

УДК 539.3

А.Д. Легостаєв, канд. техн. наук
Н.А. Гречух
О.О. Яковенко

РОЗРАХУНОК НА ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ ПЛАСТИНЧАСТО-ОБОЛОНКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ НЕРЕГУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ ЗА МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Наведені результати розв'язання задачі про власні коливання комбінованої нерегулярної конструкції, дискретна модель якої побудована на основі методу скінчених елементів. Розв'язок задачі виконано з використанням методу підконструкцій і редукованих моделей фрагментів.

Різноманітні інженерні конструкції широкого кола призначення розглядаються як складні структури, аналіз яких навіть при використанні сучасних програмних систем для ЕОМ залишається трудомісткою і нетривіальною задачею. Рівень розвитку чисельних методів розрахунку складних структур дає змогу використовувати розрахункові моделі з докладним поданням їх геометричних і фізико-механічних характеристик із забезпеченням високої надійності результатів розрахунків.

Розглянемо розв'язання задачі про власні коливання просторової пластинчато-оболонкової конструкції (рис. 1), складеної з тонкостінних континуальних фрагментів, дискретні моделі яких будуються на основі методу скінчених елементів (МСЕ).

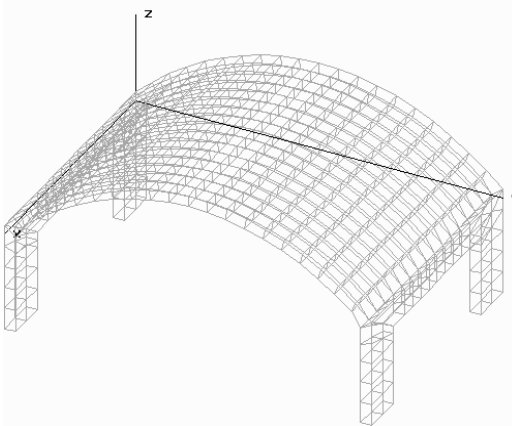


Рис. 1. Загальний вигляд комбінованої конструкції

Співвідношення МСЕ формулюються в переміщеннях. Розв'язання задачі динаміки виконується на основі методу підконструкцій з використанням редукованих моделей фрагментів, побудова яких здійснюється за методикою, викладеною в роботах [1,2].

Розмірність редукованих матриць фрагментів визначається кількістю переміщень базисних вузлів, що вважаються узагальненими координатами редукованих моделей фрагментів. Ідентифікація координат виконується їх номерами. Кожному фрагменту призначається свій набір узагальнених координат. Номери їх визначаються шляхом наскрізної нумерації узагальнених координат редукованих моделей усіх фрагментів конструкції. Слід наголосити на тому, що стиковочні вузли на границі суміжних фрагментів повинні мати однакові глобальні номери. Редуковані матриці цілої конструкції складаються з редукованих матриць фрагментів. Зшивка матриць відбувається у відповідності із співпадаючими номерами стиковочних вузлів.

В математичному аспекті задача про власні коливання конструкції зводиться до узагальненої проблеми про власні значення редукованих матриць в результаті чого отримуємо власні числа і власні вектори редукованої моделі конструкції. Власні числа, кількість яких відповідає кількості ступенів вільності моделі, визначають колові і технічні частоти власних коливань редукованої моделі цілої конструкції. Власні вектори складаються з переміщень базисних вузлів моделі.

Побудова форми коливань скінченноелементної моделі (СЕМ) фрагмента виконується у відповідності з формулою, що пов'язує узагальнені координати редукованої моделі і СЕМ фрагмента.

$$\{u\} = [U] \{q\}, \quad (1)$$

де $\{u\}$ - вектор переміщень вузлів СЕМ фрагмента, $\{q\}$ - узагальнені координати редукованої моделі фрагмента, $[U]$ - матриця базисних векторів (конфігурацій СЕМ фрагмента від одиничних переміщень базисних вузлів).

Таким чином отримуємо форми власних коливань СЕМ фрагмента. Вибір складових матриці $[U]$ виконується у відповідності з глобальними номерами узагальнених координат фрагмента. Отже, використання базисних вузлів забезпечує перше наближення при розв'язанні задачі про власні коливання складної оболонкової конструкції.

Реалізація алгоритму уточнення виконується в ітераційному процесі, починаючи з побудови нових редукованих моделей фрагментів і формування їх редукованих матриць та матриць цілої конструкції відносно нових узагальнених координат – конфігурацій границь суміжних фрагментів

і наближених форм власних коливань фрагментів, отриманих за допомогою набору базисних вузлів. Як вже відмічалось, форми коливань для кожного фрагмента формуються для їх СЕМ моделей в єдиній системі координат, пов'язаній з конструкцією у відповідності з формулою (1). Конфігурація границі визначається набором переміщень вузлів, які їй належать, для тієї чи іншої форми коливань.

У відповідності з прийнятими співвідношеннями методу скінченних елементів, у кожному вузлі на серединній поверхні оболонкової конструкції враховуються три поступальні і три кутові переміщення в глобальній системі координат. Кожна границя має шість ступенів вільності, які визначаються шістьма узагальненими координатами - переміщеннями граничних вузлів для кожного виду (три поступальних і три кутових), які поспідовно вилучаються з набору переміщень, наприклад, першої форми коливань і зберігаються в файлах узагальнених координат, а на границю накладаються абсолютно жорсткі в'язі. Таким чином створюється основна система методу переміщень у якій базисним вектором є конфігурація стиковочної границі фрагмента, складена з переміщень групи вузлів на цій границі.

Наступним кроком створення редукованої моделі фрагмента є обчислення нових базисних векторів, як результат розрахунку основної системи на змушені переміщення границь для кожної узагальненої координати і збереження їх в файлах базисних векторів.

До числа базисних векторів нової редукованої моделі включаються вектори форм коливань внутрішньої області фрагмента, визначені на першому кроці обчислювального процесу. Вони не включають переміщень вузлів на границі. Кількість таких базисних векторів призначається суб'єктивно, з подальшим уточненням при створенні альтернативних моделей.

Новим узагальненим координатам призначаються номери у відповідності з наскрізною нумерацією координат нової редукованої моделі. Введення у якості узагальнених координат конфігурацій границь автоматично забезпечує нерозривність переміщень на границях СЕМ фрагментів. Зшивка редукованих матриць уточненої моделі виконується тільки для граничних узагальнених координат, які повинні мати однакові глобальні номери.

Наявність базисних векторів забезпечує побудову редукованих матриць фрагментів і цілої конструкції, обчислення частот і форм власних коливань конструкції, вибираючи для кожного кроку алгоритму уточнені узагальнені координати моделі (конфігурації границь і форми власних коливань).

Процес уточнення результатів розв'язку задачі про власні коливання завершується тоді, коли власні частоти попереднього кроку алгоритму співпадають з власними частотами поточного кроку з наперед заданою точністю.

Розглянемо конструкцію, розрахункова модель якої складена з трьох фрагментів – оболонки і двох рам. В межах кожного фрагменту будемо регулярну сітку скінчених елементів із забезпеченням співпадання вузлів сітки на границях фрагментів.

Розміри оболонки в плані 10×6 м, радіус 9.083 м, стріла підйому 1.5 м. Товщина оболонки 0.2 м. Розміри сітки 17×21 вузлів. Рама складається з двох стійок та ригеля, що об'єднані в однозв'язну конструкцію. Розміри стійок $0.3 \times 1 \times 2$ м, а ригеля $0.3 \times 0.5 \times 6$ м. Розміри сітки рами 21×3 вузла. Для кожного стику рами з оболонкою введено шістнадцять узагальнених координат (переміщень базисних вузлів) (рис. 2) у якості яких призначені одинадцять поступальних (у крайньому верхньому вузлі враховано три поступальні переміщення, а у всіх інших по два) і п'ять кутових переміщень, які забезпечують нерозривність переміщень в зоні контакту.

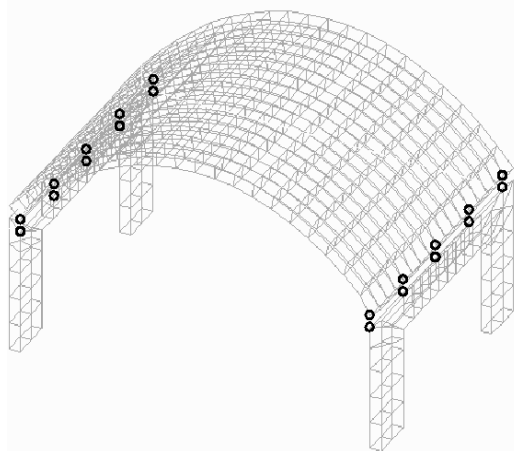


Рис. 2. Фрагменти комбінованої конструкції зі стиковочними (базисними) вузлами на границях

Додатково до зазначених вузлів в межах оболонки призначені ще п'ять базисних вузлів. В кожному з них враховується одна ступінь вільності - переміщення по нормалі до поверхні оболонки, тобто в напрямку її мінімальної жорсткості. В межах стійки рами призначені ще два базисних вузла – по нормалі до осі стійки, тобто ті що відповідають згину. Призначення таких базисних вузлів виконується за умов, щоб вони рівномірно

(не скупчено) розміщувалися в сітковій області. Включення до числа базисних вузлів, ще й тих, що належать внутрішній області дає можливість більш повно описувати інерційні властивості фрагмента, що важливо при розв'язанні задач динаміки.

Форми коливань і значення відповідних власних частот приведені на рис. 3 та рис. 4.

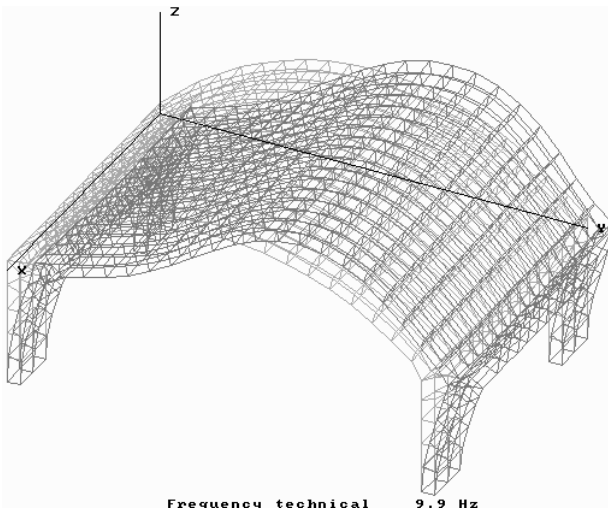
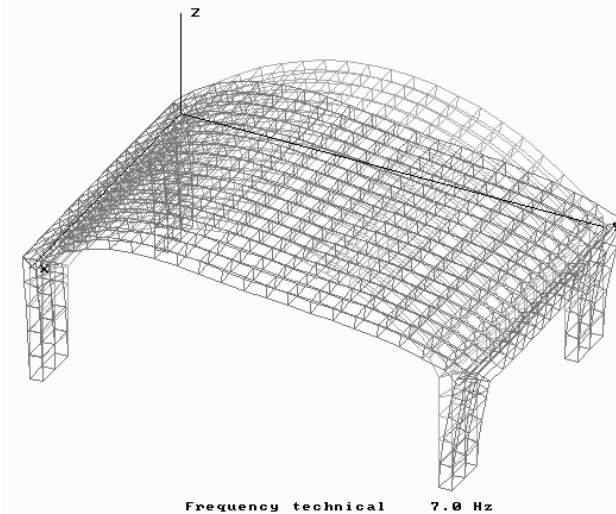


Рис. 3. Перша та друга форма коливань комбінованої конструкції

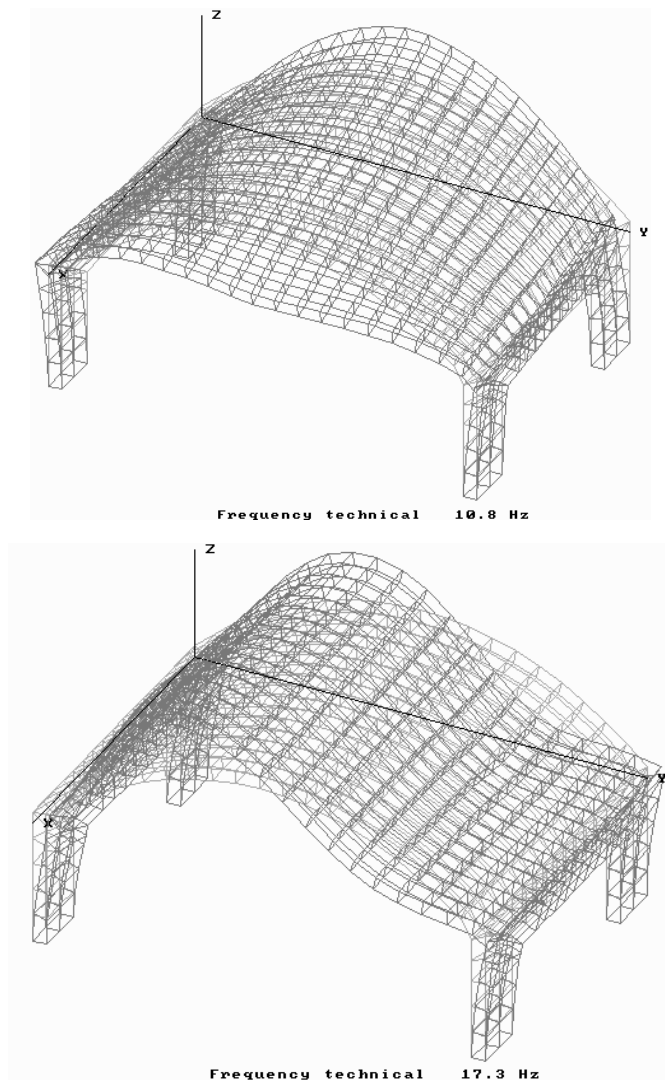


Рис. 4. Третя та четверта форма коливань комбінованої конструкції

Висновки. Оболонкові конструкції відчувають на собі суттєвий вплив динамічних навантажень, а тому визначення частот і форм власних коливань таких конструкцій запобігає виникненню явища резонансу від дії гармонічних навантажень. Для розв'язання задач про власні коливання

найчастіше використовують розрахункові моделі з докладним поданням їх геометричних і фізико-механічних характеристик. Число ступенів вільності їх досягає сотень тисяч. В той же час практичну цінність мають десятки власних частот нижньої частини спектру. А тому актуальною є проблема редукції моделі без погіршення результатів визначення її динамічних характеристик.

Один із способів вирішення цієї проблеми є декомпозиція дискретної моделі шляхом розділення її на окремі фрагменти з подальшим склеюванням їх. Підбір функцій, які забезпечують нерозривність переміщень на границях залишається актуальною і на сьогодні.

В роботі запропонована методика розв'язання цієї проблеми. На першому кроці будується спрощена редукована модель з використанням методу базисних вузлів – деякої сукупності вузлів дискретної моделі, частина яких розміщується на границях фрагментів. Переміщення базисних вузлів виступають у якості нових узагальнених координат, кількість яких значно менша числа ступенів вільності дискретної моделі. За допомогою такої моделі отримуються наближені результати з забезпеченням нерозривності переміщень на границях фрагментів при побудові форм власних коливань.

Запропонована методика уточнення отриманих результатів шляхом введення нових узагальнених координат – переміщень границь суміжних фрагментів, які штучним чином згладжуються і наближених форм коливань фрагментів, які формуються в єдиній для цілої конструкції системі координат.

Уточнення результатів виконується в ітераційному процесі, на кожному кроці якого використовуються конфігурації границь для форм коливань і самі форми коливань, які будуються для вихідної дискретної моделі методу скінченних елементів. Процес уточнення завершується за умов співпадання визначених частот попереднього і поточного кроку із заданою точністю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лєгостасв А.Д., Грєчух Н.А., Яковєнко О.О. Узагальнені координати редукованих моделей в задачах динаміки оболонкових конструкцій нерегулярної структури // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех.зб.-К.: КНУБА, 2010.-Вип. 85.- С.124-131
2. Лєгостасв А.Д., Грєчух Н.А., Яковєнко О.О. Побудова розрахункових моделей МСЕ різноманітних конструкцій при визначенні їх динамічних характеристик і напруженого стану від дії статичних і динамічних навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн.- К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87. – С. 88-98.

Стаття надійшла до редакції 12.08.2013 р.

Легостаев А.Д., Гречук Н.А., Яковенко О.О.

**РАСЧЕТ НА СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИНЧАТО-ОБОЛОЧЕЧНОЙ
КОНСТРУКЦИИ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ**

Приведены результаты решения задачи о собственных колебаниях комбинированной нерегулярной конструкции, дискретная модель которой построена на основе метода конечных элементов. Расчет выполнен с использованием метода подконструкций и редуцированных моделей фрагментов.

Legostaev A.D., Grechukh N.A., Iakovenko O.O.

**CALCULATION ON FREE VIBRATIONS OF PLATE-SHELL CONSTRUCTION OF
IRREGULAR STRUCTURE USING METHOD OF FINITE ELEMENTS**

There are given results of solution of free vibrations of combined irregular construction, discrete model of which is made on the basis of finite elements method. A calculation is executed on the basis of method of subconstructions using reduced models of fragments.