

УДК 539.3

НЕЛІНІЙНА СТІЙКІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ ФОРМИ

Присвячується професору Гоцуляку Є.О.

В.А. Баженов¹

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри будівельної механіки

О.О. Лук'яченко¹

кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник

О.В. Костіна¹

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник

О.В. Герашенко¹

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник

¹*Київський національний університет будівництва і архітектури*

Представлена чисельна методика дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконаlostями форми. Математичні моделі стійкості недосконалих оболонок побудовані за допомогою методу скінченних елементів, який реалізовано в сучасному обчислювальному комплексі. Досліджена нелінійна стійкість циліндричної оболонки з реальними недосконаlostями форми. Визначені область стійкості та надійність недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження.

Ключові слова: надійність, критична сила, геометричні недосконалості, область стійкості.

Вступ. Проблема стійкості має особливе значення для тонкостінних оболонок. Початкові недосконалості форми є основним фактором, який знижує критичне значення навантаження на оболонку. Існує нагальна потреба подальшого створення ефективних чисельних методик розрахунку на стійкість та надійність тонкостінних оболонок з урахуванням початкових недосконалостей форми. Розвиток методів визначення критичних навантажень недосконалих тонкостінних оболонок залишається однією з центральних задач механіки деформованого твердого тіла [1-14]. Огляд досліджень стійкості тонкостінних оболонок з урахуванням початкових недосконалостей форми наведений в книзі Г.Д. Гавриленка [7]. Представлені як класичні аналітичні підходи, що базуються на теорії тонких оболонок, так і їх комбінації з чисельними методами. Застосування аналітичних методів обумовлює представлення форми недосконалості у вигляді тригонометричних функцій, що значно звужує коло досліджень. Використання чисельних методів дає можливість задавати недосконалості у довільній формі [8-14], досліджувати їх глобальну нелінійну поведінку,

включаючи питання побудови в заданій області станів траєкторії навантаження та встановлення на ній точок втрати стійкості.

За допомогою розробленого чисельного підходу, що базується на процедурах сучасного програмного комплексу скінченно-елементного аналізу та спеціально розробленої програми, автори дослідили нелінійну стійкість нафтоналивних резервуарів з реальними недосконалотями форми, які є відхиленнями твірних від вертикалі, при окремій дії поверхневого тиску, осьового стиснення та їх комбінації [10]. В статті [14] наведені результати нелінійного аналізу стійкості оболонки-опори, недосконалості якої моделюються у вигляді форми деформування при дії експлуатаційного комбінованого навантаження. Представлена поверхня критичних значень комбінованого навантаження, яке подано у вигляді різних комбінацій вітрового навантаження та змінного тиску від ваги цистерни з рідиною, що встановлена зверху оболонки-опори. Досліджена нелінійна стійкість довгої гнучкої оболонки при чистому згині з урахуванням початкової недосконалості у вигляді форми деформування по довгій півхвилі. Урахування докритичної геометрично нелінійної деформації оболонки значно уточнює розрахунок критичного навантаження.

Актуальною задачею будівельної механіки залишається висновок про надійність та довговічність тонкостінних недосконалих оболонок. В роботах М.Майера і Н.Хоціалова, що відносяться до 1926 - 1929 рр, вперше висунута ідея про застосування статистичних методів до розрахунків на міцність конструкцій. Видатна роль у справі впровадження статистичних методів у будівельну механіку належить М.С.Стрелецькому, який представив статистичну концепцію надійності споруд [18], яка знайшла відображення в методиці розрахунку конструкцій за граничним станом. У 40-і роки О.Р. Ржаніцин розвинув теорію надійності будівельних конструкцій [19, 20]. В різних галузях техніки в той же час починається впровадження імовірнісних методів. Пізніше відбувається перехід від елементарних методів теорії імовірностей до методів випадкових функцій. В.В. Болотін [21, 22] перший узагальнив теорію надійності будівельних конструкцій з позицій теорії випадкових процесів. На цей час імовірнісні та статистичні методи оцінки міцності та надійності будівельних конструкцій знаходять широке застосування в будівельній механіці та будівельному проектуванні і є основою багатьох останніх редакцій норм проектування будівельних конструкцій різних країн [23].

В статті представлено імовірнісний підхід до визначення надійності недосконалих тонкостінних оболонок, який в поєднанні з сучасним чисельним методом розрахунку на стійкість дозволяє досліджувати реальні конструкції як на етапі проектування так і в процесі їх експлуатації із забезпеченням допустимого рівня надійності конструкцій та сталого функціону-

вання. Цей підхід базується на основних положеннях імовірнісного підходу В.В.Болотіна [22]. Авторами він був адоптований до визначення надійності за стійкістю циліндричних тонкостінних оболонок зі змінною товщиною стінок з початковими недосконаlostями форми при дії поверхневого тиску [10]. В статті [3] імовірнісний підхід застосовано до дослідження надійності за стійкістю недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження. Надійність оболонки-опори визначена за допомогою поверхні надійності з урахуванням заданого максимально можливого значення недосконаlostі та розподілу її щільності імовірності. В результаті отримані допустимі сполучення комбінованого навантаження, які мають бути враховані при проектуванні та експлуатації конструкції.

1. Чисельна методика побудови математичної моделі стійкості недосконалої оболонки

1.1. Урахування реальних недосконаlostей форми

В статті [9] досліджена нелінійна стійкість існуючих тонкостінних оболонок з урахуванням їх фактичної геометрії після певного часу експлуатації. Більш вразливими є стінки нафтоналивних резервуарів. Великі геометричні розміри практично не уможливають проведення натурних випробувань на стійкість. Сучасні програмні комплекси дозволяють будувати моделі по фактичній геометрії конструкції. Створення математичних моделей оболонок з реальними недосконаlostями пропонується за допомогою програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN [25] із використанням сплайн-кривих. Реальні недосконаlostі тонкостінної оболонки є фактичними відхиленнями від вертикалі твірних стінки, які можна отримати в результаті польових вимірювань. Відхилення твірних додаються до відповідних циліндричних координат ідеальної поверхні оболонки. По зміненим координатам будуються сплайн-криві і сплайнові поверхні. Розрахункова модель оболонки із недосконалою геометрією представляється у вигляді скінченно-елементної сітки. На рис. 1 зображена модель реального нафтоналивного резервуара, який має недосконаlostі форми після 10 років його експлуатації. Для візуалізації фактичних недосконаlostей оболонки написана спеціальна про-



Рис. 1. Модель оболонки з візуалізацією реальних відхилень твірних в масштабі 1:20

грама на мові ФОРТРАН99, яка орієнтована на програмний комплекс.

1.2. Моделювання початкових недосконалостей форми

Вимірювання реальних недосконалостей форми оболонок потребує значних техніко-економічних затрат, тому моделювання початкових недосконалостей є актуальним як на стадії проектування конструкцій, так і в процесі їх експлуатації. Дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонкових конструкцій зі змодельованими початковими недосконалостями представлені авторами в статтях [9-10]. Побудова математичної моделі виконується за допомогою програмного комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN [25]. Вибір моделі початкових недосконалостей залежить від геометричних параметрів оболонки та виду навантажень. При дії одного виду навантаження (поверхневого тиску, осьового стиснення, пари сил) модель недосконалостей приймається у вигляді першої форми втрати стійкості оболонки, оскільки саме ця форма деформування є найбільш небезпечною. В розрахунках амплітуда початкових недосконалостей приймається пропорційною товщині стінки оболонки t в діапазоні $(0,25 \div 2,0)t$. На рис. 2 представлена скінченно-елементна модель тонкостінної оболонки реального нафтоналивного резервуара при дії поверхневого тиску. Модель початкових недосконалостей є першою формою втрати стійкості оболонки, яка отримана при розв'язанні задачі стійкості методом Ланцоша.

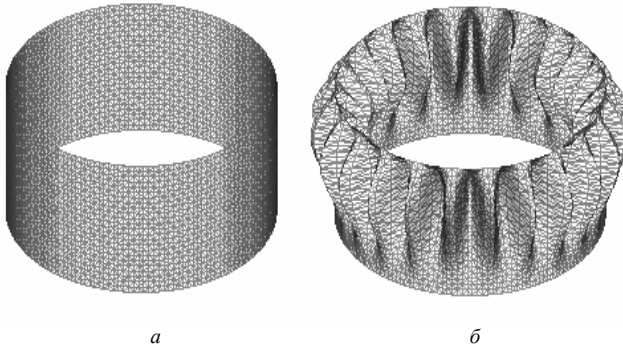


Рис. 2 Модель оболонки при дії поверхневого тиску:
а) з ідеальною поверхнею; б) з недосконалостями

При дії на тонкостінну оболонку комбінації двох ортогональних навантажень (поверхневого тиску і осьового стиснення) Вольміром в книзі [4] при дослідженні стійкості запропоновано ввести коефіцієнти сполучення навантажень. Аналогічно цьому підходу в роботах [11] авторами виконується моделювання початкових недосконалостей оболонки зі змінною товщиною сті-

нки у вигляді комбінацій форм втрати стійкості ідеальної оболонки при окремих діях навантажень з відповідними коефіцієнтами сполучення.

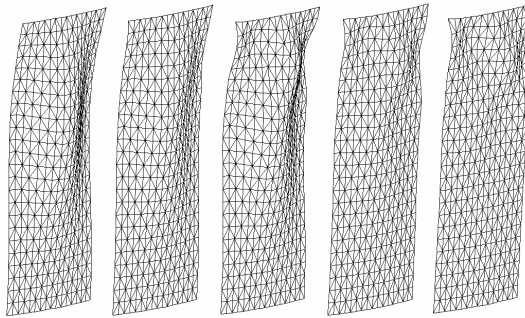


Рис. 3. Моделі сегменту оболонки при дії комбінації ортогональних навантажень

Якщо на оболонку діє комбінація двох не ортогональних навантажень, вибір моделі початкових недосконалостей форми оболонки є більш складним. На рис. 4 представлена модель реальної циліндричної оболонки-опори з двома отворами, які підсилені ребрами жорсткості [13]. Стінки оболонки підсилені нижнім і верхнім поясами та зверху вертикальними ребрами жорсткості. На оболонку-опору діє комбіноване навантаження у вигляді ваги цистерни з рідиною, яка встановлена на оболонку-опору, та дії вітру. Ці навантаження не є ортогональними, тому формуються три моделі недосконалостей у вигляді: форми деформування оболонки при дії експлуатаційного навантаження, форми втрати стійкості і форми деформування оболонки в граничному стані, що була отримана при розв'язанні нелінійної задачі статки. Вибір моделі недосконалості оболонки відбувається за показником найменшого значення критичного навантаження при максимально допустимій амплітуді недосконалості.

Досліджена нелінійна стійкість довгої гнучкої циліндричної оболонки зі змодельованими недосконалостями форми при дії пар сил. Форма деформування у вигляді випучування оболонки по

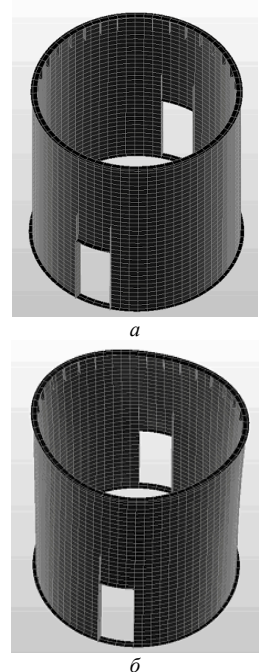


Рис. 4. Модель оболонки-опори: а) без недосконалостей; б) з недосконалостями

довгим півхвилям є найбільш небезпечною. Для її отримання розв'язується нелінійна задача статки за допомогою модифікованого методу Ньютон-Рафсона. В даному випадку початкові недосконалості моделюються у вигляді найбільш небезпечної форми (рис. 5).

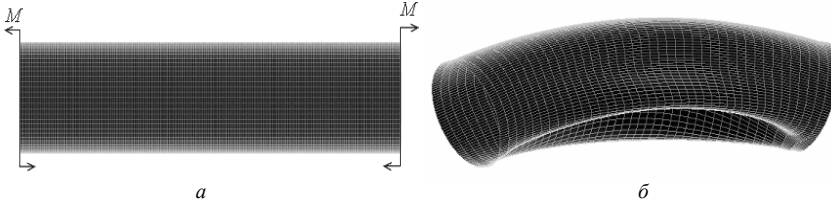


Рис. 5. Модель довгої гнучкої циліндричної оболонки:
а) з ідеальною поверхнею; б) з недосконалостями

2. Дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконалостями форми

Основними задачами дослідження нелінійної стійкості недосконалих тонкостінних оболонок є визначення граничних критичних значень навантаження, аналіз напружено-деформованого стану на різних стадіях навантаження та побудова області стійкості. Етапи дослідження стійкості недосконалих оболонок залежать від виду навантаження. В цьому розділі наведені приклади дослідження нелінійної стійкості тонкостінних оболонок з недосконалостями форми при дії поверхневого тиску та комбінованого навантаження. Для дослідження нелінійного деформування оболонки та втрати стійкості розв'язується нелінійна задача статки, яка є обчислювальною процедурою програмного комплексу NASTRAN. За допомогою модифікованого методу покрокового навантаження Ньютон-Рафсона будуються криві навантаження, визначається граничне значення критичного навантаження та досліджується напружено-деформований стан оболонки при втраті стійкості.

2.1. Стійкість оболонки з реальними недосконалостями при дії поверхневого тиску

Дослідження напружено-деформованого стану оболонки з реальними недосконалостями (рис. 1) при дії поверхневого тиску представлені на рис. 6, 7, 8. Процес втрати стійкості починається із поступового розвитку докритичних деформацій по всій поверхні оболонки. Перша докритична фаза досить стійка і тривала у часі. Початкові прогини можуть не лише залишатися без змін, а й трансформуватися у нові форми або може відбуватися процес злиття із утворенням геометрично більших недосконалостей. Ці зони і визначають в першу чергу несучу здатність оболонки. У закритичній стадії максимальні деформації відбуваються у вказаних зонах. Втрата стійкості оболонки відбувається при критичному наванта-

женні $q_{кр} = 0.744q_{кр}^0$ ($q_{кр}^0$ – критичне значення поверхневого тиску ідеальної оболонки). Максимальні еквівалентні напруження в елементах стінки оболонки обчислюються згідно критерія Мізеса і становлять 65.658 МПа , що нижче розрахункового опору сталі $R_y = 240 \text{ МПа}$.

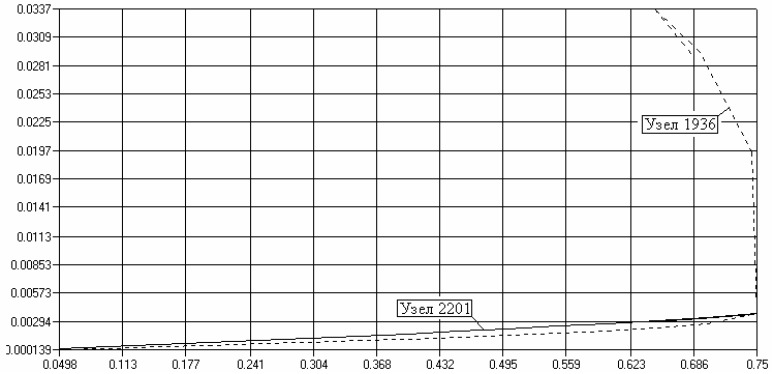


Рис. 6. Криві навантаження недосконалої оболонки поверховим тиском

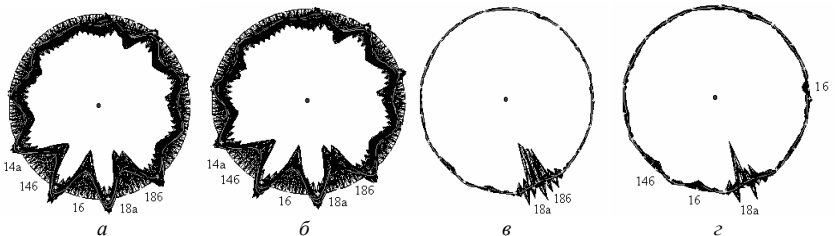


Рис. 7. Деформування недосконалої оболонки на різних стадіях навантаження:
а) $q = 0.05q_{кр}^0$; б) $q = 0.45q_{кр}^0$; в) $q = 0.684q_{кр}^0$; г) $q_{кр} = 0.744q_{кр}^0$

Початкові недосконалості форми тонкостінної оболонки суттєво знизили критичне значення поверхневого тиску, що негативно впливає на її стійкість.

2.2. Стійкість оболонки-опори з початковими недосконалостями форми при дії комбінованого навантаження

Скінченно-елементна модель оболонки-опори представлена на рис. 4. Оболонка має такі геометричні характеристики: діаметр $D = 5,61 \text{ м}$, висота $H = 5,3 \text{ м}$, товщина стінки $t = 10 \text{ мм}$. Пояси представляють собою пластини шириною 200 мм та завтовшки 20 мм . Оболонка-опора виготовлена із сталі з такими механічними характеристиками: $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $G = 0,792 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\mu = 0,3$. Комбіноване навантаження представляє собою сумісну дію ваги цистерни з рідиною та вітру, що діє на цистерну. Параметри вітрового навантаження при-

ймаються згідно діючого нормативного документу [24]. Комбіноване навантаження прикладається до вузлів верхнього поясу оболонки-опори у вигляді зосереджених сил, значення яких визначаються за формулою: $[\alpha G_e; (1-\alpha)V_e]$, де $G_e = 67,36 \text{ кН}$ і $V_e = [0,1 \div 39,77] \text{ кН}$ – відповідно максимальна експлуатаційна вага цистерни з рідиною та вітрове навантаження на один вузол верхнього поясу моделі; $\alpha = [0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ – коефіцієнт сполучення навантажень. Оскільки вітер діє на цистерну, вага якої складає $0,113 G_e$, комбінацію $[0 G_e; 1 V_e]$ замінено на комбінацію навантажень $[0,113 G_e; 1 V_e]$. Вага цистерни з рідиною та вітер, що діє на цистерну, сумісно посилюють осьовий тиск на оболонку-опору і не є ортогональними. Процес моделювання початкових недосконалостей форми оболонки-опори наведений в статті [13]. За розрахункову модель обрана скінченноелементна модель оболонки-опори з недосконалістю у вигляді форми деформування оболонки, що отримана при розв'язанні нелінійної задачі статки і є найневигіднішою формою деформування оболонки при найнесприятливішому сполученні навантажень (рис. 4). В розрахунках максимальні амплітуди початкових недосконалостей приймають значення $\Delta = [0,5; 1; 1,5; 2]t$, де $t = 10 \text{ мм}$ – товщина стінки оболонки.

При дослідженні стійкості оболонки-опори враховано прояв її геометричної нелінійності з перевіркою виконання умови допустимих напружень і деформацій. За допомогою модифікованого методу Ньютона-Рафсона розв'язується нелінійна задача статки і визначаються критичні сполучення навантажень за формулою $[G_{кр}^H; V_{кр}^H] = \mu_{кр} [\alpha G_e; (1-\alpha)V_e]$, де $\mu_{кр}$ – параметр критичного сполучення навантажень, α – коефіцієнта сполучення навантажень.

На рис. 9 представлені форми деформування оболонки-опори з амплітудою недосконалості $\Delta = 2t$ при допустимому напруженні $\sigma = 210 \text{ МПа}$ для різних коефіцієнтів напруження α .

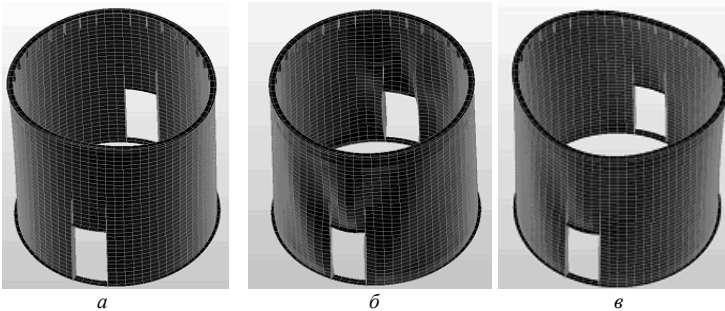


Рис. 9. Форма деформування оболонки-опори з недосконалістю $\Delta = 2t$:
а) $\alpha = 0,113$; б) $\alpha = 0,5$; в) $\alpha = 1$

На рис. 10 побудовані області стійкості оболонки-опори з різними амплітудами недосконалості, які обмежені осями координат та кривими залежності $\frac{V_{кр}^H}{V_e}$ від $\frac{G_{кр}^H}{G_e}$. Областю стійкості вважається область, яка обмежена відповідними кривими критичних сполучень навантажень та координатними осями (рис. 10,а).

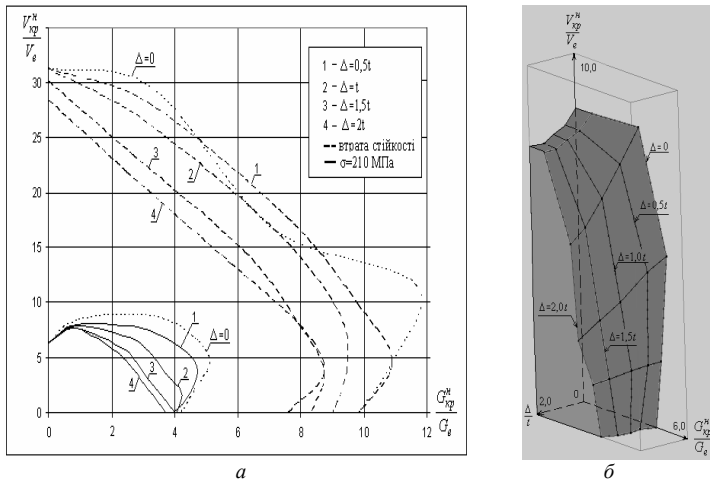


Рис. 10. Область стійкості недосконалої оболонки-опори

Видно, що область стійкості при допустимому напруженні $\sigma = 210$ МПа в оболонці значно менша за область, яка відповідає втраті стійкості. Області стійкості зменшуються зі збільшенням максимальної амплітуди недосконалості оболонки. Загальна стійкість оболонки-опори при різних комбінаціях вітру та ваги цистерни з рідиною забезпечена, оскільки область експлуатаційного навантаження

$$\left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right] = [1; 1]$$
 знаходиться в

межах областей стійкості недосконалої оболонки-опори. На рис. 10,б представлена поверхня критичних сполучень навантаження, яка побудована за допомогою кривих, що обмежують область стійкості оболонки-опори при допустимому навантаженні $\sigma = 210$ МПа і мають вигляд суцільних ліній на рис. 10,а.

3. Імовірнісний підхід до визначення надійності за стійкістю

Розроблено імовірнісний підхід до визначення надійності за стійкістю недосконалих тонкостінних оболонок при дії статичних навантажень, який базується на основних положеннях імовірнісного підходу В.В.Болотіна [22]. Цей підхід застосовано при визначенні надійності за стійкістю циліндричних тонкостінних оболонок зі змінною товщиною стінок з початковими недосконалостями форми при дії поверхневого тиску [11] та оболонки-опори при дії комбінованого навантаження [14]. Імовірнісний підхід містить припущення про існування функціональної залежності критичного навантаження від початкової недосконалості конструкції. Знаючи щільність повної імовірності вектора початкової недосконалості, можна визначити щільність імовірності критичного навантаження як випадкової скалярної змінної. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки при дії одного виду навантаження визначається за формулою

$$R(\alpha) = \text{Prob}(\alpha_{кр} > \alpha) = \text{Prob}(u < \xi). \quad (1)$$

Тут $R(\alpha)$ – надійність конструкції при заданому безрозмірному навантаженні α ; $\alpha_{кр}$ – випадкове безрозмірне критичне навантаження; u – випадкова безрозмірна величина початкової недосконалості; ξ – максимально допустима безрозмірна величина початкової недосконалості.

Якщо задати щільність імовірності початкових недосконалостей, можна визначити щільність імовірності критичного навантаження, а надійність за стійкістю недосконалої конструкції представити у вигляді:

$$R(\alpha) = \begin{cases} 0 & (\alpha > 1), \\ f_x(u) & (\alpha_{кр}^* < \alpha < 1), \\ 1 & (\alpha \leq \alpha_{кр}^*), \end{cases} \quad (2)$$

де $\alpha_{кр}^*$ – безрозмірне критичне навантаження, яке відповідає максимальній можливій безрозмірній величині початкової недосконалості конструкції ξ , $f_x(u)$ – функція щільності імовірності початкової недосконалості.

При дії на оболонку комбінації двох видів навантаження, надійність за стійкістю визначається за формулою

$$R(\alpha, \beta) = \text{Prob}((\alpha_{кр}, \beta_{кр})^* > (\alpha, \beta)) = \text{Prob}(u < \xi). \quad (3)$$

Тут $R(\alpha, \beta)$ – надійність оболонки при заданому безрозмірному комбінованому навантаженні (α, β) ; $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*$ – випадкове безрозмірне крити-

чне сполучення навантажень, яке відповідає максимально можливій безрозмірній величині початкової недосконалості оболонки ξ .

Згідно виразу (2) надійність за стійкістю оболонки можна представити через функцію щільності імовірності початкової недосконалості:

$$R(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & ((\alpha, \beta) > (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}), \\ f_x(u) & ((\alpha_{кр}, \beta_{кр})^* < (\alpha, \beta) < (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}), \\ 1 & ((\alpha, \beta) \leq (\alpha_{кр}, \beta_{кр})^*), \end{cases} \quad (4)$$

де $(\alpha_{кр}, \beta_{кр})^{**}$ – безрозмірне критичне сполучення навантажень при втраті стійкості досконалої оболонки.

За допомогою представленого підходу можна визначити значення допустимого сполучення комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{дон}$, яке відповідає необхідній (проектній) надійності оболонки r .

3.1. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки при дії поверхневого тиску

В розрахунках задається щільність імовірності початкової недосконалості оболонки-опори у вигляді рівномірного розподілу (рис. 11,а), за трикутником (рис. 11,б) та Гаусового розподілу (рис. 11,в). Відповідні функції розподілу щільності імовірності початкової недосконалості оболонки-опори обчислюються при умові, що максимально можлива безрозмірна величина початкової недосконалості ξ дорівнює 2.0, за формулами:

– рівномірний розподіл

$$f_x(u) = \int_0^u p(x) dx = \int_0^u \xi^{-1} dx, \quad (5)$$

де $p(x)$ – щільність імовірності початкової недосконалості;

– розподіл за трикутником

$$f_x(u) = \int_0^u \frac{2}{\xi} \left(1 - \frac{x}{\xi}\right) dx, \quad (6)$$

– Гаусів розподіл

$$f_x(u) = \int_0^u \frac{\sqrt{2}}{\pi\sigma} \exp \frac{-x^2}{2\sigma^2} dx, \quad (7)$$

де σ^2 – дисперсія випадкової безрозмірної величини початкової недосконалості.

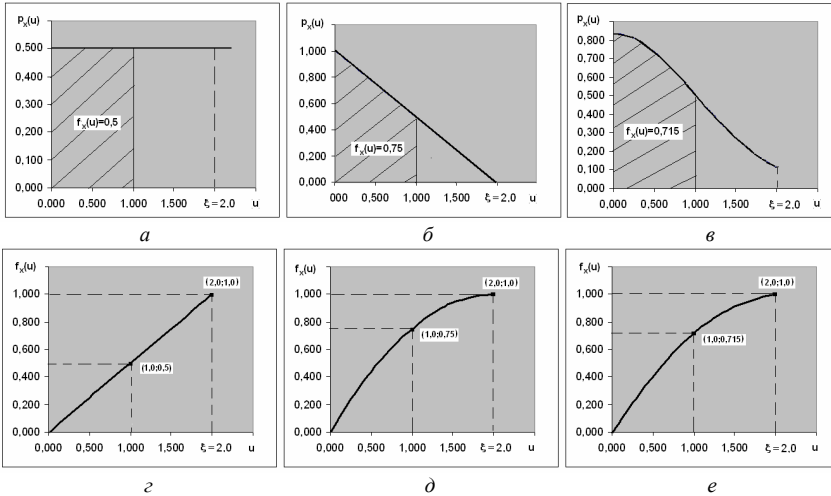


Рис. 11. Види та функції розподілу щільності імовірності недосконалість оболонки-опори: а, г) рівномірний; б, д) за трикутником; в, е) Гаусвіс

3.2. Надійність за стійкістю недосконалої оболонки-опори при дії комбінованого навантаження

Визначення надійності за стійкістю оболонки-опори викладено в статті [3]. Надійність за стійкістю оболонки-опори $R(\alpha, \beta)$ визначається за формулами (3), (4). Функціональна залежність комбінованого навантаження

від початкової недосконалість Δ отримана при дослідженні нелінійної стійкості оболонки-опори і представлена на рис. 10, б.

Безрозмірна випадкова величина початкової недосконалість задається у вигляді $u = \frac{\delta}{t}$, де δ – випадкове відхилення вузлів скінченно-елементної моделі стінки оболонки-опори від вертикалі. Безрозмірне комбіноване навантаження представляється у вигляді $(\alpha, \beta) = \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right]$,

де \bar{G} – навантаження від ваги цистерни з урахуванням змінної ваги рідини, \bar{V} – навантаження від вітру, що діє на цистерну. Випадкове безрозмірне критичне сполучення навантажень записується у вигляді

$$(\alpha_{кр}, \beta_{кр}) = \left[\frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]. \text{ Надійність за стійкістю оболонки-опори}$$

$$R(\alpha, \beta) = R \left[\frac{\bar{G}}{G_e}; \frac{\bar{V}}{V_e} \right] \text{ для трьох видів розподілу щільності імовірності}$$

початкової недосконалості подається у вигляді поверхонь надійності (рис. 12). Вони будуються на кривих надійності, що відповідають конкретному сталому значенню надійності і різним сполученням навантажень, які обчислюються для випадкових сполучень навантажень (α, β) з відомою залежністю від амплітуди недосконалості оболонки-опори.

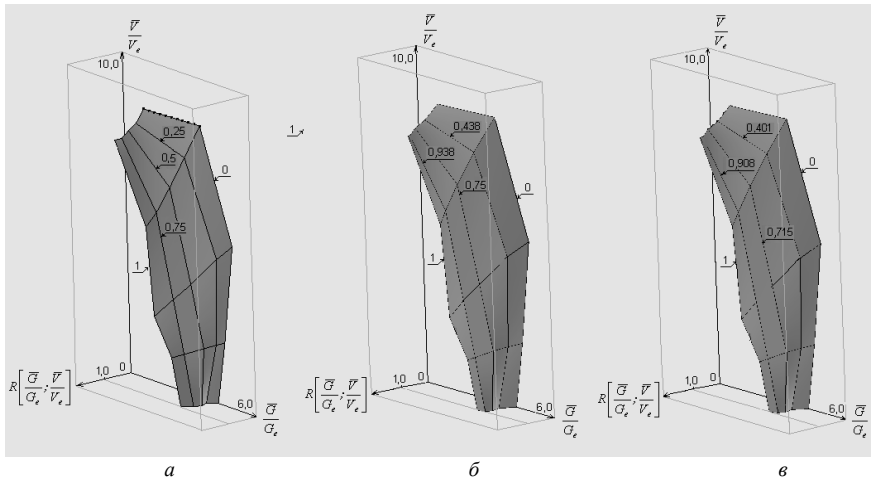


Рис. 12. Поверхні надійності за стійкістю оболонки-опори з недосконалостями, розподіл щільності імовірності яких є: а) рівномірний, б) за трикутником, в) Гаусів

Надійність за стійкістю оболонки-опори дорівнює одиниці, якщо випадкове комбіноване навантаження попадає в область, яка обмежена кривою надійності зі сталою координатою $R = 1$ і осями координат \bar{G}/G_e та \bar{V}/V_e . Якщо випадкове комбіноване навантаження попадає в область, яка знаходиться вище за криву надійності зі сталою координатою $R = 0$, то надійність оболонки-опори дорівнює нулю. В інших випадках надійність за стійкістю визначається як координата точки поверхні надійності. Для цього на координатній площині $(\bar{G}/G_e; \bar{V}/V_e)$ із точки з заданими координатами паралельно осі $R[\bar{G}/G_e; \bar{V}/V_e]$ проводиться пряма до перети-

ну з площиною надійності. Третя координата точки перетину є надійністю за стійкістю недосконалої оболонки-опори. Допустиме сполучення безрозмірного комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{oon}$ також визначається за допомогою поверхні надійності. Наприклад, якщо необхідну (проектну) надійність оболонки прийняти $r = 0,995$, тоді координатами точок лінії перетину площини надійності з площиною, яка проведена паралельно координатній площині $(\bar{G}/G_e, \bar{V}/V_e)$ через точку простору $(R, \bar{G}/G_e, \bar{V}/V_e) = (0,995; 0; 0)$ буде допустиме сполучення безрозмірного комбінованого навантаження $(\alpha, \beta)_{oon}$.

Висновок. Розроблена чисельна методика дозволяє дослідити вплив початкових недосконалостей форми на стійкість тонкостінних оболонок. Процедури сучасного програмного комплексу скінченно-елементного аналізу та спеціально розроблені програми є ефективними при побудові математичних моделей нелінійної стійкості недосконалих оболонок. Моделювання початкових недосконалостей залежить від геометричних параметрів оболонки та виду навантаження. Початкові недосконалості суттєво впливають на критичні значення навантажень, області стійкості та надійність тонкостінних оболонок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляев В.И., Гоцуляк Е.А.* Устойчивость нелинейных механических систем. Львов, Вища школа, 1982. – 255 с.
2. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури – К.: ЗАТ „Віпол”, 2010. – 316с.
3. *Баженов В.А., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Геращенко О.В.* Імовірнісний підхід до визначення надійності недосконалої оболонки-опори//Проблеми міцності, 2014, N4. С.152 – 161.
4. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984с.
5. *Доннелл Л.Г., Ван К.* Влияние неправильностей в форме на устойчивость стержней и тонкостенных цилиндров при осевом сжатии // Механика. Сб. перев. и обз. иностр. период. лит.-ры. – 1951. – №408, С.91 – 107.
6. *Гавриленко Г.Д.* Устойчивость и несущая способность гладких и ребристых оболочек с локальными вмятинами // Прик. механика. – 2004. – 40, №9. – С.35-64.
7. *Гавриленко Г.Д.* Численный и аналитический подходы к исследованию несущей способности несовершенных оболочек // Прик. механика. – 2003. – 39, №9. – С.44-62.
8. *Гоцуляк Е.А., Заблоцкий С.В.* К исследованию устойчивости оболочек с несовершенствами // Прик. механика. – 1990. – 26, №4. – С.49-55.
9. *Гоцуляк Е.О., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Шах В.В.* Стійкість стінок циліндричних оболонок при комбінованому навантаженні з урахуванням недосконалостей форми // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип.. 79. – С. 63-72.
10. *Гоцуляк Е.О., Барвінко А.Ю., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Шах В.В.* Оцінка впливу початкових недосконалостей циліндричних оболонок резервуарів на їх стійкість при дії бокового тиску //Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА. – 2008. – № 82. – С. 48-54.

11. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Шах В.В. Об устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с начальными несовершенствами//Прикладная механика. – 2009. – №4. – С.103-108.
12. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Шах В.В. Побудова поверхні критичних сполучень осового та бічного стиснення циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконаlostями // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – Вип.85. – К.:КНУБА, 2010. – С.23-32.
13. Гоцуляк Є.О., Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Гаран І.Г. Стійкість циліндричної оболонки-опори з недосконаlostями форми при комбінованому навантаженні//Проблеми міцності. – 2012. – №5. – С.127-134.
14. Лук'янченко О.О., Костіна О.В., Гаран І.Г. Моделювання початкових недосконаlostей циліндричної оболонки змінної товщини при дослідженні її стійкості при дії комбінованого навантаження// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – Вип.84. – К.:КНУБА, 2009. – С. 97–103.
15. Койтер В.Т. Устойчивость и закритическое поведение упругих систем // Механика: Сб. перев. иностр. статей. – 1960. – №5, С.99 – 110.
16. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек – М.: Наука, 1971. – 807с.
17. Элишаков И. О проведении расчетов с учетом чувствительности к несовершенствам // Потеря устойчивости и выпучивание конструкций: теория и практика / Под ред. Дж. Томпсона и Дж. Ханта: Пер. с англ./ Под ред. Э.И. Григолока. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – С.272–281.
18. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. – М.: Стройиздат, 1947. – 94 с.
19. Ржаницин А.Р. Применение статистических методов в расчетах сооружений на прочность и безопасность. Строительная промышленность, 1952, №6.
20. Ржаницин А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
21. Болотин В.В. Статистические методы в нелинейной теории упругих оболочек // Изв. АН СССР. ОTH. – 1958. – №3. – С. 33–41.
22. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1971. – 256 с.
23. Августин Г., Баратта А., Кашиантти Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании/Пер. С англ.. Ю.Д. Сухова. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
24. ДБН В.1.2-2:2006 „Навантаження і впливи”. Норми проектування.
25. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. - М.: ДМК Пресс, 2001.– 448 с.

REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Gulyaev V.Y., Gotsulyak E.O. Ustoychivost' nelineynykh mekhanicheskikh sistem (Stability of nonlinear mechanical systems). L'vov, Vyshcha shkola, 1982. – 255 s.
2. Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovey M.O. Neliniyne deformuvannya ta stiykist' pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi struktury (Nonlinear deformation and stability of elastic shells with heterogeneous structure) – К.: ZAT „Vipol”, 2010. – 316 s.
3. Bazhenov V.A., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Gerashchenko O.V. Imovimivnyy pidkhid do vyznachennya nadiynosti nedoskonaloiy obolonky-opory (A probabilistic approach to determination of imperfect shell-bearing reliability)// Problemy mitsnosti, 2014, N4. -S.152–161.
4. Vol'myr A.S. Ustoychivost' deformiruemykh sistem (Stability of deformable systems). – М.: Nauka, 1967. – 984s .
5. Donnell L.H., Van K. Vliyanye nepravil'nostey v forme na ustoychivost' sterzhney i tonkostennykh tsilyndrov pri osevom szhatii (Effects of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders

- and Columns under Axial Compression) // *Mekhanika. Sb. perev. y obz. ynostr. peryod. lyt-ry.* – 1951. – N 408, - S.91 – 107
6. *Gavrylenko H.D.* Ustoychivost' i nesushchaya sposobnost' gladkikh y rebristyykh obolochek s lokal'nymi vmyatinamy (Stability and load-bearing capacity of smooth and ribbed shells with local dents) // *Prik. mekhanika.* – 2004. – 40, N 9. – S.35-64 .
 7. *Gavrylenko H.D.* Chislennyy i analiticheskiy podkhody k issledovaniyu nesushchey sposobnosti nesovershennykh obolochek (Numerical and analytical approaches to the study of the carrying capacity of imperfect shells) // *Prik. mekhanika.* – 2003. – 39, N 9. – S.44-62 .
 8. *Gotsulyak E.A. Zablotskiy S.V.* K issledovaniyu ustoychivosty obolochek s nesovershenstvami (On the stability analysis of the shells with imperfections) // *Prik. mekhanika.* – 1990. – 26, N 4. – S.49-55.
 9. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Stiykist' stinok tsylindrychnykh obolonok pry kombinovanomu navantazheni z urakhuvannam nedoskonalostey formy (Stability of cylindrical shells walls under combined loading considering shape imperfections) // *Opir materialiv i teoriya sporud.* – 2006. – Vip. 79. – S. 63-72.
 10. *Hotsulyak Ye.O., Barvinko A.Yu., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Otsinka vplyvu pochatkovykh nedoskonalostey tsylindrychnykh obolonok rezervuariv na yikh stiykist' pry diyi bokovoho tysku (Estimation of influence of initial imperfections in tanks cylindrical shells on their stability under the action of lateral pressure) // *Opir materialiv i teoriya sporud.* K.: KNUBA. – 2008. – # 82. – S. 48-54.
 11. *Gotsulyak Ye.A., Luk'yanchenko O.A., Shakh V.V.* Ob ustoychivosty tsylindricheskikh obolochek peremennoy tolschiny s nachal'nymi nesovershenstvami (On the stability of cylindrical shells of variable thickness with initial imperfections) // *Prikladnaya mekhanika.* – 2009. – # 4. – S.103-108 .
 12. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Shakh V.V.* Pobudova poverkhni krytychnykh spoluchen' os'ovoho ta bichnoho stysnennya tsylindrychnykh obolonok zminnoyi tovshchyny z nerehulyarnymy nedoskonalostyamy (Surface construction for critical combinations of axial and lateral compression of cylindrical shells with variable thickness and irregular imperfections) // *Opir materialiv i teoriya sporud: Nauk.-tekh. zbirnyk.* – Vyp.85. – K.:KNUBA, 2010. – S.23-32 .
 13. *Hotsulyak Ye.O., Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Haran I.H.* Stiykist' tsylindrychnoyi obolonky-opory z nedoskonalostyamy formy pry kombinovanomu navantazheni (Stability of cylindrical bearing shells with shape imperfections under combined loading) // *Problemy mitsnosti.* – 2012. – # 5. – S.127-134 .
 14. *Luk'yanchenko O.O., Kostina O.V., Haran I.H.* Modelyuvannya pochatkovykh nedoskonalostey tsylindrychnoyi obolonky zminnoyi tovshchyny pry doslidzhenni yiyi stiykosti pry diyi kombinovanoho navantazhennya (Modeling of cylindrical shell with variable thickness initial imperfections when studying its stability under combined loading) // *Opir materialiv i teoriya sporud: Nauk.-tekh. zbirnyk.* – Vyp.84. – K.:KNUBA, 2009. – S. 97–103.
 15. *Koiter V.T.* Ustoychivost' i zakriticheskoe povedenie upruhikh sistem (Elastic stability and postbuckling behavior) // *Mekhanika: Sb. perev. instr. statey.* – 1960. – # 5, S.99 – 110 .
 16. *Timoshenko S.P.* Ustoychivost' stержnej, plastin i obolochek (Stability of rods, plates and shells)– M.: Nauka, 1971. – 807s .
 17. *Elishakov Y.* O provedenii raschetov s uchetoм chuvstvitel'nosti k nesovershenstvam (On the design with regard to imperfection sensitivity) // *Poterya ustoychivosti i vypuchyvanie konstruktsiy: teoriya iy praktika / Pod red. Dzh. Tompsona y Dzh. Khanta: Per. s anhl./ Pod red. E.Y. Grigolyuka.* – M.: Nauka. Gl. red. fiz.- mat. lit., 1991.– S.272–281 .
 18. *Streleckij N.S.* Osnovy statisticheskogo ucheta koeficienta zapasa prochnosti sooruzhenij (Fundamentals of statistics safety factor in structures). – M.: Strojizdat, 1947. – 94 s.
 19. *Rzhanicin A.R.* Primenenie statisticheskikh metodov v raschetah sooruzhenij na prochnost' i bezopasnost' (Application of statistical methods in the analysis of structures for durability and safety). *Stroitel'naja promishlennost', 1952, №6.*

20. *Rzhanicin A.R.* Teoriya rascheta stroitel'nyh stroitel'nyh konstrukcij na nadezhnost' (Theory of Reliability Design of Structures). – М.: Strojizdat, 1978. – 239 s.
21. *Bolotin V.V.* Statisticheskie metody v nelinejnoj teorii uprugih obolochek (Statistical method in the nonlinear theory of elastic shell) // *Izv. AN SSSR. OTN.* – 1958. – №3. – S. 33–41 .
22. *Bolotin V.V.* Primenenie metodov teorii verojatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij (Application of Probability Theory and Reliability Theory Methods to Construction Design) . – М.: Strojizdat, 1971. – 256 s.
23. *Avgusti G., Baratta A., Kashianti F.* Veroyatnostnye metody v stroitel'nom proektirovanii (Probabilistic Methods in Structural Engineering) / *Per. S angl. Ju.D. Suhova.* – М.: Strojizdat, 1988. – 584 s
24. DBN V.1.2-2:2006 „Navantazhennya i vplyvy”. Normy proektuvannya (“Loads and effects”. Design standards).
25. *Shimkovich D.H.* Raschet konstruktsiy v MSC/NASTRAN for Windows (Structural analysis using MSC/NASTRAN for Windows). – М.: DMK Press, 2001. – 448 s.

Bazhenov V.A., Lukyanchenko O.O., Kostina O.V., Gerashchenko O.V.

NONLINEAR STABILITY ANALYSIS OF THIN SHELL WITH INITIAL SHAPE IMPERFECTIONS

A numerical technique for nonlinear stability analysis of thin-walled shells with geometrical imperfections is presented. Mathematical models of imperfect shells stability are built using the modern finite element method software. The nonlinear stability analysis of a real cylindrical shell with shape imperfections was carried out. Stability domains and reliability of the imperfect shell-bearing under the combined loading were determined.

Keywords: reliability, critical load, geometrical imperfection, stability domain.

Баженів В.А., Лукьянченко О.О., Костина О.В., Герашченко О.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК С НАЧАЛЬНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВА ФОРМЫ

Представлена численна методика дослідження нелінійної устійливості тонкостенних оболонок з несовищенствами форми. Математическіе модели устійливості несовищенних оболонок построены с помощью метода конечных элементов, реализованного в современном вычислительном комплексе. Исследована нелінійная устійливість цилиндрической оболочки с реальными несовищенствами форми. Определены область устійливости и надежность несовищенной оболочки-опоры при действии комбинированного нагружения.

Ключевые слова: надежность, критическая сила, геометрические несовищенства, область устійливости.