УДК 539.3

А.Д. Легостаєв[1], канд. техн. наук
Н.А. Гречух[1]

[1]*Київский національний університет будівництва і архітектури*
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНИХ ОБОЛОНОК ПРИ УДАРНИХ ТА ІМПУЛЬСНИХ ВПЛИВАХ

Викладена постановка задачі щодо аналізу реакцій оболонки на ударні навантаження з урахуванням суттєвої нелінійності матеріалу оболонки Приведені теоретичні положення дають змогу побудувати ефективні алгоритми розв'язання задач динаміки оболонкових конструкцій.

Ключові слова: оболонка, ударні навантаження, перехідний процес, шарова частина тензора напружень, ідеальна пластичність

Рівняння руху оболонки подамо в узагальнених координатах, у якості яких прийняті переміщення вузлів контакту скінченних елементів в базисній декартовій системі координат

$$B\ddot{q}+Aq-b=Q(t,q,\dot{q}) , \tag{1}$$

де B – оператор з матрицею, елементи якої характеризують інерційні властивості системи; A – оператор, матриця якого характеризує пружні в'язі між точками системи; b – вектор статичних навантажень; Q – вектор неконсервативних зовнішніх навантажень.

Дослідження перехідних процесів в пружно-пластичних оболонках виконується шляхом чисельного інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь руху (1) отриманої методом скінченних елементів. Інтегрування рівняння руху здійснюється за явною різницевою схемою наскрізного рахунку. На кожному m-му кроці за часом виконується розрахунок швидкостей деформацій

$$\dot{e}_{ij}=\frac{1}{2}(C_i^{r'}\dot{u}_{r',j}+C_j^{r'}\dot{u}_{r',i}) , \tag{2}$$

Швидкості зміни об'єму

$$\dot{Q}=\frac{1}{3}\dot{e}_{ij}q^{ij} , \tag{3}$$

декартової частини тензора швидкостей деформації

$$\dot{e}_{ij}^{D}=\dot{e}_{ij}-\dot{\theta}q_{ij} \tag{4}$$

величини зміни об'єму

$$\theta_{(m+1)}=\theta_{(m)}+\dot{\theta}\Delta t_{(m)} \qquad (5)$$

швидкостей девіатора тензора напружень

$$\dot{S}_{ij}=C^{ijkl}\dot{e}^{D}_{kl} \qquad (6)$$

і компонент девіатора тензора повних напружень

$$\overset{*}{S}{}^{ij}_{(m+1)}=S^{ij}_{(m)}+\dot{S}^{ij}\Delta t_{(m)} \qquad (7)$$

Потім, згідно прийнятому рівнянню поверхні навантаження маємо:

$$f(S^{ij},T,e^{(P)}_{ij},\sigma_s)=0\,, \qquad (8)$$

де $\sigma_{(S)}=\sqrt{\frac{3}{2}S^{ij}S_{ij}}$ + інтенсивність напруги; T – температура; $e^{(P)}_{ij}$ – компонент тензора класичних деформацій.

На основі постулату Драккера виконується корегування девіатора тензора повних напружень $S^{ij}_{(m+1)}$:

$$\overset{*}{S}{}^{ij}\rightarrow f(S^{ij},T,e^{(P)}_{ij},\sigma_{(S)})=0\rightarrow S^{ij}_{(m+1)}\,. \qquad (9)$$

Реалізація конкретної поверхні завантаження винесена в окремий фізичний блок. Від тепер можуть бути використані рівняння стану, що відображують ідеальну пластичність (умова текучості Мізеса), лінійне, трансляційне і ізотропне змінення.

Для встановлення шарової частини тензора напружень розраховується гідростатичний тиск за формулою:

$$P_{(m+1)}=\alpha_0(\eta_{(m+1)}-1)+\alpha_1(\eta_{(m+1)}-1)^2+\alpha_2(\eta_{(m+1)}-1)^3+\varepsilon^T_3T_{(m+1)}\,, \qquad (10)$$

де $\eta_{(m)}=\theta_{(m)}+1=\frac{\Delta V}{V}$ – відносний об'єм; $\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2$ – коефіцієнти що визначаються для конкретного матеріалу по адіабатою Гюгоніо [1].

На величину гідростатичного тиску накладуються обмеження

$$P_{(m+1)}\geq P_{\min}\,(P_{\min}=-\frac{1}{3}\sigma_S)\,. \qquad (11)$$

Після корегування девіатора напруги за формулою (9) і гідростатичного тиску по формулі (11) вираховується компонента тензора повних напружень:

$$\sigma^{ij}_{(n+1)}=S^{ij}_{(m+1)}-(P_{(m+1)}+q_{(m+2)})g^{ij}\,. \qquad (12)$$

Значення яких підставляються в різницеві рівняння руху,що дозволяє розрахувати прирощення швидкостей, швидкість прирощення координат та координати вузлів дискретної моделі на $m+1$ кроці за часом.

У формулі (12) штучна в’язкість $q_{(n+1)}$, яка вводиться для забезпечення неперервності розв’язувальної функцій при проходженні ударних хвиль, приймається у формі, аналогічній тій, яку ввів М.Уілкінс [2] при розрахунку двовимірних пружно-пластичних течій

В процесі розрахунку шляхом чисельного інтегрування знаходяться наступні характеристики :

Кінетична енергія

$$E_k = \frac{1}{2}\int_V \rho(\dot{x})^2 \beta d\nu\,, \quad (\beta = \frac{\nu}{\nu_{(0)}})\,, \tag{13}$$

енергія пружних деформацій

$$E_y = \int_t \int_v \sigma^{ij} \dot{e}_{ij}^{(y)} \rho d\upsilon dt\,, \tag{14}$$

енергія пластичних деформацій

$$E_\rho = \int_t \int_v \sigma^{ij} e_{ij}^{p} \beta d\upsilon dt\,, \tag{15}$$

енергія обтискання

$$E_\vartheta = \int_t \int_v (\rho + q)\dot{\theta} \beta d\upsilon dt\,, \tag{16}$$

енергія формозмінювання

$$E_\phi = -\int_t \int_v S^{ij} \dot{e}_{ij} \beta d\upsilon dt\,. \tag{17}$$

Внутрішня і повна енергія

$$E_{вн} = E_\theta + E_ф, \quad E_{пов} = E_{вн} + E_к, \tag{18}$$

Контроль рішення здійснюється перевіркою закону збереження енергії. Стійкість різницевої схеми досягається вибором кроку за часом у відповідності з критерієм Куранта.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. *Селиванов В.В., Соловьев В.С., Сысоев Н.Н.* Ударные и детонационные волны. Методы исследования. - Изд-во МГУ, 1990. - 256 с.

REFRENCES

1. *Zel'dovych Ya.B., Rayzer Yu.P.* Fyzyka udarnikh voln y visokotemperaturnikh hydrodynamycheskykh yavlenyy. M., «Nauka», 1966.
2. Selyvanov V.V., Solov'ev V.S., Sisoev N.N. "Udarnie y detonatsyonnie volnы. Metodi yssledovanyya": yzd-vo MHU, 1990. - 256 s.

Стаття надійшла до редакції 30.01.2014 р.

Легостаєв А.Д., Гречух Н.А

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ НАТЯНУТЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ УДАРНЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Изложена постановка задачи по анализу реакций оболочки на ударные нагрузки с учетом имеющейся нелинейности материала оболочки. Приведенные теоретические положения дают возможность построить эффективные алгоритмы решения задач динамики оболочечных конструкций.

Ключевые слова: оболочка, ударные нагрузки, переходной процес, шаровая часть тензора напряжений, идеальная пластичность.

LehostayevA.D. , Grechukh N.A.

TECHNIQUE TO STUDY STRETCHED MEMBRANES IN SHOCK AND IMPULSE ACTION

Formulation of the problem in analyzing reactions to shell shock considering material nonlinearity shell material is described. These theoretical positions make it possible to build efficient algorithms for solving problems of dynamics of shell structures.

Keywords: shell, impact load, transition process, ball part of stress tensor, perfect plastisiti.