

УДК 539.3

В.А. Баженов¹, д-р техн. наукО.С. Погорелова¹, канд. фіз.-мат. наукТ.Г. Постнікова¹, д-р техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

ПОРІВНЯННЯ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ВІБРОУДАРНОЇ СИСТЕМИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ХАРАКТЕРУ КОНТАКТУ МІЖ ЇЇ ЕЛЕМЕНТАМИ

Для порівняння динамічної поведінки віброударної системи при різних типах контакту між її елементами – твердому та м'якому, побудовані та порівнюються криві навантаження та амплітудно-частотні характеристики системи для обох типів удару. Побудови виконуються методом продовження розв'язку за параметром в сукупності з методом побудови періодичних розв'язків суттєво нелінійних систем, якими і є віброударні системи, та моделюванням удару нелінійною силою контактної взаємодії, що базується на квазістатичній теорії Герца.

Ключові слова: віброударна система, твердий та м'який контакт, крива навантаження, амплітудно-частотна характеристика, продовження розв'язку за параметром, теорія Герца, динамічна поведінка.

Вступ

В статті виконується порівняння динамічної поведінки віброударної системи (ВУС) при такій зміні її параметрів, що викликає зміну типу удару між її елементами. Для того, щоб виконати таке порівняння, ми розглядаємо криві навантаження та амплітудно-частотні характеристики ВУС в двох випадках – для твердого та для м'якого ударів. Побудова цих характеристик виконується методом продовження розв'язку за параметром.

Стаття є продовженням роботи авторів, яка була розпочата раніше. Результати були викладені в роботах [1–5], де докладно описані теоретичні основи та реалізація методу продовження розв'язку за параметром для аналізу динаміки (ВУС) з твердим ударом, побудовані криві навантаження та амплітудно-частотні характеристики (АЧХ). Відомо [6], що характер контакту між елементами ВУС є однією з її важливіших рис, одним із аспектів класифікації ВУС. В нашій роботі в цьому випуску збірника [7] показано, що, змінюючи параметри ВУС, можна змінити характер контакту між її елементами – твердий контакт перетворити на м'який. Як при цьому зміниться динамічна поведінка ВУС, характер її коливального руху? До цього часу ми застосовували метод продовження розв'язку за параметром для аналізу динаміки (ВУС)

тільки з твердим ударом. Використаємо цей метод в синтезі з методом побудови періодичних розв'язків суттєво нелінійних систем [8] для побудови динамічних характеристик коливального руху ВУС з м'яким ударом, який буде мати місце в системі при певних значеннях її параметрів. В статті порівнюються динамічні характеристики ВУС та характер її коливального руху для двох типів контакту, отримані при різних значеннях параметрів однієї моделі ВУС.

1. Постановка задачі

Ми розглядаємо модель ВУС, яка представлена в статті [7] в цьому випуску збірника та зображена на рис. 1,а в цій статті. Опис моделі, вигляд зовнішнього навантаження, рівняння руху та спосіб моделювання удару також описані там в постановці задачі. Не будемо їх повторювати. Числові параметри системи відповідають таблиці 4 в статті [7], тобто це є параметри, які забезпечують м'який удар в системі – удар, що має велику тривалість та найменш можливий коефіцієнт відносної тривалості удару.

2. Побудова кривих навантаження для ВУС з м'яким ударом та її порівняння з аналогічними кривими для ВУС з твердим ударом

В роботах [1-5] докладно описані теорія та методика застосування методу продовження розв'язку за параметром в синтезі з методом побудови періодичних розв'язків суттєво нелінійних систем. Коротко ця методика полягає в наступному. Оскільки ми будуємо періодичні розв'язки з періодом T , де T – період зовнішнього навантаження, то головним рівнянням є умова T -періодичності розв'язку. Розкладаючи ліві частини рівняння в ряд Тейлора та відкидаючи члени другого та всіх більш високих порядків, лінеаризуємо нелінійну систему та отримуємо лінійну алгебраїчну систему. Її невідомими є прирости вихідних значень переміщень та швидкостей тіл ВУС. Ці прирости виникають, якщо параметр, обраний ведучим, отримує приріст. Коефіцієнти та праві частини алгебраїчної системи обчислюються шляхом розв'язання відповідних задач Коші. Розв'язуючи алгебраїчну систему, знаходимо прирости вихідних значень переміщень та швидкостей, що і визначить самі вихідні значення переміщень та швидкостей. Вони в свою чергу обумовляють розв'язок диференціальних рівнянь руху для нового значення ведучого параметра, якій отримав приріст. Таким чином крок за кроком, збільшуючи (чи зменшуючи) на кожному кроці ведучий параметр на обрану величину, будуємо будь-яку характеристику ВУС в залежності від параметра, що обраний ведучим.

Віброударна система, яка є сильно нелінійною, при зміні параметрів як самої системи, так и зовнішнього навантаження, в дійсності може змінювати режими свого коливального руху. Тому інколи T -періодичний режим, що отриманий чисельним методом продовження розв'язку за

параметром, справді може не реалізуватися, тоді він втрачає стійкість. Отже, побудови будь-якої характеристики мають бути доповнені аналізом стійкості отриманих режимів коливальних. Проблема стійкості віброударного режиму коливальних зводиться до аналізу власних чисел матриці монохромії, яка збігається з матрицею отриманої алгебраїчної системи. Її власні числа є мультиплікатори цієї системи. Про стійкість коливального руху роблять висновок за значеннями мультиплікаторів системи, які для стійкого режиму коливальних знаходяться в середині одиничного кола [8]. Тобто, коливальний режим стійкий, якщо усі мультиплікатори системи лежать в одиничному колі. Якщо режим втрачає стійкість, хоча б один з мультиплікаторів виходить за межу цього кола.

За цією методикою побудуємо криві навантаження для ВУС з параметрами, які приведені в таблиці 4 в статті [7] в цьому випуску збірника. При побудові кривих навантаження ведучим параметром є безрозмірний параметр інтенсивності зовнішнього навантаження λ . Графіки кривих навантаження приведені на рис. 1.

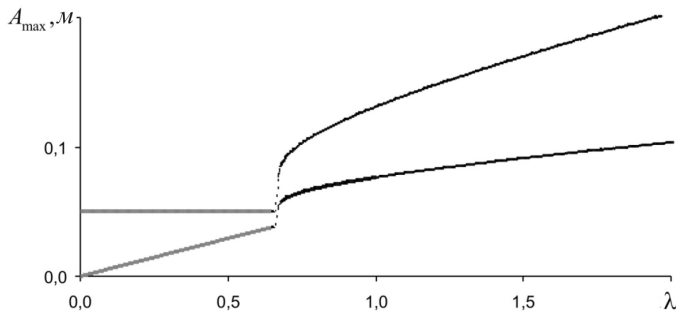


Рис. 1. Криві навантаження при м'якому ударі

На графіках по осі ординат відкладені напіврозмахи коливальних обох тіл ($A_{\max} = (|x_{\min}| + |x_{\max}|) / 2$), по осі абсцис – параметр інтенсивності зовнішнього навантаження λ . Верхня крива на графіках відповідає приєднаному тілу, нижня – основному. Ділянки кривих навантаження сірого кольору відповідають безударному руху віброударної системи, ділянки пунктирних ліній – нестійкому T -періодичному руху і тільки ділянки чорного кольору відповідають стійкому T -періодичному руху. Нагадаємо, що T – період зовнішнього навантаження. В діапазонах зміни аргументу, де T -періодичний рух нестійкий, можуть реалізуватися nT -періодичні режими. Наприклад, на рис. 2 приведені графіки переміщень основного та приєданого тіл ВУС та сили контактної взаємодії в

залежності від часу при значенні параметра інтенсивності навантаження $\lambda=0,65$. Цей $2T$ -періодичний одноударний режим руху отриманий прямим чисельним інтегруванням рівнянь руху системи методом Рунге-Кутта 4-го порядку. Товстою лінією тут і далі зображені криві, що відносяться до основного тіла, тонкою – до приєднаного. Побудовані фазові траєкторії тіл системи. На графіку контактної сили тонкою сірою лінією показане зовнішнє навантаження для того, щоб краще бачити $2T$ -періодичність режиму.

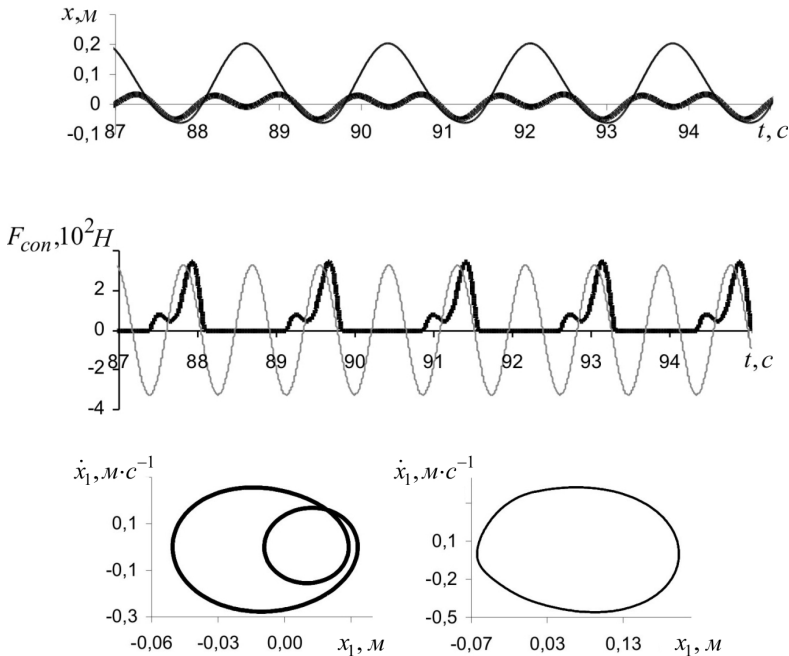


Рис. 2. Характеристики $2T$ -періодичного одноударного режиму ($\lambda=0,65$)

Для порівняння динамічної поведінки ВУС з різним типом контакту приведемо на рис.3 графіки кривих навантаження для ВУС з твердим ударом, які докладно описані в [3]. Числові параметри той же самій моделі ВУС відповідають Таблиці 1 в статті [7] в цьому випуску збірника.

Порівнюючи графіки кривих навантаження на рис.1 та рис.3, бачимо, що по-перше, характер кривих не змінився, по-друге, значення напіввзмахів обох тіл при м'якому ударі менше ніж при твердому при однакових значеннях параметра інтенсивності зовнішнього навантаження λ . Це логічно: при пом'якшенні удару його тривалість збільшується, при

цьому контактна сила (див. рис. 9 статті [7]) та напіврозмахи коливань зменшуються.

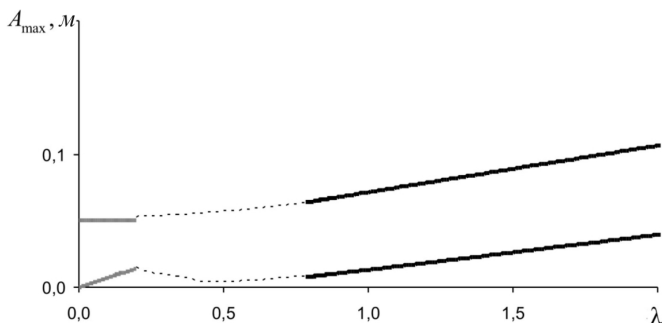


Рис. 3. Криві навантаження при твердому ударі

3. Побудова амплітудно-частотних характеристик для ВУС з м'яким ударом та їхнє порівняння з аналогічними характеристиками для ВУС з твердим ударом

За методикою, що приведена в роботах [1,4,5] та стисло описана в п. 2, побудуємо амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) для ВУС з параметрами, які приведені в таблиці 4 в статті [7] в цьому випуску збірника. При побудові АЧХ ведучим параметром є частота зовнішнього навантаження ω . Параметр інтенсивності зовнішнього навантаження при цьому дорівнював $\lambda=1,0$. АЧХ приведені на рис. 4

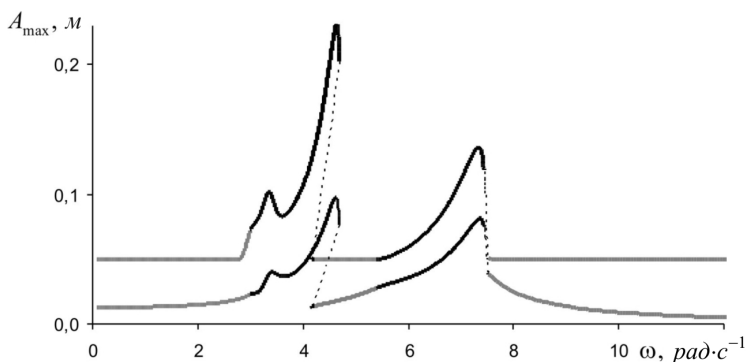


Рис. 4 АЧХ при м'якому ударі

По осі ординат відкладені напіврозмахи коливань обох тіл, по осі абсцис – частота зовнішнього навантаження ω . Верхня крива відповідає

приєднаному тілу, нижня – основному. Ділянки АЧХ сірого кольору відповідають безударному рухові ВУС, ділянки пунктирних ліній – нестійкому T -періодичному руху і тільки ділянки чорного кольору відповідають стійкому T -періодичному рухові. Як бачимо, АЧХ має доволі складний характер. Підкреслимо складний та цікавий характер АЧХ в діапазонах частот $4,1 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1} \leq \omega < 4,7 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1}$ та $7,4 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1} \leq \omega < 7,5 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1}$. Тут існують одночасно три гілки кривих для кожного тіла. Дві з них відповідають стійким T -періодичним режимам, одна – нестійкому. В дійсності можуть реалізовуватись тільки стійкі режими, в цьому діапазоні існують одночасно одноударний та безударний стійкі режими. Який з них реалізується справді, залежить від вихідних умов, тобто, від того, в якому стані знаходилась ВУС в момент перед тім, як частота зовнішнього навантаження отримала невеликий приріст. Існування цих трьох гілок, отриманих при русі вздовж кривої та при інтегруванні рівнянь руху з різними вихідними умовами, наочно демонструє надзвичайно велику залежність стану сильно нелінійної системи, якою і є віброударна система, від вихідних умов. Для прикладу на рис. 5 наведений T -періодичний безударний рух ВУС при значенні частоти зовнішнього навантаження $\omega = 4,5 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1}$, який реалізується при інтегруванні рівнянь руху методом Рунге – Кутта з нульовими вихідними умовами. Цей режим відповідає ділянці АЧХ, яка показана сірим кольором.

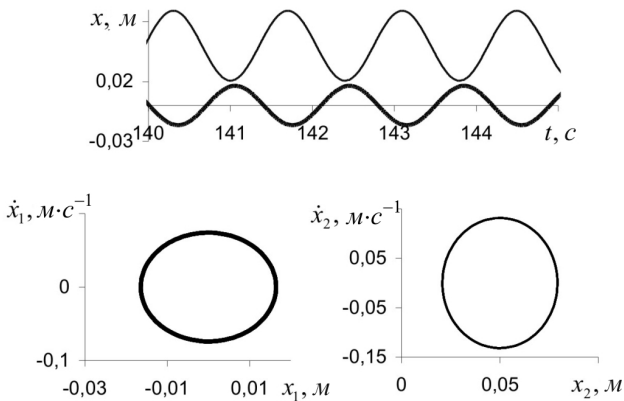


Рис. 5. Характеристики T -періодичного безударного режиму ($\omega = 4,5 \text{ рад}\cdot\text{с}^{-1}$)

Для порівняння приведемо на рис. 6 графіки АЧХ для ВУС з твердим ударом, які докладно описані в [5]. Числові параметри тій же самій моделі ВУС відповідають таблиці 1 [7] в цьому випуску збірника.

Порівняння АЧХ обох систем показує, що вони зазнали значних змін: по-перше, відбувається помітний зсув частотної характеристики вздовж осі частот, по-друге, на більших частотах спостерігається другий резонансний сплеск. Наявність 3-х гілок кривих в деякому діапазоні частот зберігається. Дві гілки відповідають стійким T -періодичним режимам – одноударному та безударному, третя гілка – нестійкому режиму коливаль.

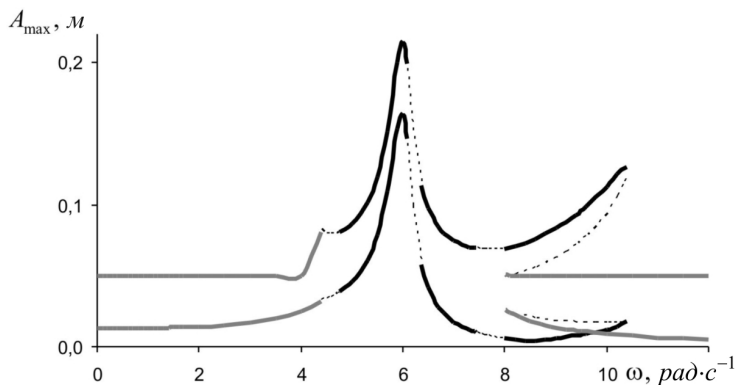


Рис. 6. АЧХ при твердому ударі

Отже, зміни параметрів віброударної системи, що зробили удар між тілами м'яким, викликають також і значну зміну амплітудно-частотної характеристики.

Висновки

Виконані в роботі дослідження дозволяють зробити наступні висновки.

1. Застосування метода продовження розв'язку за параметром в сукупності з методом побудови періодичних розв'язків суттєво нелінійних систем, якими є віброударні системи, та моделюванням удару нелінійною контактною силою на базі квазістатичної теорії Герца дозволяє виконати повний аналіз динамічної поведінки віброударної системи.

2. Характер кривих навантаження не змінюється при такій зміні параметрів ВУС, яка приводить до зміни типу удару з твердого на м'який. Змінюються величини напіврозмахів коливаль обох тіл ВУС, величини контактної сили та тривалості удару.

3. Зміна параметрів ВУС, що приводить до пом'якшення удару, ускладнює характер та викликає значні зміни амплітудно-частотних характеристик системи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Анализ динамического поведения виброударных систем разных типов. LAP LAMBERT Academic Publ. GmbH & Co. KG Dudweiler, Germany, 2013. – 132 с.
2. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Розвиток методу продовження за параметром для віброударних систем при моделюванні удару силою контактної взаємодії // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник – К.:КНУБА. 2011.-Вип. 87. – С. 63–73.
3. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Реалізація методу продовження за параметром для віброударних систем при побудові кривих навантаження. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник – К.:КНУБА. 2011. – Вип. 88. – С. 56–64.
4. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Теоретичні основи аналізу динамічної поведінки віброударних систем. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник – К.:КНУБА. 2012. – Вип. 89. – К.: КНУБА, 2012. – С.39–49.
5. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г.* Застосування методу продовження розв'язку за параметром до аналізу динамічної поведінки віброударної системи. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник - К.:КНУБА. 2012. –Вип. 90. – С.16–30.
6. *Blazejczyk-Okolewska B., Czolczynski K., Kapitaniak T.* Classification principles of types of mechanical systems with impacts–fundamental assumptions and rules //European Journal of Mechanics-A/Solids. – 2004. – Т. 23. – №. 3. – С. 517-537.
7. *Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.* Influence of System Stiffness Parameters at Contact Softness in Vibroimpact System // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник – К.:КНУБА. 2013. – Вип. 92. – С. 62-74.
8. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Дехтярюк Е.С., Гоцуляк Е.А., Лизунов П.П.* Устойчивость периодических режимов колебаний в нелинейных механических системах //Вища школа. - Львов, 1983. – 286 с.

REFERENCES

1. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G.* Analiz dinamicheskogo povedeniya vibroudarnykh sistem raznykh tipov (Dynamic Behaviour Analysis of Different Types Vibroimpact Systems). LAP LAMBERT Academic Publ. GmbH & Co. KG Dudweiler, Germany, 2013. – 132 с.
2. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G.* Rozvy`tok metodu prodovzhennya za parametrom dlya vibroudarny`x sy`stem pry` modelyuvanni udaru sy`loyu kontaktnoyi vzaemodiyi (The development of continuation after parameter method for vibroimpact systems provided the impact is simulated by contact interaction force)// Opir materialiv i teoriya sporud (Strength of Materials and Theory of Structures): Nauk.-texn.zbirny`k K.:KNUBA. 2011.-Vy`p. 87. S. 63–73.
3. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G.* Realizaciya metodu prodovzhennya za parametrom dlya vibroudarny`x sy`stem pry` pobudovi kry`vy`x navantazhennya (The realization of parameter continuation method for vibroimpact systems at loading curves construction). // Opir materialiv i teoriya sporud (Strength of Materials and Theory of Structures): Nauk.-texn.zbirny`k – К.:КНУБА. 2011. – Vy`p. 88. – С. 56–64.

4. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G.* Teorety`chni osnovy` analizu dy`namichnoyi povedinky` vibroudarny`x sy`stem (Theoretical principles of dynamic behavior analysis for vibroimpact systems). // *Opir materialiv i teoriya sporud (Strength of Materials and Theory of Structures): Nauk.-texn.zbirny`k – K.:KNUBA. 2012. – Vy`p. 89. – S.39–49.*
5. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G.* Zastosuvannya metodu prodovzhennya rozv`yazku za parametrom do analizu dy`namichnoyi povedinky` vibroudarnoyi sy`stemy` (Parameter continuation method using for analysis of vibroimpact system dynamic behaviour) // *Opir materialiv i teoriya sporud (Strength of Materials and Theory of Structures): Nauk.-texn.zbirny`k – K.:KNUBA. 2012. –Vy`p. 90. – S.16–30.*
6. *Blazejczyk-Okolewska B., Czolczynski K., Kapitaniak T.* Classification principles of types of mechanical systems with impacts–fundamental assumptions and rules // *European Journal of Mechanics-A/Solids. – 2004. – T. 23. – №. 3. – С. 517-537.*
7. *Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.* Influence of System Stiffness Parameters at Contact Softness in Vibroimpact System // *Opir materialiv i teoriya sporud (Strength of Materials and Theory of Structures): Nauk.-texn.zbirny`k – K.:KNUBA. 2013. –Vy`p. 92. – S. 62-74.*
8. *Gouliakov V.I., Bazhenov V.A., Dekhtyaryuk E.S., Gotsuliak E.A., Lizunov P.P.* Ustoichivost periodicheskikh rezhimov kolebanii v nelineinykh mekhanicheskikh sistemakh (Stability of Periodical Process in Non-Linear Mechanical Systems) // *Vyshcha Shkola (Higher School). - Lvov, 1983. – 286 s.*

Стаття надійшла до редакції 20.12.2013 р.

Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г.

СРАВНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ХАРАКТЕРА КОНТАКТА МЕЖДУ ЕЕ ЭЛЕМЕНТАМИ

Для сравнения динамического поведения виброударной системы при разных типах контакта между ее элементами – твердом и мягком, построены и сравниваются кривые нагружения и амплитудно-частотные характеристики системы для обоих типов удара. Построения выполняются методом продолжения решения по параметру в совокупности с методом построения периодических решений существенно нелинейных систем, какими и есть виброударные системы, и моделированием удара нелинейной силой контактного взаимодействия на базе квазистатической теории Герца.

Ключевые слова: виброударная система, твердый и мягкий контакт, кривая нагружения, амплитудно-частотная характеристика, продолжение решения по параметру, теория Герца, динамическое поведение.

Bazhenov V.A., Pogorelova O.S., Postnikova T.G.

COMPARISON OF VIBROIMPACT SYSTEM DYNAMIC BEHAVIOUR IN DEPENDENCE FROM CONTACT KIND BETWEEN ITS ELEMENTS

The loading curves and the amplitude-frequency characteristics for vibroimpact system under different contact kinds between its elements are created and compared. We consider two contact kinds: rigid and soft. The loading curves and amplitude-frequency characteristics are created by parameter continuation method in totality with method of periodic solutions creating for essentially nonlinear systems. We simulate the impact by nonlinear interaction contact force based on quasistatic Hertz's theory.

Key words: vibroimpact system, rigid and soft contact, loading curve, frequency response, parameter continuation, Hertz theory, dynamic behaviour.