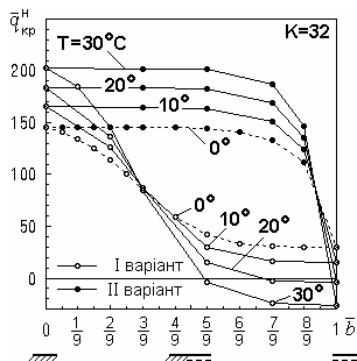




Рис. 5. Залежність нижнього критичного навантаження від величини параметра шарнірного опирання

Для ненагрітої ( $T = 0^\circ\text{C}$ ) і нагрітої на  $T = 10^\circ\text{C}$  панелей для обох варіантів зміни граничних умов залежність “ $\bar{q}_{кр}^e - \bar{b}$ ” близька до лінійної (рис. 4). Маємо незначне зростання величини  $\bar{q}_{кр}^e$  при шарнірному опиранні, порівняно зі жорстким затисненням, відповідно на 8.6 і 1.3%. Слабкий вплив способу зміни граничних умов на величину  $\bar{q}_{кр}^e$  можна пояснити малістю температури попереднього нагріву.

З підвищенням величини попереднього нагріву ( $T = 20^\circ$  і  $30^\circ\text{C}$ ) величина верхнього критичного навантаження зі зростанням параметра  $\bar{b}$  послідовно зменшується (на 15.86% при  $T = 20^\circ\text{C}$  та на 31.67% при  $T = 30^\circ\text{C}$ ). При цих відносно великих величинах нагріву проявляється різниця в способі заміни жорсткого затиснення на шарнірне опирання. Другий варіант зміни граничних умов виявився ефективнішим. Так, наприклад, при  $\bar{b} = 5/9$ , що припадає на 55% контуру із шарнірним опиранням, різниця між величинами  $\bar{q}_{кр}^e$  для I і II варіантів зміни граничних умов становить 7.65% при  $T = 20^\circ\text{C}$  і 20.44% при  $30^\circ\text{C}$ . Це, мабуть, пояснюється тим, що у другому варіанті перехід на більш слабкі граничні умови відбувається із найжорсткішої області панелі – з кутів.



Таблиця 1

Вплив нагріву на величину  $\bar{q}_{кр}^e$  при зміні граничних умов (I варіант)

$\bar{b}$	$T = 0^\circ \text{C}$		$T = 10^\circ \text{C}$		$T = 20^\circ \text{C}$		$T = 30^\circ \text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %
 0	176.4	0	263.4	0	370.7	0	497.0	0
1/9	175.1	-0.40	—	—	—	—	487.9	-1.83
2/9	175.5	-0.51	260.6	-1.06	359.6	-2.99	468.9	-5.65
3/9	176.2	-0.11	259.8	-1.37	351.3	-5.23	441.2	-11.23
5/9	180.9	2.55	261.0	-0.91	333.1	-10.14	384.0	-22.68
7/9	188.3	6.75	264.8	0.53	317.2	-14.43	348.7	-29.84
8/9	191.0	8.28	—	—	—	—	—	—
 1	191.5	8.56	266.9	1.33	311.9	-15.86	339.5	-31.67

Таблиця 2



Вплив нагріву на величину  $\bar{q}_{кр}^e$  при зміні граничних умов (II варіант)

$\bar{b}$	$T = 0^\circ \text{C}$		$T = 10^\circ \text{C}$		$T = 20^\circ \text{C}$		$T = 30^\circ \text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e),$ %
 0	176.4	0	263.4	0	370.7	0	497.0	0
1/9	176.4	0	—	—	—	—	—	—
2/9	176.5	0.06	—	—	—	—	—	—
3/9	176.9	0.28	263.1	-0.11	369.1	-0.43	493.3	-0.74
5/9	179.8	1.93	262.4	-0.38	358.6	-3.26	462.5	-6.94
7/9	184.7	4.71	261.6	-0.69	340.5	-8.15	414.1	-16.68
8/9	187.1	6.07	261.7	-0.64	330.5	-10.84	387.8	-21.97
 1	191.5	8.56	266.9	1.33	311.9	-15.86	339.5	-31.67

Вплив способу заміни жорсткого затиснення на шарнірне опирання підтверджується залежністю нижнього критичного навантаження від параметра  $\bar{b}$  (рис. 5). У другому варіанті при зростанні параметра шарнірного опирання  $\bar{b}$  до значення  $\bar{b} = 5/9$  величина  $\bar{q}_{кр}^e$  залишається практично незмінною. При першому варіанті заміни граничних умов величина нижнього критичного навантаження зразу падає.



Таблиця 3

Вплив нагріву на величину  $\bar{q}_{кр}^H$  при зміні граничних умов (I варіант)

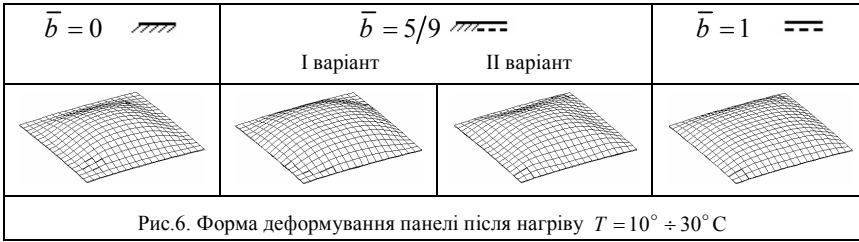
$\bar{b}$	$T = 0^\circ \text{C}$		$T = 10^\circ \text{C}$		$T = 20^\circ \text{C}$		$T = 30^\circ \text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %
 0	145.1	0	165.1	0	183.9	0	202.4	0
1/9	134.5	-7.30	—	—	—	—	184.6	-8.79
2/9	114.0	-21.43	125.8	-23.66	136.1	-25.99	145.4	-28.16
3/9	85.3	-41.18	87.44	-47.04	87.17	-52.60	84.74	-58.13
5/9	41.7	-71.26	30.17	-81.73	15.05	-91.82	-3.806	-101.88
7/9	30.8	-78.74	16.23	-90.15	-2.213	-101.20	-24.01	-11.86
8/9	30.1	-79.22	—	—	—	—	—	—
 1	30.1	-79.28	15.17	-90.81	-3.504	-101.90	-25.97	-112.83

Таблиця 4

Вплив нагріву на величину  $\bar{q}_{кр}^H$  при зміні граничних умов (II варіант)

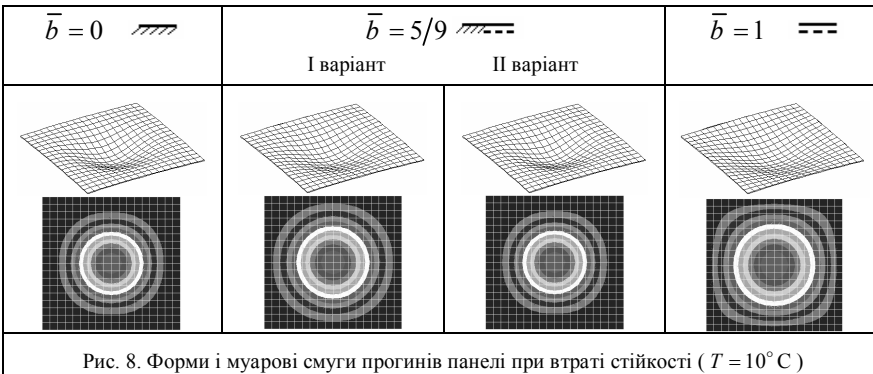
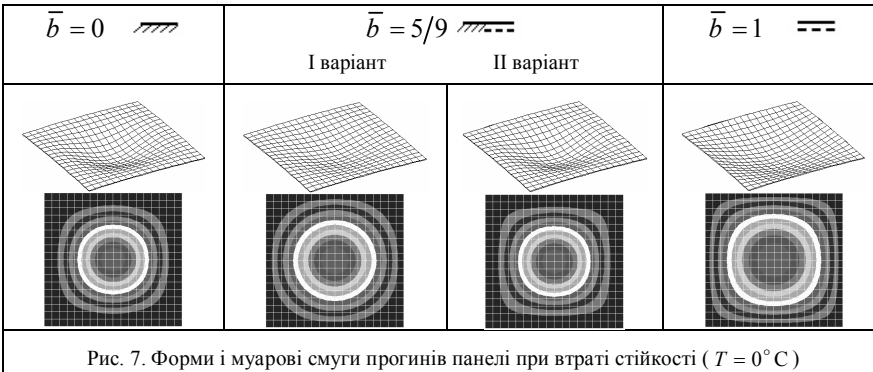
$\bar{b}$	$T = 0^\circ \text{C}$		$T = 10^\circ \text{C}$		$T = 20^\circ \text{C}$		$T = 30^\circ \text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %	$\bar{q}_{кр}^H$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^H),$ %
 0	145.1	0	165.1	0	183.9	0	202.4	0
1/9	145.1	0	—	—	—	—	—	—
2/9	145.1	0	—	—	—	—	—	—
3/9	145.1	0	164.8	-0.18	182.3	-0.87	201.8	-0.30
5/9	144.1	-0.69	163.8	-0.79	182.0	-1.03	201.4	-0.49
7/9	132.6	-8.61	150.5	-8.84	168.6	-8.32	186.8	-7.71
8/9	111.2	-23.23	123.8	-25.01	135.5	-26.32	146.1	-27.82
 1	30.1	-79.28	15.17	-90.81	-3.504	-101.90	-25.97	-112.83

Характер зміни форми деформування панелі після нагріву залежить лише від способу закріплення контуру (тобто від параметра  $\bar{b}$ ) (рис. 6). Форми деформування нагрітої на  $10^\circ \text{C}$ ,  $20^\circ \text{C}$  і  $30^\circ \text{C}$  панелі відрізняються тільки за величиною переміщення її точок.

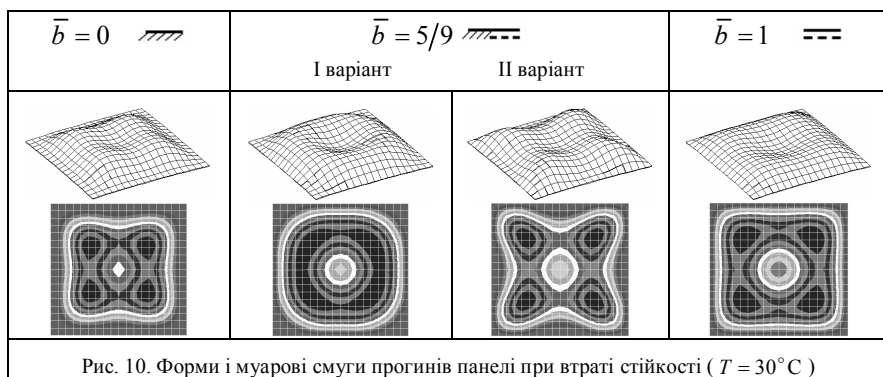
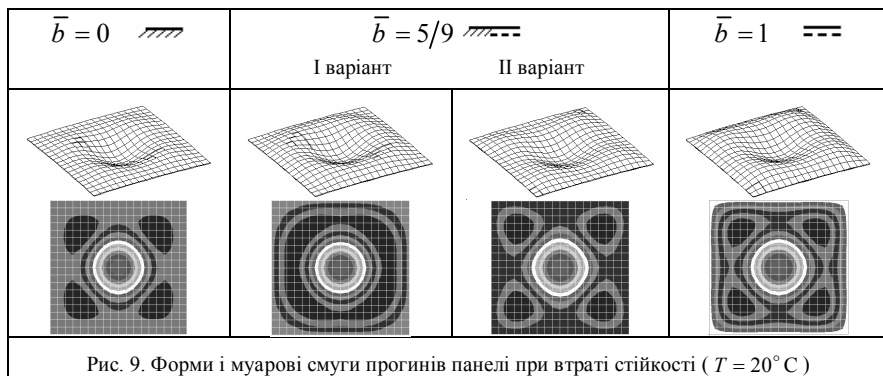


У всіх випадках граничних умов втрата стійкості супроводжується проклачуванням центральної частини панелі (рис. 7 – 10).

Без нагріву ( $T = 0^\circ \text{C}$ ) і при нагріві на  $10^\circ \text{C}$  для квадратної панелі реалізується форма втрати стійкості, що відповідає загальній втраті стійкості оболонки (проклачування її центральної частини (рис. 7, 8) ).







З підвищенням інтенсивності нагріву до  $T = 20^\circ\text{C}$  і  $T = 30^\circ\text{C}$  еволюція форми втрати стійкості (рис. 9, 10) ускладнюється, що пов'язано зі збільшенням вертикальних переміщень від нагріву – чим більше нагрів, тим сильніше оболонка видувається.

Проведені дослідження дозволили виявити існуючі нелінійні закономірності втрати стійкості пологих сферичних панелей, що навантажуються тиском та попереднім нагрівом, при послідовній зміні областей комбінованого закріплення контуру. Отримані результати можуть бути використані при проектуванні різноманітних несучих оболонкових конструкцій та їхніх елементів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Кривенко О.П.* Вплив комбінованих граничних умов на стійкість пологих оболонок обертання // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2007. – Вип. 81. – С. 84-90.
2. *Кривенко О.П.* Вплив комбінованого закріплення контуру на стійкість пологих квадратних у плані панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2008. – Вип. 82. – С. 65-70.
3. *Кривенко О.П., Соловей М.О.* Вплив нагріву на втрату стійкості пологих панелей при зміні умов закріплення контуру // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87.
4. *Баженів В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінчених елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 1999. – Вип. 66. – С. 22-25.
5. *Баженів В.А., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих неоднородных оболочек при термосиловых нагрузках // Прикладная механика, 2009. – Том 45, №9. – С. 3-40.
6. *Баженів В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.

*Стаття надійшла до редакції 29.10.2012 р.*

*Баженів В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.*

**ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАГРЕВА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГИХ КВАДРАТНЫХ В ПЛАНЕ ПАНЕЛЕЙ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ КОНТУРА**

Изучается влияние предварительного нагрева на потерю устойчивости квадратной в плане сферической панели при постепенном изменении условий комбинированного закрепления контура. Сравниваются два варианта частичной замены жесткого защемления контура панели на шарнирное опирание.

*Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovey M.O.*

**EFFECT OF PRELIMINARY HEATING ON STABILITY OF SLOPING SQUARED PANELS AT THE COMBINED FIXING OF A BOUNDARY**

The effects of preliminary heating to the loss of stability of a spherical squared panel at gradual change of conditions of the combined fixing of a boundary is studied. Two modes of a partial replacement on the panel's contour of the clamped boundary at the hinged boundary are compared.