

УДК 539.3

## СТІЙКІСТЬ І КОЛИВАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН З ВНУТРІШНІМИ ПОТОКАМИ РІДИНИ В КАНАЛАХ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ СВЕРДЛОВИН

О.М. Андрусенко<sup>1</sup>,  
канд. техн. наук

С.М. Глазунов<sup>1</sup>,  
аспірант

<sup>1</sup>Національний транспортний університет,  
вул. Суворова, 1, м. Київ. 01010

У зв'язку з розробкою нових технологій видобутку вуглеводневих палив із сланцевих порід у нафтогазовій промисловості все більша увага приділяється задачам буріння похилих і горизонтальних свердловин. Специфіка процесів проходки таких свердловин полягає в тому, що на їх перебіг істотно впливають сили контактної і фрикційної взаємодії між поверхнею бурильної колони і стінкою свердловини, що виникають у таких випадках. У даній роботі поставлена задача про біфуркаційні випинання і малі згинні коливання бурильної колони, що обертається, яка лежить в каналі горизонтальної свердловини. З урахуванням сил тертя і додаткових реакцій в'язів виведені диференціальні рівняння, для яких побудовані розв'язки задач на власні значення про стійкість і вільні коливання колон скінченної й необмеженої довжини.

**Ключові слова:** бурильна колона, горизонтальна свердловина, обертання, тертя, стійкість, коливання, моделювання.

**Вступ.** Однією з найбільш актуальних проблем сучасної нафтогазової промисловості є вдосконалення технології буріння глибоких похило скерованих свердловин. Домінуюче положення в цій технології займає роторний спосіб. При його використанні, однак, часто виникають нештатні ситуації, до яких відносяться

(1) втрата стійкості рівноваги бурильної колони за типом стисло закрученого стержня [3, 10, 12, 16];

(2) збудження поздовжніх і згинних коливань під дією нестационарних збуджень технологічного характеру [6, 7];

(3) збудження коливань кружляння, викликаних дисбалансом системи, конструкцією долота й геометричними недосконаlostями всієї системи [1, 9];

(4) ініціювання торсіонних коливань у результаті нелінійних фрикційних ефектів взаємодії долота з гірською породою [2].

Зазначені явища можуть призвести до аварій, пов'язаних з розривом труби бурильної колони й прихопленням долота.

Найбільш типовою позаштатною ситуацією при бурінні є втрата стійкості й пружне біфуркаційне випинання колони. Задача про

дослідження цього ефекту для вертикальних і похилих свердловин розглядалась у роботах [4, 5, 11, 13 – 15] без урахування фрикційних ефектів, що викликані обертанням бурильної колони. Вплив цих сил досліджено в роботі [8]. У даній роботі розглянута задача про стійкість та коливання бурильної колони, що обертається на дні прямолінійної горизонтальної свердловини. Враховані сили фрикційної взаємодії колони зі стінкою свердловини та в'язі, що реалізуються за рахунок їх контакту. Досліджено вплив сил інерції внутрішнього потоку промивної рідини на характер випинання колони в критичних станах і моди її вільних коливань. Встановлено, що в результаті впливу коріолісових сил інерції цього потоку коливання колони можуть бути реалізовані лише у формі біжучих хвиль, причому швидкості розповсюдження цих хвиль у напрямку руху потоку й проти нього мають різні значення.

**1. Розв'язувальні співвідношення критичної рівноваги й коливань горизонтальної бурильної колони.** Розглянемо стан квазістатичної рівноваги бурильної колони (рис. 1) при її стаціонарному обертанні з кутовою швидкістю  $\omega$  на дні горизонтальної прямолінійної свердловини.

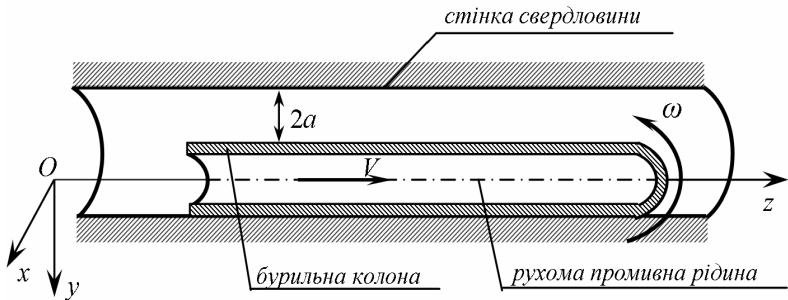


Рис. 1

Колона стиснута осьюовою силою  $F_z$ , її поздовжні рухи відсутні. Міжтрубний зазор системи дорівнює  $a$ . Завдяки його наявності, колона може згинатися та здійснювати поперечні коливання, залишаючись у контакті циліндричною поверхнею свердловини. У результаті цих рухів між колоною та стінкою свердловини генерізуються орієнтовані в окружному напрямку розподілені кулонівські сили тертя ковзання  $f^{тер} \leq \mu f^{конт}$ , де  $\mu$  – коефіцієнт сухого тертя,  $f^{конт}$  – розподілені сили контактного тиску.

По досягненні величиною  $f^{тер}$  граничного значення  $\mu f^{конт}$  дотичні поверхні приходять у відносний рух і реалізується динамічне тертя-ковзання, при якому сила тертя зберігає своє граничне значення  $\mu f^{конт}$ , яке не залежить від швидкості  $v$ .

Приймемо, що в даному випадку БК обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  та в зоні контакту елементарні ділянки поверхні БК ковзають по поверхні свердловини зі стаціонарною позитивною відносною швидкістю  $v^{cm}$ . При цьому  $f^{тер} = \mu f^{конт}$ . Нехай потім при втраті стійкості чи малих коливаннях швидкість  $v^{cm}$  отримала малі прирости  $\pm \delta v$ , але при цьому повна швидкість  $v = v^{cm} \pm \delta v$  зберегла позитивне значення. У цьому випадку сила  $f^{тер} = \mu f^{конт}$  залишиться незмінною. Ця властивість збереження силою тертя свого постійного значення при малих переміщеннях і швидкостях коливань використовується нижче при постановці задач про згинанні БК.

Під дією сил тертя труба, що обертається, перекочується вгору по поверхні свердловини і займає деяке граничне положення, в якому розподілена сила  $\vec{f}^{конт}$  контактного тиску зменшується, а внаслідок цього зменшується і сила тертя-зчеплення  $\vec{f}^{тер}$ , що переходить потім у силу тертя-ковзання. У цьому положенні діюча на трубу розподілена сила  $\vec{f}^{тяж}$  тяжіння врівноважується силами  $\vec{f}^{конт}$ ,  $\vec{f}^{тер}$  та БК знаходиться в стані рівноваги. Однак якщо на трубу діє осьова стискаюча сила  $\vec{F}_z$ , то при деякому її значенні цей стан може виявитися нестійким і відбудеться випинання колони. Задача дослідження цього ефекту істотно відрізняється від задачі ейлерової втрати стійкості стержня, оскільки на колону крім того діють сили інерції внутрішнього потоку рідини і по всій її довжині накладені додаткові в'язі, що обмежують її переміщення по поверхні свердловини. Тому для аналізу стійкості БК, що обертається, спочатку визначимо положення її рівноваги, а потім будемо досліджувати його стійкість.

У стаціонарному стані БК, що обертається, відхилена від вісі  $Oy$  на кут  $\theta$  (вона прямолінійна), і на неї діють сили  $\vec{f}^{тяж}$ ,  $\vec{f}^{конт}$  і  $\vec{f}^{тер}$ . Оскільки при цьому БК зберегла свою прямолінійність, додаткові сили інерції від рухомого потоку промивної рідини залишаються рівними нулю. Спроектувавши зазначені сили на нормаль та дотичну до поверхонь БК та свердловини в точці їх контакту, отримаємо

$$\begin{aligned} f^{\text{конт}} - f^{\text{тяж}} \cos \theta &= 0, \\ f^{\text{тер}} - f^{\text{тяж}} \sin \theta &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Відповідно до закону тертя Кулона при ковзанні  $f^{\text{тер}} = \mu f^{\text{конт}}$ . Тоді з (1) випливає, що

$$\begin{aligned} f^{\text{конт}} &= f^{\text{тяж}} \cos \theta, \\ f^{\text{тер}} &= f^{\text{тяж}} \sin \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Підставляючи вираз для  $f^{\text{тер}}$  у другу рівність системи (1), отримаємо

$$\mu \cos \theta - \sin \theta = 0 \quad \text{або} \quad \text{tg } \theta = \mu. \quad (3)$$

Таким чином, в результаті обертання БК, що лежить на дні каналу горизонтальної свердловини, залишається прямолінійною і відхиляється під дією сил тертя від свого нижнього положення на кут  $\theta$ , рівний куту тертя  $\text{arctg } \mu$ , що узгоджується з загальним уявленням про рівновагу тіла на похилій шорсткуватій площині. Для перевірки стійкості цього стану складемо рівняння пружної рівноваги елемента труби довжиною  $dz$  в збуреному стані. Відзначимо, що в цьому стані до описаних вище зовнішніх сил, що діють на БК, додаються також розподілені сили інерції внутрішнього потоку промивної рідини. Рівняння рівноваги моментів відносно нормалі до контактуючих поверхонь записується у вигляді:

$$d \delta M - \delta Q dz - F_z a d \delta \theta = 0. \quad (4)$$

Тут символ  $\delta$  позначає приріст відповідної величини, викликаний малим пружним згинанням труби БК в результаті малої зміни кута нахилу  $\delta \theta(z)$  кожного її елемента;  $d$  – символ, що позначає приріст відповідний функції, пов'язаний з приростом  $dz$  її аргументу  $z$ ;  $M(z)$  – внутрішній згинальний момент;  $Q(z)$  – внутрішня перерізуюча сила.

При втраті стійкості колона набуває викривленої конфігурації, її елементи займають нові положення, сили тертя і гравітації змінюються на величини  $\delta f^{\text{тер}}$ ,  $\delta f^{\text{тяж}}$  та промивна рідина починає рухатися всередині викривленого каналу, генеруючи додаткову відцентрову силу інерції  $\delta f^{\text{від}}$ .

З умови балансу всіх сил, прикладених до елемента в окружному напрямку, дотичному до контактуючих поверхонь, маємо

$$d \delta Q - \delta f^{\text{тер}} dz + \delta (f^{\text{тяж}} \sin \theta) dz + \delta f^{\text{від}} dz = 0. \quad (5)$$

Перетворимо рівняння (4), (5) до вигляду

$$\delta Q = \frac{d\delta M}{dz} - aF_z \frac{d\delta\theta}{dz}, \quad \frac{d}{dz}\delta Q - \delta f^{мер} + \delta(f^{тяж} \sin\theta) + \delta f^{pid} = 0. \quad (6)$$

Використовуючи вираз

$$\delta M = EI \frac{d^2}{dz^2}(a\delta\theta) \quad (7)$$

і рівності, що випливають з (1), (2)

$$\begin{aligned} \delta f^{мер} &= \mu \delta f^{конт} = \mu \delta(f^{тяж} \cos\theta) = -\mu f^{тяж} \sin\theta \cdot \delta\theta, \\ \delta(f^{тяж} \sin\theta) &= f^{тяж} \cos\theta \cdot \delta\theta, \end{aligned} \quad (8)$$

а також рівність, що визначає силу інерції від потоку рідини [10]

$$\delta f^{pid} = V^2 \gamma_{pid} a \frac{d^2\delta\theta}{dz^2},$$

одержимо рівняння пружного критичного стану БК

$$aEI \frac{d^4\delta\theta}{dz^4} - aF_z \frac{d^2\delta\theta}{dz^2} + V^2 \gamma_{pid} a \frac{d^2\delta\theta}{dz^2} + f^{гр}(\mu \sin\theta + \cos\theta)\delta\theta = 0. \quad (9)$$

Тут  $V$  – швидкість руху рідини,  $\gamma_{pid}$  – погонна густина.

За допомогою (3) виразимо в (9) кут  $\theta$  через  $\mu$ . Тоді

$$\theta = \arctg \mu, \quad \sin\theta = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}, \quad \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}. \quad (10)$$

Вважаючи кут  $\delta\theta$  малим, введемо величину  $\delta u = a\delta\theta$ , що представляє собою функцію малого пружного переміщення елементів БК у площині, дотичній до стичних поверхонь.

Виконавши в (9) заміни (10) і підстановку  $\delta u = a\delta\theta$ , побудуємо остаточне розв'язувальне рівняння

$$EI \frac{d^4\delta u}{dz^4} - F_z \frac{d^2\delta u}{dz^2} + V^2 \gamma_{pid} \frac{d^2\delta u}{dz^2} + \frac{\sqrt{1+\mu^2}}{a} f^{тяж} \delta u = 0. \quad (11)$$

Воно визначає критичний стан БК, що обертається, на дні каналу горизонтальної свердловини в стані, відхиленому від нижнього положення на кут  $\theta = \arctg \mu$ . Відзначимо, що при  $\mu = 0$  і  $V = 0$  це співвідношення зводиться до відомого рівняння [15]

$$EI \frac{d^4\delta u}{dz^4} - F_z \frac{d^2\delta u}{dz^2} + \frac{f^{тяж}}{a} \delta u = 0, \quad (12)$$

побудованому в припущенні відсутності сил тертя між БК і стінкою свердловини.

Обидва ці рівняння аналогічні рівнянням рівноваги балки на пружній основі з коефіцієнтом постелі  $k = f^{тяж} \sqrt{1 + \mu^2} / a$  для (11) і  $k = f^{тяж} / a$  для (12), хоча скельна порода прийнята абсолютно жорсткою і грає роль в'язі, накладеної на переміщення БК.

**2. Критичні стани БК, що обертаються в горизонтальній циліндричній порожнині свердловини.** Рівняння (11) є однорідним, тому має тривіальний розв'язок  $\delta u(z) \equiv 0$  при будь-яких значеннях осьової сили  $F(z)$ . Значення  $F(z)$ , при яких це рівняння має нетривіальні розв'язки  $\delta u(z) \neq 0$ , є біфуркаційними. У цих станах БК втрачає стійкість своєї прямолінійної форми і випинається. Розглянемо спочатку випадок втрати стійкості БК необмеженої довжини  $L = \infty$ . Ненульовий розв'язок рівняння (11) представимо у вигляді (рис. 2)

$$\delta u_{\lambda}(z) = \delta c \sin(\pi z / \lambda). \quad (13)$$

Тут  $\lambda$  – довжина напівхвилі втрати стійкості.

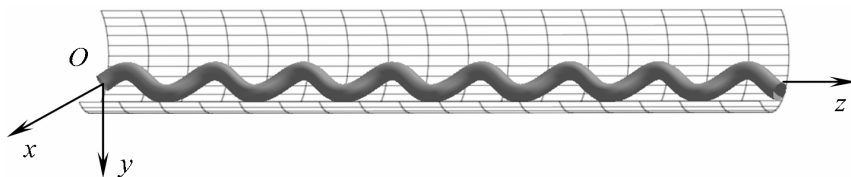


Рис. 2

Підставивши (13) у (11), отримаємо характеристичне рівняння

$$EI \frac{\pi^4}{\lambda^4} + (F_z - V^2 \gamma_{pi0}) \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{a} = 0, \quad (14)$$

що визначає власні значення  $(F_z - V^2 \gamma_{pi0})_{\lambda}$  при обраному  $\lambda$

$$(F_z - V^2 \gamma_{pi0})_{\lambda} = \left[ \pi^2 EI / \lambda^2 + \lambda^2 f^{тяж} \sqrt{1 + \mu^2} / (\pi^2 a) \right]. \quad (15)$$

Критичне значення різниці  $F_z - V^2 \gamma_{pi0}$  досягається при  $\lambda$ , що мінімізує цю величину. З умови

$$d(F_z - V^2 \gamma_{pi0})_{\lambda} / d\lambda = 0 \quad (16)$$

отримуємо критичне значення різниці

$$(F_z - V^2 \gamma_{pi0})^{kp} = -2\sqrt{EI f^{тяж} \sqrt{1 + \mu^2} / a}. \quad (17)$$

Відповідне йому  $\lambda$  дорівнює

$$\lambda^{kp} = \pi \sqrt[4]{EI a / \sqrt{1 + \mu^2} \cdot f^{тяж}}. \quad (18)$$

Якщо довжина  $L$  БК обмежена і на її кінцях здійснюються умови шарнірного закріплення, то нетривіальні розв'язки рівняння (11) слід шукати у вигляді

$$\delta u_n(z) = \delta c \sin(n\pi z / L), \quad n = 1, 2, \dots \quad (19)$$

Представивши (19) в (11), отримаємо

$$\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)^{kp} = -EI \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 - \left(\frac{L}{n\pi}\right)^2 \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{a} f^{тяж}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (20)$$

Таким чином, кожному значенню  $n$  в рівності (20) відповідає своє значення різниці  $\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)^{kp}$ . Оскільки практичний інтерес представляє тільки найменше за модулем значення цієї величини, необхідно праву частину в (20) мінімізувати по  $n$ . Для цього необхідно обчислити похідну  $d\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)/dn$  і прирівняти її до нуля. В результаті отримаємо

$$n^{kp} = \frac{L}{\pi} \sqrt[8]{1 + \mu^2} \cdot \sqrt[4]{\frac{f^{тяж}}{EI a}}. \quad (21)$$

Оскільки знайдене значення  $n^{kp}$  в загальному випадку не є цілим, для практичного використання необхідно взяти два найближчих до  $n^{kp}$  цілих  $n$  і вибрати з них те, яке забезпечує найменше величини  $\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)^{kp}$ .

Як приклад розглянемо випадок  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ,  $I = 1,555 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ ,  $f^{тяж} = 316,35 \text{ Н / м}$ ,  $\mu = 0,32$ ,  $a = 0,04 \text{ м}$ ,  $L = 500 \text{ м}$ . При цих значеннях за формулою (21) знайдено  $n^{kp} = 36,03$ , після чого підраховані  $\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)_{36}^{kp} = -3,293 \cdot 10^5 \text{ Н}$ ,  $\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)_{37}^{kp} = 3,302 \cdot 10^5 \text{ Н}$ . Звідси випливає, що критичне значення цього параметра дорівнює  $\left(F_z - V^2 \gamma_{pid}\right)_{36}^{kp}$ , а число півхвиль у формі бифуркационного випинання становить  $n = 36$  при довжині  $\lambda = L / n = 13,89 \text{ м}$ .

Важливо відзначити, що в поставленій задачі про стійкість БК у каналі горизонтальної свердловини осьова сила  $F_z$  і величина  $V^2 \gamma_{pid}$  складають один визначальний параметр і надають однаковий вплив на стійкість колони. Причому, оскільки права частина рівності (20) завжди від'ємна,

то від'ємною повинна бути і різниця  $(F_z - V^2 \gamma_{pid})^{kp}$ . Оскільки  $\diamond V^2 \gamma_{pid}$  теж від'ємна, то можлива ситуація, коли втрата стійкості БК настає і при розтягувальній осьовій силі  $F_z < V^2 \gamma_{pid}$ . Якщо ж сила  $F_z < 0$  – стискаюча, то потік рідини тільки знижує величину критичної сили  $F_z$ .

**3. Власні коливання БК.** Вище показано, що БК, що обертається в горизонтальній свердловині, під дією постійних сил тертя, орієнтованих у окружному напрямку, перекочується вгору по поверхні свердловини і встановлюється у стан стаціонарного обертання під кутом  $\theta = \arctg \mu$ . Досліджуємо малі згинні коливання БК відносно цього стану. Прийемо, що швидкості ковзання БК по поверхні свердловини в результаті коливань не перевищують швидкість її ковзання, викликану обертанням, тому при коливаннях додаткові сили тертя не виникають. У цьому випадку для побудови рівняння динаміки достатньо в ліву частину співвідношення (12) додати доданок

$$\delta f^{in} = \gamma_{mp} a \frac{\partial^2 \delta \theta}{\partial t^2} = \gamma_{mp} \frac{\partial^2 \delta u}{\partial t^2}, \quad (22)$$

що визначає силу інерції  $\delta f^{in}$ . Тут  $\gamma_{mp}$  – погонна густина труби БК. У підсумку одержимо рівняння вільних коливань

$$EI \frac{d^4 \delta u}{dz^4} - F_z \frac{d^2 \delta u}{dz^2} + V^2 \gamma_{pid} \frac{\partial^2 \delta u}{\partial z^2} + 2V \gamma_{pid} \frac{\partial^2 \delta u}{\partial z \partial t} + \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{a} f^{тяж} \delta u + (\gamma + \gamma_{pid}) \frac{\partial^2 \delta u}{\partial t^2} = 0. \quad (23)$$

Безпосередньою підстановкою

$$\delta u(z, t) = \delta c \sin\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right) \sin kt, \quad (24)$$

можна переконатися, що коливання колони з внутрішнім потоком не можуть відбуватися у формі стоячих хвиль (24), тому їх потрібно шукати в формі біжучих гармонійних хвиль.

$$\delta u(z, t) = \delta c \sin\left(\frac{\pi z}{\lambda} - kt\right), \quad (25)$$

Тут  $\pi/\lambda$  – хвильове число,  $k$  – циклічна частота. Ці параметри визначають фазову швидкість поширення гармонійної хвилі

$$v = k \lambda / \pi. \quad (26)$$



Для отримання залежності між  $k$  і  $\lambda$  необхідно в рівнянні (23) замість змінної  $\delta u(z, t)$  підставити праву частину рівності (25). В результаті отримаємо дисперсійне рівняння

$$EI \frac{\pi^4}{\lambda^4} + (F_z - V^2 \gamma_{pid}) \frac{\pi^2}{\lambda^2} + 2V \gamma_{pid} \frac{\pi}{\lambda} k + \frac{\sqrt{1+\mu^2}}{a} f^{тяж} - (\gamma + \gamma_{pid}) k^2 = 0. \quad (27)$$

Воно має розв'язок у формі

$$k_{1,2} = \frac{V \gamma_{pid}}{(\gamma + \gamma_{pid})} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \pm \pm \sqrt{\left[ \frac{V \gamma_{pid}}{(\gamma + \gamma_{pid})} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \right]^2 + \frac{\left[ EI \frac{\pi^4}{\lambda^4} + (F_z - V^2 \gamma_{pid}) \frac{\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\sqrt{1+\mu^2}}{a} f^{тяж} \right]}{\gamma + \gamma_{pid}}}. \quad (28)$$

З його допомогою вираз для фазової швидкості

$$v_{1,2} = \frac{V \gamma_{pid}}{(\gamma + \gamma_{pid})} \pm \pm \sqrt{\left( \frac{V \gamma_{pid}}{\gamma + \gamma_{pid}} \right)^2 + \frac{\left[ EI \frac{\pi^2}{\lambda^2} + (F_z - V^2 \gamma_{pid}) + \frac{\lambda^2 \sqrt{1+\mu^2}}{\pi^2 a} f^{тяж} \right]}{\gamma + \gamma_{pid}}}. \quad (29)$$

На рис. 3 наведені дисперсійні криві (28) у діапазоні  $10 \leq \lambda \leq 50$  м для випадку  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па,  $r_1 = 0,08415$  м,  $r_2 = 0,07415$  м,  $I = \pi(r_1^4 - r_2^4)/4$ ,  $\gamma = 39$  кз/м,  $\gamma_{pid} = 26$  кз/м,  $\mu = 0,32$ ,  $f^{тяж} = 307$  Н/м,  $a = 0,04$  м,  $V = 20$  м/с,

$$F_z = 0,5 \cdot \left( -2\sqrt{EI f^{тяж} \sqrt{1+\mu^2}/a + V^2 \gamma_{pid}} \right) \text{ (криві } k_{1,1}, k_{2,1}),$$

$$F_z = 0,75 \cdot \left( -2\sqrt{EI f^{тяж} \sqrt{1+\mu^2}/a + V^2 \gamma_{pid}} \right) \text{ (криві } k_{1,2}, k_{2,2}),$$

$$F_z = 0,95 \cdot \left( -2\sqrt{EI f^{тяж} \sqrt{1+\mu^2}/a + V^2 \gamma_{pid}} \right) \text{ (криві } k_{1,3}, k_{2,3}).$$

Вони дають можливість простежити як значення  $F_z$  впливає на характер цих кривих.

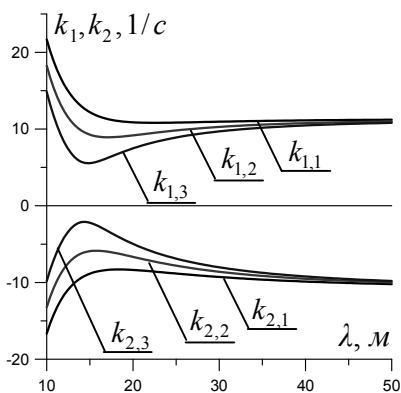


Рис. 3

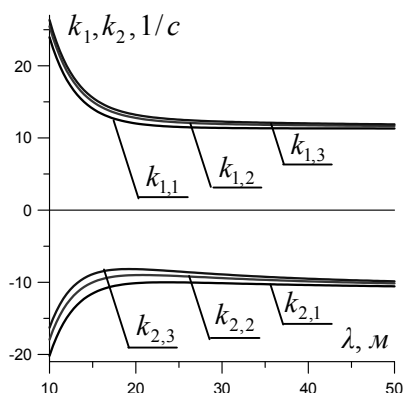


Рис. 4

Розглянуто також випадок, коли величина  $F_z$  була фіксована ( $F_z = -0,5\sqrt{EI f^{тяж} \sqrt{1 + \mu^2/a}}$ ), а швидкість рідини  $V$  приймала значення  $V = 15, 30$  і  $40$  м/с (відповідно криві  $k_{1,1}$ ,  $k_{1,2}$ ,  $k_{1,3}$ ,  $k_{2,1}$ ,  $k_{2,2}$ ,  $k_{2,3}$  на рис. 4).

У цьому ж діапазоні зміни довжини напівхвилі  $\lambda$  були побудовані графіки фазових швидкостей  $v_1$  і  $v_2$  (формула (29)). Рис. 5 відповідає значенням параметрів, що використовувалися для побудови графіків на рис. 3, рис. 6 відповідає випадку, що представлений на рис. 4. На них суцільні криві відповідають швидкості  $v_1$ , пунктирні криві – швидкості  $v_2$ . Як видно, із збільшенням  $V$  відмінності цих кривих стають помітнішими.

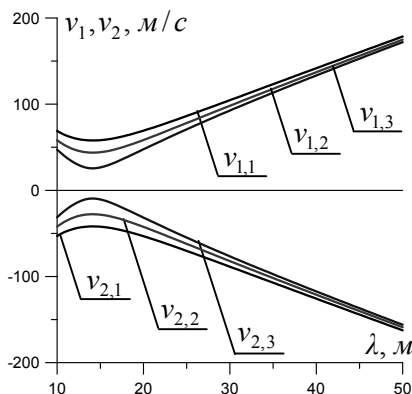


Рис. 5

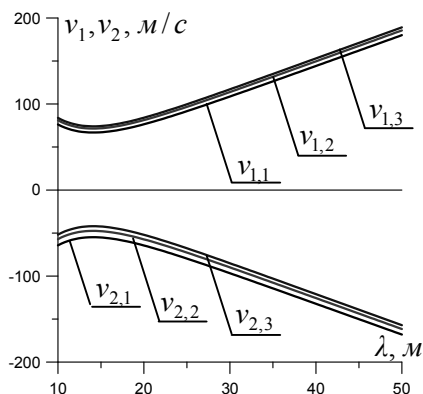


Рис. 6

Відзначимо три важливі властивості, якими володіють ці розв'язки. По-перше, вільні коливання бурильної колони, яка обертається, з внутрішнім потоком рідини і лежить на дні горизонтальної свердловини, можуть бути реалізовані тільки у формі біжучих гармонійних хвиль.

По-друге, оскільки фазова швидкість хвилі залежить від довжини напівхвилі  $\lambda$ , виявляється, що згинні гармонійні хвилі з різними довжинами поширюються уздовж осі БК з різними швидкостями. Це означає, що згинна хвиля довільної форми при переміщенні змінює свій профіль, тобто диспергує, а без дисперсії можуть поширюватися тільки синусоїдальні (косинусоїдальні) хвилі. Причому швидкості цих хвиль зростають зі збільшенням поздовжньої розтягуючої сили  $F_z$  і зменшенням міжтрубного зазору  $a$ .

По-третє, як впливає з рівності (29), для кожного напрямку і значення швидкості  $V$  течії промивної рідини й кожного значення довжини напівхвилі  $\lambda$  існує два різні значення фазової швидкості  $v_1$  і  $v_2$ . Це означає, що одна і та ж гармонійна хвиля може розповсюджуватися з двома різними швидкостями. Причому, так як другий доданок під коренем в правій частині рівності (28), як правило, по модулю більше першого доданка, то швидкості  $v_1$  і  $v_2$  відрізняються знаками. Тому дві встановлені хвилі з однаковими довжинами поширюються в протилежних напрямках уздовж осі БК з різними за модулем швидкостями.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гуляев В.И. Колебания кружения конструкции низа бурильной колонны / В.И. Гуляев., С.Н. Худойий, Е.И. Борщ // Пробл. прочности. – 2010. – №6. – С. 13 – 25.
2. Гуляев В.И. Самовозбуждение крутильных колебаний колонн глубокого бурения / В.И. Гуляев, С.Н. Худойий, О.В. Глушакова // Пробл. прочности. – 2009. – №6. – С. 31 – 43.
3. Гуляев В.И. Устойчивость бурильных колонн в наклонно-направленных скважинах / В.И. Гуляев, И.В. Горбунович // Пробл. прочности. – 2008. – №6. – С. 71 – 81.
4. Chen Y.-C. Tubular and casing buckling in horizontal wells / Y.-C. Chen, Y.-H. Lin, J.B. Cheatham // J. of Petroleum Technology. – 1990. – 42(2). – P. 140 – 146.
5. Dawson R. Drill pipe buckling in inclined holes / R. Dawson, P.R. Paslay // J. of Petroleum Technology. – 1984. – 36(10). – P. 1734 – 1738.
6. Dunayevsky V.A. Dynamic stability of drill strings under fluctuating weight on bit / V.A. Dunayevsky, F. Abbassian, A. Judzis // SPE Drilling and Completion. – 1993. – 8(2). – P. 84 – 92.
7. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, E.I. Borshch // J. Petroleum Sci. Eng. – 2011. – 78. – P. 759 – 764.
8. Gulyayev V.I. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drirage / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // J. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2015. – 1. – P. 011402-1 – 011402-8.
9. Gulyayev V.I. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk // J. of Multi-body Dynamics. – 2013. – 227(3). – P. 234 – 244.
10. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, and I.V. Gorbunovich // J. Petroleum Sci. Eng. – 2009. – 67. – P. 140 – 148.

11. *Kyllingstad A.* Buckling of tubular strings in curved wells / A. Kyllingstad // *J. Petroleum Sci. Eng.* – 1995. – 12(3). – P. 209 – 218.
12. *Lubinski A.* Helical buckling of tubing sealed in packers / A. Lubinski, W.S. Althouse, J.L. Logan // *J. of Petroleum Technology.* – 1962. – 14(6). – P. 655 – 670.
13. *Mitchell R.F.* Effects of well deviation on helical buckling / R.F. Mitchell // *SPE Drilling and Completion.* – 1997. – 12(1). – P. 63 – 70.
14. *Mitchell R.F.* Helical buckling of pipe with connectors and torque / R.F. Mitchell, and S. Miska // *SPE Drilling and Completion.* – 2006. – 21(2). – P. 108 – 115.
15. *Mitchell R.F.* Tubing buckling – The state of art / R.F. Mitchell // *SPE Drilling and Completion.* – 2008. – 23(4). – P. 361 – 370.
16. *Paslay P.R.* The stability of a circular rod laterally constrained to be in a contact with an inclined circular cylinder / P.R. Paslay, D.B. Bogy // *J. of Applied Mechanics.* – 1964. – 31(3). – P. 604 – 610.

## REFERENCES

1. *Gulyayev V.I.* Kolebaniya kruzheniya konstrukcii niza burilnoy kolonny / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, E.I. Borshch // *Problemy prochnosti.* – 2010. – №6. – P. 13 – 25.
2. *Gulyayev V.I.* Samovozbuzhdenie krutilnykh kolebaniy kolonn glubokogo bureniya / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova // *Problemy prochnosti.* – 2009. – №6. – P. 31 – 43.
3. *Gulyayev V.I.* Ustoychivost burilnykh kolonn v naklonno-napravlyennykh skvazhinah / V.I. Gulyayev, I.V. Gorbunovich // *Problemy prochnosti.* – 2008. – №6. – P. 71 – 81.
4. *Chen Y.-C.* Tubular and casing buckling in horizontal wells / Y.-C. Chen, Y.-H. Lin, J.B. Cheatham // *J. of Petroleum Technology.* – 1990. – 42(2). – P. 140 – 146.
5. *Dawson R.* Drill pipe buckling in inclined holes / R. Dawson, P.R. Paslay // *J. of Petroleum Technology.* – 1984. – 36(10). – P. 1734 – 1738.
6. *Dunayevsky V.A.* Dynamic stability of drill strings under fluctuating weight on bit / V.A. Dunayevsky, F. Abbassian, A. Judzis // *SPE Drilling and Completion.* – 1993. – 8(2). – P. 84 – 92.
7. *Gulyayev V.I.* Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, E.I. Borshch // *J. Petroleum Sci. Eng.* – 2011. – 78. – P. 759 – 764.
8. *Gulyayev V.I.* Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // *J. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering.* – 2015. – 1. – P. 011402-1 – 011402-8.
9. *Gulyayev V.I.* Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk // *J. of Multi-body Dynamics.* – 2013. – 227(3). – P. 234 – 244.
10. *Gulyayev V.I.* The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, and I.V. Gorbunovich // *J. Petroleum Sci. Eng.* – 2009. – 67. – P. 140 – 148.
11. *Kyllingstad A.* Buckling of tubular strings in curved wells / A. Kyllingstad // *J. Petroleum Sci. Eng.* – 1995. – 12(3). – P. 209 – 218.
12. *Lubinski A.* Helical buckling of tubing sealed in packers / A. Lubinski, W.S. Althouse, J.L. Logan // *J. of Petroleum Technology.* – 1962. – 14(6). – P. 655 – 670.
13. *Mitchell R.F.* Effects of well deviation on helical buckling / R.F. Mitchell // *SPE Drilling and Completion.* – 1997. – 12(1). – P. 63 – 70.
14. *Mitchell R.F.* Helical buckling of pipe with connectors and torque / R.F. Mitchell, and S. Miska // *SPE Drilling and Completion.* – 2006. – 21(2). – P. 108 – 115.
15. *Mitchell R.F.* Tubing buckling – The state of art / R.F. Mitchell // *SPE Drilling and Completion.* – 2008. – 23(4). – P. 361 – 370.
16. *Paslay P.R.* The stability of a circular rod laterally constrained to be in a contact with an inclined circular cylinder / P.R. Paslay, D.B. Bogy // *J. of Applied Mechanics.* – 1964. – 31(3). – P. 604 – 610.

*Andrusenko E.N., Glazunov S.N.*

### **STABILITY AND VIBRATION OF DRILL STRINGS WITH INTERNAL FLOWS OF LIQUIDS IN THE CHANNELS OF HORIZONTAL BORE-HOLES**

In connection with elaboration of new technologies of hydrocarbons extraction from shales, in the oil and gas industry, the great attention is paid to the problems of drilling inclined and horizontal bore-holes. The peculiarities of these bore-hole drirage consist in essential influence of friction and contact forces on proceeding of drilling processes. In this paper, the problem about bifurcational buckling and small bending vibration of a rotating drill string lying in the channel of a horizontal bore-hole is stated. With allowance made for friction forces and additional constraint reactions, differential equations are deduced, their eigen-value solutions describing stability and vibration of the drill string of finite and infinite lengths are received.

**Key words:** drill string, horizontal hole, rotation, friction, stability, vibration, modeling.

*Андрусенко Е.Н., Глазунов С.Н.*

### **УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН С ВНУТРЕННИМИ ПОТОКАМИ В КАНАЛАХ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН**

В связи с разработкой новых технологий добычи углеводородных топлив из сланцевых пород в нефтегазовой промышленности все большее внимание уделяется задачам бурения наклонных и горизонтальных скважин. Специфика процессов проходки таких скважин заключается в том, что на их протекание существенное влияние оказывают возникающие в таких случаях силы контактного и фрикционного взаимодействия между поверхностью бурильной колонны и стенкой скважины. В данной работе поставлена задача о бифуркационном выпучивании и малых изгибных колебаниях вращающейся бурильной колонны, лежащей в канале горизонтальной скважины. С учётом сил трения и дополнительных реакций связей выведены дифференциальные уравнения, для которых построены решения задач на собственные значения об устойчивости и свободны колебаниях колонн конечной и неограниченной длины.

**Ключевые слова:** бурильная колонна, горизонтальная скважина, вращение, трение, устойчивость, колебания, моделирование.