

УДК 624.046.3

## ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ НАРАЩИВАЕМОЙ КОНСТРУКЦИИ

**А.В. Перельмутер<sup>1</sup>**

д-р техн. наук, главный научный сотрудник

<sup>1</sup>*НПО SCAD Soft, Киев*

Анализируется постановка задачи о проверке устойчивости генетически нелинейных конструкций, при расчете которых выполнено моделирование многостадийного процесса их монтажа. Указываются основные особенности такой задачи, и предлагается один из возможных приемов их решения.

**Ключевые слова:** устойчивость равновесия, коэффициент запаса, генетическая нелинейность, этап монтажа.

### Введение

Задача о статическом расчете конструкции, наращиваемой в поле действия сил тяготения, была впервые поставлена и решена Э.И. Рашбой в пионерной работе [0], где было отмечено, что традиционный подход к расчету массивных объектов соответствует нефизическому режиму, когда упругое тело строится в отсутствие силы тяжести и становится объектом силы тяжести только после своей установки. В этой работе впервые было явно указано на невозможность использования условий совместности деформаций при расчете напряженного состояния наращиваемого тела и на принципиальное отличие этого состояния от состояния тела той же конфигурации, но нагруженного после формирования. Эти же выводы были высказаны в работах зарубежных ученых [2, 3] лишь спустя десять лет после опубликования статьи [0]. Позже появились многочисленные работы (см., например [4-9]) в которых развивались идеи статического расчета конструкций с учетом многостадийного процесса их возведения. Для задач такого рода был предложен термин «генетически нелинейные задачи» и указаны их основные особенности, в частности, закон наследования напряженного состояния [10]. Оказалось, что для некоторых задач расхождение в результатах расчета традиционной модели и для модели, учитывающей реальную технологию создания конструкции, может быть очень большим.

Сложилось целое направление в теории деформируемого твердого тела – механика наращиваемых конструкций, которое сосредоточило особое внимание на случае вязкоупругого материала [10-12], где изучаются взаимодействие эффектов генетической нелинейности и реологических процессов. В рамках этого направления решены некоторые задачи об устойчивости процесса ползучести как медленного движения стареющего

тела [13]. Но в этих задачах основную роль играли эффекты неоднородного старения, обусловленные различным возрастом частей конструкции и, соответственно, разные значения деформации ползучести, а не эффекты от приложения нагрузки к различным конфигурациям тела и соответствующие особенности напряженного состояния, которые характеризуют генетическую нелинейность.

### Описание проблемы

Автору не известны исследования, связанные с оценкой устойчивости упругого равновесия генетически нелинейных систем. Очевидно, что поскольку имеются различия в распределении внутренних усилий в схеме, созданной с учетом стадийности возведения конструкции, и в традиционной схеме, то они (различия) должны сказываться и на результатах проверки устойчивости смонтированной конструкции. Этот факт, вообще говоря, не должен бы вызывать удивления, поскольку во всех случаях проверяется не устойчивость конструкции, как мы говорим по привычке, а устойчивость ее состояния равновесия. Естественно, если меняется состояние равновесия, то может измениться и оценка его устойчивости.

Проиллюстрируем сказанное простым примером. Пусть рассматривается задача, схема которой представлена на рис. 1.а.

На рис. 1.б показано распределение продольных сил, которое вычислено по «одномоментной» схеме. Коэффициент запаса устойчивости, соответствующий такому распределению, определяется как  $k_{кр,1} = 33,718$ .

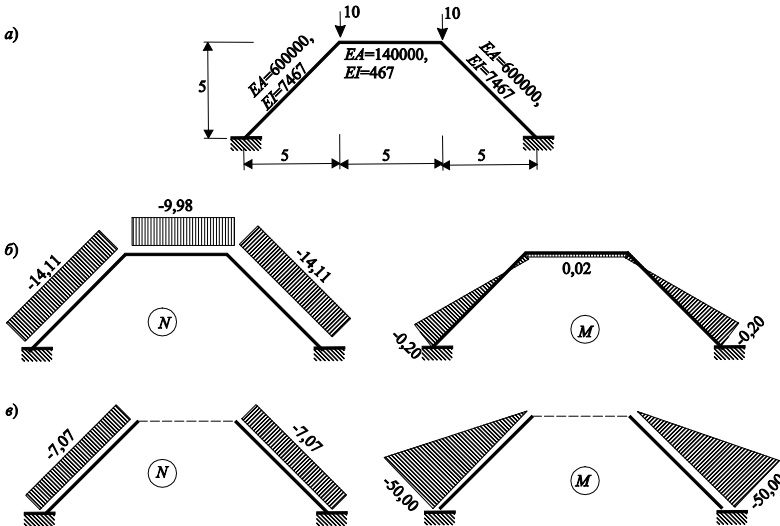


Рис. 1. К проверке устойчивости

Если же учесть, что монтаж системы шел в два этапа, на первом из которых были установлены и нагружены наклонные стойки, а на втором присоединен ненапряженный горизонтальный ригель (эпюра продольных сил на рис. 1.б), то окажется что проверка устойчивости следует выполнять для схемы первого этапа монтажа и при этом  $k_{кр,2} = 52,109$ .

Но коэффициент запаса  $k_{кр,2}$  определялся для распределения продольных сил, показанного на рис. 1.в, т.е. полагалось, что эти силы (внутренние) возрастут в 52,109 раза, после чего произойдет потеря устойчивости.

В действительности следует проследить за возрастанием внешней нагрузки, а она будет расти после достижения уровня  $P=10$  уже в новой схеме, где работает присоединенный горизонтальный ригель. Иными словами увеличение нагрузки в  $k$  раз приведет к распределению сжимающих сил, показанному на рис. 2. Именно для этой схемы следует искать реальное критическое значение  $k_3$ .

Выполнить такой расчет можно воспользовавшись режимом «Проверка устойчивости при совместном действии нагрузений», который имеется, например, в ПК СКАД. В этом режиме можно задать некоторое стабильное нагружение, интенсивность которого не возрастает, и действующее на его фоне переменное нагружение, для которого и определяется коэффициент запаса устойчивости. Поскольку оба нагружения относятся к одной и той же расчетной схеме, а нам требуется стабильное нагружение связать со схемой первого этапа расчета, зададим в стабильном нагружении кроме сил  $P=10$  еще и взятые с обратным знаком усилия горизонтальном элементе системы (рис. 3). Эффект от их действия эквивалентен изъятию из расчета продольной силы в ригеле, что и характерно для расчетной схемы первого этапа монтажа.

Поскольку оба нагружения относятся к одной и той же расчетной схеме, а нам требуется стабильное нагружение связать со схемой первого этапа расчета, зададим в стабильном нагружении кроме сил  $P=10$  еще и взятые с обратным знаком усилия горизонтальном элементе системы (рис. 3). Эффект от их действия эквивалентен изъятию из расчета продольной силы в ригеле, что и характерно для расчетной схемы первого этапа монтажа.

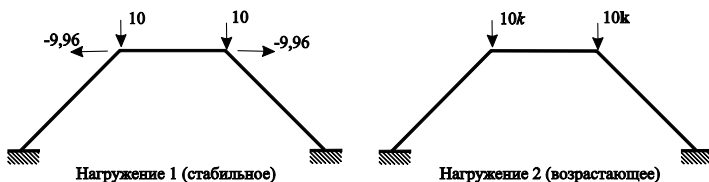


Рис. 3. Два нагружения

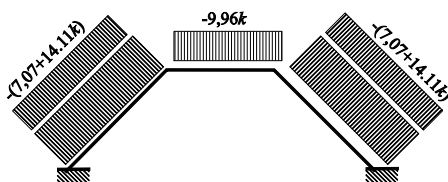


Рис. 2. Распределение усилий сжатия при росте нагрузки в  $k$  раз

Для рассматриваемого примера расчет по СКАД показал, что найденный таким образом коэффициент запаса  $k_{кр,3}=33,311$ , что в данном случае не намного отличается от  $k_{кр,1}$ . Однако качественное изменение подхода при проверке устойчивости наращиваемых систем должно учитываться, и во всех случаях следует внимательно отнестись к идее синхронного роста всех сжимающих сил системы, проверяя ее соответствие физическому смыслу задачи. Ведь классический «одномоментный» подход к решению задачи не учитывает тот факт, что усилий в горизонтальном элементе схемы создается нагрузка, которая приложена в тот момент, когда этот элемент еще не создан, т.е. является противоречащим физике явления.

### **Возможные подходы к решению**

Здесь, в первую очередь, следует определить, какую задачу мы пытаемся решить. В классических одномоментных схемах при линейной постановке задачи распределение внутренних усилий не меняется с ростом интенсивности нагружения и поэтому там безразлично за чем следить: то ли за возрастанием нагрузки, то ли за ростом внутренних усилий. В рассматриваемых здесь генетически нелинейных задачах, как показано выше на простом примере, такого соответствия уже нет. И коэффициент запаса по устойчивости нужно разыскивать, предполагая увеличение интенсивности нагрузки. Но нагрузки различных этапов могут возрастать с различной скоростью, в том числе и вообще не изменяться.

Отсюда следует множественность вариантов постановки задачи, простейшей из которых является предположение о синхронном росте всех нагрузок. Если решать генетически нелинейную задачу многократно при различных значениях интенсивности нагружения, и использовать при этом не только обычную матрицу жесткости, но и матрицу геометрической жесткости (выполнять расчет по деформированной схеме), то можно найти такую интенсивность общего нагружения при которой происходит вырождение задачи. Указанный подход соответствует поиску предельной точки, в которой происходит потеря устойчивости нелинейной системы. Если при этом завершать моделирование монтажа на различных этапах то, таким способом находят не один, а несколько (по числу этапов монтажа) коэффициентов запаса устойчивости, относящихся к различным стадиям существования конструкции.

Второй вариант исходит из предположения, что возрастают только нагрузки текущего этапа монтажа, а нагрузки, введенные на предыдущих этапах, сохраняют свое значение неизменным. Такая постановка задачи проиллюстрирована схемой на рис. 4.б ... 4.г. Очевидно, что найденный таким способом коэффициенты запаса устойчивости  $k_{1,кр}$ ,  $k_{2,кр}$ , и  $k_{3,кр}$ , относятся к каждой из поэтажных нагрузок соответственно.

Численные значения коэффициентов запаса для задач по схемам 4.б ... 4.г были получены при таких параметрах задачи: пролет  $l = 6$  м, высота этажа  $h = 4$  м, изгибная жесткость стоек  $EI_c = 3200$   $тм^2$ , изгибная жесткость ригелей  $EI_p = 7000$   $тм^2$ . При нагрузке  $q = 20$  т/м оказалось, что  $k_{1,кр} = 17,069$ ,  $k_{2,кр} = 5,906$  и  $k_{3,кр} = 2,554$ .

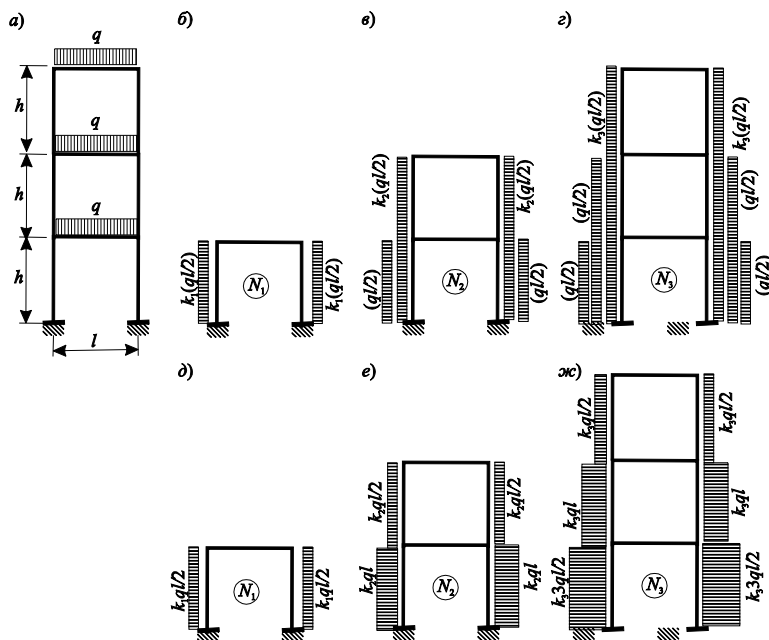


Рис. 4. К отысканию критических значений поэтажных нагрузок

Однако можно представить себе и другую постановку задачи (см. рис. 4.е ... 4.ж), когда предполагается возможность роста всех нагрузок, имеющих отношение к рассматриваемому этапу (точнее, рост внутренних усилий этого этапа монтажа), несмотря на то, что нагрузки предыдущих этапов вводились в другие расчетные схемы. По сути, эта цепочка задача близка к привычному рассмотрению проблемы устойчивости, с тем лишь единственным исключением, что рассматривается не только завершенная конструкция, но и ее состояния в процессе монтажа. Расчет по этому варианту дал такие результаты:  $k_{1,кр} = 17,069$ ,  $k_{2,кр} = 9,899$  и  $k_{3,кр} = 1,608$ . Эти результаты совпадают со стандартным подходом потому что распределение усилий, учитывающее технологию монтажа, совпадает с распределением усилий при нагружении уже готовой конструкции. Для таких задач

(типичным примером является случай нагруженной собственным весом постепенно наращиваемой по высоте консольной стойки, рассмотренный в [13]). результаты проверки устойчивости равновесия не приводят ни к каким неожиданностям.

Но имеются и задачи другого типа, в которых распределение внутренних усилий существенно отличается при учете стадийности монтажа и при игнорировании этого факта. В качестве примера можно указать на случай монтажа такой же стойки, с той лишь разницей, что на последней стадии вершина консоли закрепляется (рис. 5).

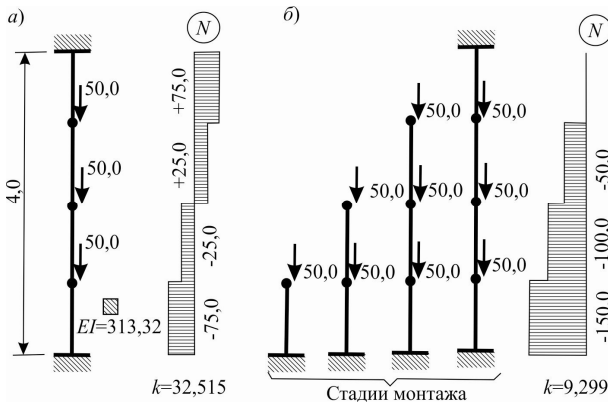


Рис. 5. Монтаж стойки

Для этой конструкции при одномоментном создании конструкции коэффициент запаса устойчивости по отношению к росту всех внутренних усилий оказался равным 32,515, а с учетом стадийности монтажа — 9,299.

Трудно сказать какая из указанных выше постановок задачи является «более правильной», обе они в той или иной степени условны. На первый взгляд представляется, что не следовало бы вводить возрастание усилий, замороженных в схеме в процессе монтажа. Но заметим, что анализ устойчивости конструкции, нагруженной постоянной нагрузкой ее собственного веса, имеет точно такой же смысл. По сути нас интересует насколько далека указанная нагрузка от критической, поскольку мы не уверены в точности подсчетов и в случае малого запаса устойчивости будем предпринимать некоторые дополнительные меры безопасности. В этом состоит смысл упомянутой условной задачи.

Кстати, условна и классическая постановка задачи, когда при действии составного нагружения с одинаковым темпом наращивают свое зна-

чение и мало изменяющиеся компоненты нагрузки от собственного веса, и более изменчивые компоненты нагрузки (например, ветровые или снеговые).

Можно представить себе кроме сформулированных и другие варианты постановки задач устойчивости. И поскольку сама по себе техника решения задачи в настоящее время не вызывает принципиальных трудностей, именно разумный подход к формулировке проблемы должен явиться предметом исследования специалистов.

### Выводы

Проблема устойчивости равновесия конструкции, напряженное состояние которой формируется в многоэтапном процессе монтажа, должна решаться с учетом генетической нелинейности задачи.

Требуют дальнейшего исследования формулировки задач устойчивости рассматриваемых конструкций и анализ их реалистичности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раиба Э. И. Определение напряжений в массивах от действия собственного веса с учетом порядка их возведения — Сборник трудов института строительной механики АН УССР — 1953 — № 18. — С. 23-27.
2. Brown C.B., Goodman L.E. Gravitational stresses in accreted bodies — Proceedings of the Royal Society of London, Proceedings A, 1963. Vol. 276, No. 1367. — P. 571-576.
3. Goodman L.E., Brown C.B. Dead load stresses and the instability of slopes — Proceedings of the ASCE. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division — 1963 — Vol. 8. — No. 3. — P. 103-134.
4. Дятловицкий Л.И., Сеймов В.М. Температурные напряжения в наращиваемом цилиндре — Прикладная механика — 1961 — Том 7 — Вып.3.— С. 287-394.
5. Дятловицкий Л.И. Рабинович Л.Б. Упругая задача для тел с изменяющейся в процессе загрузки конфигурацией — Инженерный журнал — 1962 — Том 2 — Вып. 2. — С. 287-297.
6. Шульман Г. Расчеты гидротехнических сооружений с учетом последовательности возведения. — М.: Энергия, 1975. — 168 с.
7. Perelmuter A.V., Mikitaenko M.A., Burygin S.G. Structural Analysis with Lay-outs Changed during the Action of Load — Engineering Mechanics (Praga) — 1996 — Vol. 3 — No 4.— P. 245–251.
8. Grabow M. J. Construction Stage Analysis of Cable-Stayed Bridges. — Hamburg: Technical University of Hamburg, 2004— 267 p.
9. Kabantsev O., Perelmuter A. Modeling Transition in Design Model when Analyzing Specific Behaviors of Structures — Procedia Engineering — 2013 — Vol. 57.— P. 479 – 488.
10. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа — М.: Изд-ва СКАД СОФТ, АСВ и ДМК Пресс, 2011.— 709 с.
11. Сергеев М.В. К решению граничных задач линейной теории упругости с изменяющейся границей — Механика стержневых систем и сплошных сред, Межвузовский сборник трудов. — Л.: ЛИСИ, 1980 — С. 158-162.
12. Арутюнян Н.Х., Михайлов А.В., Наумов В.Э. Контактные задачи механика растущих тел. — М.: Наука, 1991. — 176 с.

13. *Арутюнян Н.Х., Потанов В.Д.* Об устойчивости растущего вязкоупругого стержня, подверженного старению. — Доклады АН СССР — 1983 — Т. 270 — №4. — С. 799-803.

## REFERENCES

1. *Rashba E.I.* Determination of stresses in structures from the action of the self weight, taking into account the order of their construction (in Russian) // Proceedings of the Institute of Structural Mechanics, Academy of Sciences of the Ukrainian SSR (Sbornik trudov instituta stroitel'noy mehaniki AN USSR). 1953. № 18. — P. 23-27.
2. *Brown C.B., Goodman L.E.* Gravitational stresses in accreted bodies — Proceedings of the Royal Society of London, Proceedings A, 1963. Vol. 276, No. 1367. — P. 571-576.
3. *Goodman L.E., Brown C.B.* Dead load stresses and the instability of slopes — Proceedings of the ASCE. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division — 1963 — Vol. 8. — No. 3. — P. 103-134.
4. *Dyatlovitskiy L.I., Seymov V.M.* Thermal stresses in a built up cylinder (in Russian) // The applied mechanics (Prikladnaya Mekhanika), 1961, Vol. 7, Issue 3.— P. 287-394.
5. *Dyatlovitskiy L.I., Rabinovich L.B.* Elastic problem for bodies with a configuration changing in the course of loading (in Russian) // Engineering journal (Inzhenernyy zhurnal), 1962. Vol.2, Issue 2. — P. 287-297.
6. *Shulman G.* Analyses of hydraulic structures, taking into account the construction sequence (in Russian). — Moscow: Publishing house "Energy", 1975. — 168 p.
7. *Perelmuter A.V., Mikitarenko M.A., Burygin S.G.* Structural Analysis with Lay-outs Changed during the Action of Load — Engineering Mechanics (Praga) — 1996 — Vol. 3 — No 4.— P. 245–251.
8. *Grabow M. J.* Construction Stage Analysis of Cable-Stayed Bridges. — Hamburg: Technical University of Hamburg, 2004— 267 p.
9. *Kabantssev O., Perelmuter A.* Modeling Transition in Design Model when Analyzing Specific Behaviors of Structures — Procedia Engineering — 2013 — Vol. 57.— P. 479 – 488.
10. *Perelmuter A.V., Sliker V.I.* Numerical Structural Analysis: Models: Methods and Pitfalls.— Berlin-Heidelberg-New York-Hong Kong-London-Milan-Paris-Tokyo: Springer Verlag, 2003.— 600 p
11. *Sergeev M.V.* On the solution of boundary-value problems of linear elasticity with a changing boundary (in Russian) // Mechanics of rod systems and continuous bodies (Mekhanika stержnevyyh sistem i sploshnyih sred). — Leningrad: LISI (Leningradsky construction institute), 1980 — P. 158-162.
12. *Arutyunyan N.Kh., Manzhirov A.V., Naumov V. E.* Contact Problems of Mechanics of Accreting Bodies (in Russian), — Moscow: Nauka, 1991. —176 p.
13. *Arutyunyan N.Kh., Potapov V.D.* Stability of a growing viscoelastic rod subjected to aging (in Russian) // Doklady AN SSSR, 1983, Vol. 270, No. 4,— P. 799-803.

## THE FORMULATION OF STABILITY PROBLEM AN ACCRETED STRUCTURES

*Anatolii V. Perelmuter*

**Abstract:** Apparently, the problem formulation for the stability checks of the genetically non-linear structures, the analysis of which involves modeling of a multistage process of their erection, is analyzed for the first time. This paper outlines the main features of this problem and suggests one of the possible methods for solving them.

**Keywords:** stability of equilibrium, factor of safety, genetic nonlinearity, erection stage.



УДК 624.046.3

Перельмутер А.В.

**Формулювання задачі стійкості для конструкцій, що нарощується** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – Вип. 94. – С. 19 – 27.

Аналізується постановка задачі перевірки стійкості генетично нелінійних конструкцій, при розрахунку котрих моделювався багатостадійний процес їх монтажу. Вказуються основні особливості такої задачі, і пропонується один з можливих прийомів їх розв'язання.

Илл. 5. Бібліогр. 13 назв.

УДК 624.046.3

Перельмутер А.В.

**Формулировка задачи устойчивости для наращиваемой конструкции** // Спротивление материалов и теория сооружений. – 2015. – Вип. 94. – С. 19 – 27.

Анализируется постановка задачи о проверке устойчивости генетически нелинейных конструкций, при расчете которых выполнено моделирование многостадийного процесса их монтажа. Указываются основные особенности такой задачи, и предлагается один из возможных приемов их решения.

Илл. 5. Библиогр. 13 назв.

Perelmuter A.V.

**The formulation of stability problem an accreted structures** // Strength of materials and the constructions theory – 2015. – Issue 00 (00). – С. 19 – 27.

Apparently, the problem formulation for the stability checks of the genetically nonlinear structures, the analysis of which involves modeling of a multistage process of their erection, is analyzed for the first time. This paper outlines the main features of this problem and suggests one of the possible methods for solving them.

**Keywords:** stability of equilibrium, factor of safety, genetic nonlinearity, erection stage.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, головний науковий співробітник HBO SCAD Soft ПЕРЕЛЬМУТЕР Анатолій Вікторович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, вул. Просвіти 3-а, Офіс 2, SCAD Soft, ПЕРЕЛЬМУТЕРУ Анатолію Вікторовичу.

**Адреса домашня:** 03186 Україна, м. Київ, Чоколовський бульвар 19, кв. 52, ПЕРЕЛЬМУТЕРУ Анатолію Вікторовичу

**Роб. тел.** +38(044) 249-71-93;

**мобільний тел.:** +38(050) 382-16-25;

**дом. тел.:** +38(044) 245-72-82;

**E-mail –** AnatolyPerelmuter@gmail.com