

УДК 539.3

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИК ПРОГНОЗУВАННЯ ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ В СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНІЙ МОДЕЛІ ОБОЛОНКИ НЕОДНОРІДНОЇ СТРУКТУРИ

**В.А. Баженов<sup>1</sup>,**  
д-р техн. наук;

**О.П. Кривенко<sup>1</sup>,**  
канд. техн. наук

<sup>1</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680; e-mail: olakor@ukr.net*

Розглянуто методику врахування у скінченноелементній моделі оболонки неоднорідної структури мікромеханічних параметрів складових композитного матеріалу, що армований односпрямованими волокнами. Визначення ефективних характеристик матеріалу реалізується за структурними параметрами його компонентів на основі відомих методик прогнозування пружних сталей для даної моделі композитного матеріалу. Наведено результати чисельних досліджень багатошарової композитної панелі з використанням різних мікромеханічних методик.

**Ключові слова:** тонка пружна оболонка, багатошаровий скінченний елемент, композитний матеріал, мікромеханічні параметри.

**Вступ.** В останній час композитні матеріали знаходять все ширше застосування в авіакосмічній і суднобудівній техніці, промисловому та транспортному будівництві, ядерній та електротехнічній промисловості та багатьох інших провідних галузях сучасної техніки, оскільки за своїми характеристиками (властивостями) вони можуть бути ефективнішими за традиційні матеріали.

Композитні матеріали (КМ) або композити відносяться до принципово нових штучно створюваних матеріалів [1-3]. Найбільш дослідженими в теорії композитів та найпоширенішими на практиці композитними матеріалами є матеріали з волокнистою структурою [4-7]. Конструкції, що створені з КМ даної структури, відзначаються високою несучою спроможністю за вибраними напрямками. Ці матеріали часто використовуються в тонкостінних оболонкових конструкціях, які мають невелику масу і різноманітні геометричні форми [1, 2, 8, 9]. Висока міцність КМ при відносно малій об'ємній вазі, стійкість щодо атмосферних впливів, а також низка інших цінних властивостей визначають їхню ефективність і перспективність у застосуванні [10]. Зростаючі потреби практики та впровадження нових композитних

матеріалів вимагають подальшого удосконалення методів розрахунку оболонкових конструкцій неоднорідної структури [11].

У монографіях [12, 13] описано розроблений скінченноелементний метод і результати досліджень статичних задач геометрично нелінійного деформування, стійкості та закритичної поведінки оболонок різної форми та структури при дії силових і температурних полів. Робота, що пропонується, присвячена поширенню розробленого методу [12, 13] на задачі дослідження тонких неоднорідних оболонок, шари яких виконані з композитного матеріалу волокнистої структури і є продовженням робіт [14, 15], в яких наведено методику врахування характеристик композитного матеріалу в скінченноелементній моделі оболонки неоднорідної структури.

**Постановка задачі та її вирішення.** Скінченноелементний метод [12, 13] розроблено з єдиних методологічних позицій тривимірної теорії термопружності для широкого класу тонких пружних неоднорідних оболонок складної структури. Під неоднорідністю оболонки розуміються її геометричні особливості у вигляді неперервно- та ступінчасто-змінної товщини, зломів, отворів і неоднорідність матеріалу вздовж товщини й у плані. Тонкі неоднорідні оболонки розглядаються як тривимірні тіла з позицій просторової теорії термопружності з використанням апарата тензорного числення. Співвідношення, що в компактній формі описують напружено-деформований стан (НДС) оболонки, подаються в місцевій криволінійній  $x^i$  та глобальній декартовій  $x^{i'}$  системах координат. Дослідження процесів нелінійного деформування оболонок виконується на основі загальної лагранжевої постановки варіаційної задачі у приростах, коли траєкторія векторів деформацій та напружень будується за компонентами приростів скінченних деформацій та приростів напружень у базисі лагранжевої (супутньої) системи координат. Задача полягає в знаходженні нового НДС (приростів напружень і приростів скінченних деформацій у актуальній конфігурації) і побудова нової геометрії (деформованої форми) оболонки від дії приростів зовнішніх сил.

Особливості НДС тонкої оболонки враховані двома гіпотезами. Застосована неklasична кінематична гіпотеза деформівної прямої у напрямку товщини оболонки (вздовж осі  $x^1$ ), яка залишається прямою і після деформування, скорочуючись чи подовжуючись. Шари оболонки жорстко поєднані між собою в монолітний пакет, деформуючись спільно без проковзування та відриву по поверхнях контактів, на яких виконується вимога рівності компонент вектора переміщень. Гіпотеза забезпечує достовірність результатів у задачах стійкості та коливань

тонких багат шарових оболонки при накладанні певних обмежень на властивості матеріалів шарів. У статичній гіпотезі напруження  $\sigma_n^{11}$  обтиснення волокон шарів оболонки за товщиною прийняті сталими вздовж осі  $x^1$ .

Використана модель пружного нелінійно деформівного суцільного середовища при великих переміщеннях  $u^{k'}$  і малих деформаціях  $\varepsilon_{kl}$ , компоненти яких є лінійними функціями напружень  $\sigma^{ij}$ . Зв'язок між компонентами тензорів деформацій і напружень для анізотропного матеріалу встановлений узагальненим законом Дюамеля–Неймана.

На базі універсального ізопараметричного просторового скінченного елемента (СЕ) з полілінійними функціями форми та введеними додатковими змінними параметрами побудовано розрахункову модель методу скінчених елементів, що враховує одним СЕ за товщиною геометричні особливості конструктивних елементів (змінність товщини, злами та гранованість обшивки, ребра, накладки, виїмки, отвори) і неоднорідності матеріалу (вставки та багат шарову структуру) тонкої оболонки. Для отримання розв'язувальних рівнянь застосована моментна схема скінчених елементів (МССЕ).

Для моделювання термопружних властивостей неоднорідного матеріалу оболонки застосовано підхід, що базується на структуруванні неоднорідностей матеріалу за товщиною та у плані оболонки за допомогою багат шарового просторового СЕ. Матеріали шарів представляються як однорідні анізотропні матеріали з заданими термопружними властивостями. Прийнято [14], що будь-які матеріали шарів, термопружні властивості яких задаються безпосередньо через відомі технічні сталі, відносяться до класу традиційних матеріалів. Ті матеріали, властивості яких визначаються через мікромеханічні характеристики їхніх компонентів, відносяться до класу композитних матеріалів.

Таким чином, у рамках створеної моделі багат шаровий скінченний елемент можна використовувати як СЕ, що дозволяє моделювати матеріал оболонки різними типами традиційних і композитних матеріалів шарів. У межах одного СЕ волокнистий матеріал природно приймається як односпрямований, тобто всі волокна прямі, паралельні та спрямовані в одному напрямку. В різних СЕ прямі волокна можуть мати різні напрямки. За рахунок цього можна моделювати криволінійну анізотропію матеріалу шару неоднорідної оболонки [14, 15]. Враховуючи, що визначення ефективних характеристик реалізується за структурними параметрами компонентів матеріалу, тому на цьому етапі розроблену методику можна розглядати власне як мікромеханічну модель.

Для визначення ефективних пружних характеристик односпрямованого волокнистого композитного матеріалу в механіці композитних матеріалів існують різні мікромеханічні методики прогнозування констант пружності волокнистих композитів [7, 16-22], що побудовані на основі низки гіпотез і припущень. На основі цих припущень матеріал в шарі СЕ можна вважати трансверсально-ізотропним. Ефективними термopружними сталими для трансверсально-ізотропної моделі КМ є [12, 13, 15]:

$E$ ,  $E'$  – модулі пружності для розтягу-стиску в площині ізотропії та в напрямку нормальному до неї (в напрямку волокон);

$\nu$ ,  $\nu'$  – коефіцієнти Пуассона, які характеризують скорочення в площині ізотропії при розтягу в цій площині та напрямку нормальному до неї;

$G = E/[2(1+\nu)]$  – модуль зсуву для площини ізотропії;

$G'$  – модуль зсуву для площин, які нормальні до площини ізотропії;

$\alpha$ ,  $\alpha'$  – коефіцієнти термічного розширення.

Вказані ефективні сталі односпрямованого волокнистого композитного матеріалу шару визначаються за відповідними мікромеханічними параметрами компонентів матеріалу (волокна « $f$ » та матриці « $m$ »):  $E_f$ ,  $E_m$  - модулі пружності;  $G_f$ ,  $G_m$  - модулі зсуву;  $\nu_f$ ,  $\nu_m$  - коефіцієнти Пуассона;  $\alpha_f$ ,  $\alpha_m$  - коефіцієнти термічного розширення;  $d_f$  - діаметр волокна;  $i_f$  - частота армування (тобто кількість волокон на одиницю ширини перерізу елементарної комірки);  $c_f$  – параметр, що характеризує відносний об'ємний вміст волокон у матеріалі  $c_f = i_f V_f / V$  (він називається коефіцієнтом армування або інтенсивності армування композиту, де  $V$  – об'єм елементарної комірки КМ ( $V = h_0 b_0 l_0$ ),  $V_f$  - об'єм волокна ( $V_f = S_f l_0$ ),  $S_f$  – площа перерізу волокна,  $h_0$ ,  $b_0$ ,  $l_0$  – товщина, ширина, довжина армованої комірки).

Відомо [2], що вміст волокон у матриці може змінюватися у досить широких межах, теоретично досягаючи 91% об'єму комірки. Проте у реальних умовах об'ємна частка волокон у 80% вже призводить до погіршення властивостей волокнистого композиту. Окрім того, у більшості КМ при  $c_f > 0,70-0,80$  виявляється схильність до утворення тріщин і розшарувань, тому ці значення прийнято вважати верхньою межею для більшості матеріалів [2]. При дуже малих значеннях  $c_f$

крихкі волокна не можуть обмежити деформацію матриці та руйнуються. При цьому матриця ще має запас міцності та сприймає навантаження. У цьому випадку міцність КМ нижча за міцність неармованої матриці, оскільки наявність волокна рівнозначна введенню в матрицю ниткоподібних пор.

У методиці [15] визначення ефективних характеристик односпрямованого волокнистого КМ реалізується за структурними параметрами компонентів матеріалу на основі відомих мікромеханічних моделей прогнозування фізико-механічних сталих, до яких відносяться [7, 15-22]:

- модель Е. Рейсса і В. Фойгта або правило суміші (Р-Ф),
- модель О.А. Кільчинського, З. Хашіна і Б. Розена (К-Х-Р),
- підхід Д.С. Аболінша (А),
- модель Г.А. Ваніна (В).

Результати чисельних досліджень збіжності та точності розв'язків, що виконані за розробленою методикою з використанням методів прогнозування ефективних пружних характеристик (мікромеханічних методик), для лінійних задач статичного згину тонких композитних пластинок наведено в [15]. У цій роботі виконано порівняльний аналіз результатів розрахунку неоднорідних пластин за моментною схемою скінченних елементів та з використанням програмного комплексу NASTRAN [23]. Отримано повний збіг розв'язків.

Зазначимо, що вивчення питань збіжності розв'язків у лінійних задачах дозволяє дослідити основні властивості скінченного елемента та методу розрахунку. Це пов'язано з тим, що методики розв'язування багатьох нелінійних задач звичайно зводяться до багаторазового розв'язання лінеаризованих систем рівнянь, а ефективність цих методик у значній мірі визначається ефективністю та точністю лінійного розрахунку оболонок і пластин. Тому доцільним є починати вивчення питань збіжності та точності розв'язків у першу чергу на лінійних задачах. Ефективність досліджуваних СЕ краще виявляється при розрахунках конструкцій, що чутливі до урахування жорстких зміщень. До цих об'єктів відносяться пластини та оболонки, для яких є характерним наявність відносно великих переміщень при малих деформаціях.

**Результати розрахунку та аналіз розв'язків.** Застосування в розробленій методиці [12, 13] методів прогнозування ефективних пружних характеристик (мікромеханічних методик) [14, 15] вимагає проведення подальших досліджень по обґрунтуванню використання зазначених методик. У роботі проаналізовано вплив на напружено-деформований стан багатошарових композитних оболонок використання чотирьох різних мікромеханічних моделей прогнозування ефективних

пружних характеристик матеріалу [15]: (P–Ф), (K–X–P), (A), (B). Розрахунки виконано за МССЕ для трьох значень коефіцієнта відносного об'ємного вмісту волокон  $c_f=0.35, 0.55, 0.78$ . Коефіцієнт армування композиту  $c_f=0.35$  відповідає низькій,  $c_f=0.55$  – середній,  $c_f=0.78$  – високій концентрації волокон.

Розглядаються тонкі пологі квадратні у плані сферичні панелі, що характеризуються параметром кривизни  $K = 24$ , де  $K = 2a^2/(Rh)$  [24],  $h$  – товщина,  $a$  – розмір у плані,  $R$  – радіус серединної поверхні. Оболонки жорстко затиснуті за контуром і навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю  $q$ .

Розглянуто одно-, дво-, три- та багатошарові оболонки, шари яких виготовлено з волокнистого односпрямованого КМ і мають перехресну схему армування. Шари багатошарової панелі однакової товщини. Взяті такі вихідні дані:  $a = 200h$ ,  $h = 1 \text{ см}$ ,  $q = 1 \text{ кг/см}^2$ ; матеріал – полімерний вуглепластик [7, 15]: епоксидна матриця ЭД-20  $E_m = 3,5 \text{ ГПа}$ ,  $\nu_m = 0,32$ ; вуглецеві волокна ЛУ-3  $E_f = 250 \text{ ГПа}$ ,  $\nu_f = 0,3$ . За розрахункову в усіх випадках приймалася скінченноелементна модель у вигляді чверті оболонки, що має дві площини симетрії, вісь  $x''$  направлена за товщиною.

Розв'язки за МССЕ швидко збігаються. Дослідження їхньої збіжності показало практичний збіг результатів для сіток  $8 \times 8$ ,  $12 \times 12$  та  $16 \times 16$  СЕ. За розрахункову прийнято сітку  $8 \times 8$  СЕ.

Оцінка впливу на напружено-деформований стан панелі використання різних мікромеханічних моделей показала наступне (рис. 1-2).

1. *Одношарова композитна панель*, в якій волокна направлені вздовж осі  $x^{2'}$  (рис. 1, а). При низькій  $c_f=0.35$ , середній  $c_f=0.55$  та високій концентрації волокон  $c_f=0.78$  використання типу моделі практично не впливає на розв'язки. При високій частці волокон  $c_f=0.78$  спостерігається незначна розбіжність розв'язків, найбільше це проявляється для моделі K–X–P. Незначний вплив використовуваних моделей КМ на НДС одношарової оболонки можна мабуть пояснити однорідною за товщиною структурою матеріалу. На рисунках напрямок розташування волокон має відповідні позначення. Розбіг розв'язків вздовж осі  $x^{3'}$  можна пояснити наявністю більшої внутрішньої різниці у визначенні величин поперечних ефективних характеристик [див. 15].

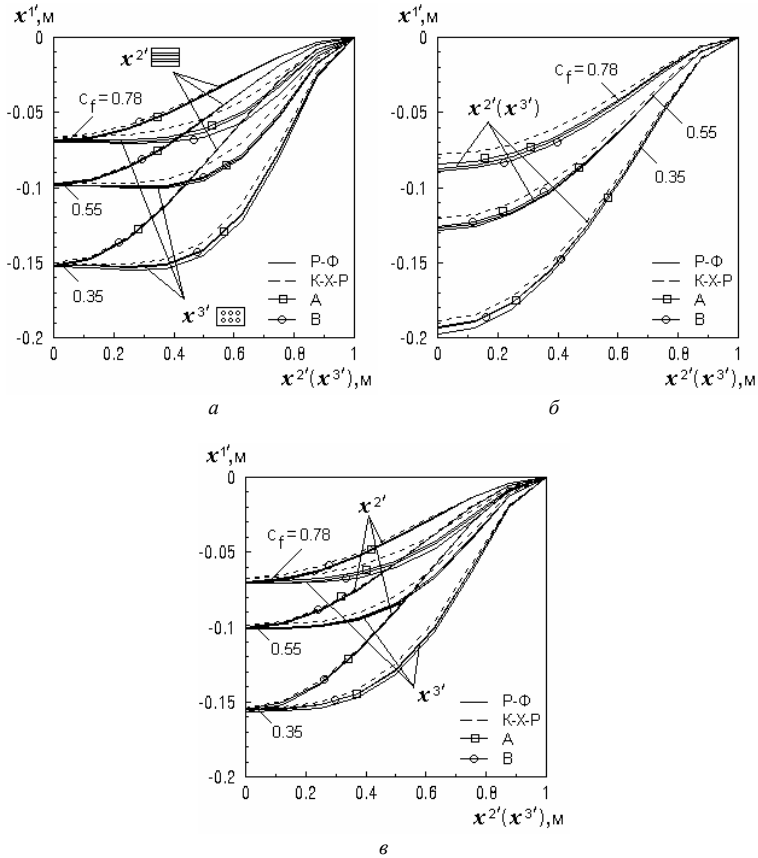


Рис. 1. Форми деформування одношарової, двошарової та тришарової панелей для різного вмісту волокон при використанні чотирьох мікромеханічних методик прогнозування пружних сталей

2. *Двошарова композитна панель*, в якій волокна в шарах направлені перехресно: у першому шарі армування є вздовж осі  $x^{2'}$ , у другому – вздовж осі  $x^{3'}$  (рис. 1, б). Як і очікувалось, оскільки напрямки армування в шарах рівноправні, тому для кожної моделі деформування за осями  $x^{2'}$  та  $x^{3'}$  є однаковим.

Отримано деякий вплив на НДС двошарової пластинки використання моделі КМ. Використання моделі К-Х-Р для всіх значень  $c_f$  підвищує жорсткість панелі, а використання моделі Р-Ф зменшує її жорсткість.

Моделі Аболінша та Ваніна є проміжними. Цей вплив можна мабуть пояснити значними відхиленнями для них величин поперечних ефективних фізико-механічних характеристик, що проявилось при істотній неоднорідності матеріалу за товщиною оболонки.

Зазначимо, що в [15] для відповідної двошарової пластинки ( $K = 0$ ) отримано більш відчутний вплив використання моделі прогнозування пружних сталей на розв'язок задачі.

3. *Тришарова композитна панель*, в якій волокна в шарах направлені перехресно: у першому та третьому шарах – вздовж осі  $x^{2'}$ , у другому – вздовж осі  $x^{3'}$  (рис. 1, в). Для цієї панелі використання методик прогнозування ефективних характеристик практично не впливає на розв'язки – форми деформування збігаються. Як у випадку одношарової оболонки, для моделі К-Х-Р спостерігається незначне відхилення форми деформування в поперечному напрямку від форми, що отримана при використанні інших моделей.

4. *Багатошарова композитна панель*, в якій волокна в шарах направлені перехресно: у непарних шарах – вздовж осі  $x^{2'}$ , у парних – вздовж осі  $x^{3'}$ . Розглянуто панель, що складається з 21 шару (рис. 2).

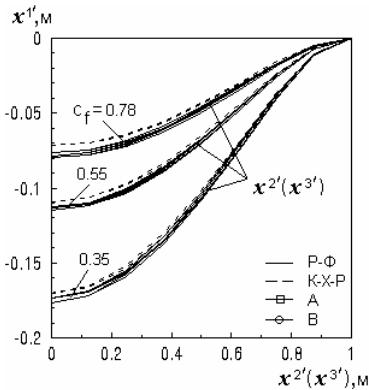


Рис. 2. Форми деформування багатошарової КМ панелі

Для багатошарової оболонки з відповідною концентрацією волокон  $c_f$  зіставлення форм деформування показало практично повний збіг розв'язків при використанні різних мікромеханічних методик прогнозування ефективних характеристик КМ. Виняток складає, як і вище, застосування моделі К-Х-Р, яка для всіх розглянутих багатошарових панелей підвищує їхню жорсткість.

Характер деформування багатошарової оболонки відповідає деформуванню панелі з однорідною за товщиною структурою матеріалу, що проявляється збігом форм деформування за осями  $x^{2'}$  та  $x^{3'}$ .

**Висновки.** Скінченно-елементний метод розв'язання статичних задач щодо геометрично нелінійного деформування, стійкості та закритичної поведінки оболонок різної форми та структури при дії силових і температурних полів поширено на задачі дослідження тонких



неоднорідних оболонок, шари яких виконані з композитного матеріалу волокнистої структури. Для моделювання термопружних властивостей неоднорідного матеріалу оболонки застосовано підхід, що базується на структуруванні неоднорідностей матеріалу за товщиною та у плані оболонки за допомогою багат шарового просторового СЕ. У рамках моделі багат шаровий скінченний елемент можна використовувати як СЕ, що дозволяє моделювати матеріал оболонки різними типами традиційних і композитних матеріалів шарів. Визначення ефективних характеристик односпрямованого волокнистого КМ реалізується за структурними параметрами його компонентів на основі відомих мікромеханічних моделей прогнозування фізико-механічних сталей.

Наведено результати чисельних досліджень збіжності розв'язків лінійних задач статки для тонких пологих одно-, дво-, три- та багат шарових композитних панелей. На відміну від шаруватих композитних пластинок ( $K = 0$ ) для пологих панелей з  $K = 24$  отримано незначний вплив на їх деформування від застосування моделі прогнозування ефективних пружних сталей при відповідних розглядуваних концентраціях волокон  $c_f$ .

Наступним етапом роботи є розв'язання задач нелінійного деформування та стійкості неоднорідних пружних оболонок з композитного матеріалу. Отримані нові результати можуть бути використані при проектуванні елементів несучих оболонкових конструкцій неоднорідної структури.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Новые материалы / Колл. авторов. Под научной редакцией Ю.С. Карбасова. – М.: МИСИС, 2002. – 736 с.
2. Юскаев В.Б. Композиційні матеріали: Навчальний посібник. – Суми: Видавництво СумДУ, 2006. – 199 с.
3. Марголін Г.Г. Механіки вивчають композити. – К.: Т-во «Знання» УРСР, 1985. – 48 с.
4. Мелешко А.И., Половников С.П. Углерод. Углеродные волокна. Углеродные композиты. – М.: Сайнс-пресс, 2007. – 192 с.
5. Углеродные волокна и углекомпози́ты: Пер. с англ. / Под ред. Э.Фитцера. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
6. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. - М.: Машиностроение, 1984. - 264 с.
7. Кучер М.К. Оцінка мікромеханічних моделей прогнозування ефективних констант пружності волокнистих композитів / М.М. Заравоський, Кучер М.К. // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія Машинобудування. – 2010. – №58. – С.24 – 29.
8. Бондарь В.Г., Бычков С.А., Король В.Н. Решение проблемы создания авиаконструкций из полимерных композиционных материалов на АНТК "Антонов" // Авиационно-

- космическая техника и технология: научно-техн. журнал. Вип. 8(43). Нац. аэрокосмич. ун-г им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Харьков: ХАИ, 2003. – С. 5-13.
9. *Кондратенко А.Н.* Полимерные композиционные материалы в изделиях зарубежной ракетно-космической техники (Обзор) / *А.Н. Кондратенко, Т.А. Голубкова* // Конструкции из композиционных материалов. – 2009. – № 2. – С. 24-35.
  10. *Мэттьюз Ф., Ролингс Р.* Композитные материалы. Механика и технология – М.: Техносфера, 2004. – 407 с.
  11. *Нарусберг В.Л., Тетерс Г.А.* Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов. – Рига: Зинатне, 1988. – 297 с.
  12. *Баженев В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
  13. *Баженев В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
  14. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Мищенко О.О., Калашиников О.Б.* Врахування характеристик композитного матеріалу в скінченноелементній моделі неоднорідної оболонки // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. - С. 172-180.
  15. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Мищенко О.О.* Визначення ефективних фізико-механічних характеристик односпрямованого волокнистого композитного матеріалу // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2013. – Вип. 92. - С. 30-49.
  16. *Болотин В.В., Новичков Ю.И.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
  17. *Болотин В.В., Новичков Ю.И.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
  18. Композиционные материалы. В 8-ми т./Под ред. *Л.Браутмана и Р.Крока.* / Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. *Дж.Сендеки.* – М.: Мир, 1978. – 568 с.
  19. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. – М.: Мир. – 1982. – 334 с.
  20. *Аболиньш Д.С.* Тензор податливости однонаправлено армированного упругого материала / *Д.С.Аболиньш* // Механика полимеров, 1965. – №4. – С. 52-59.
  21. *Ванин Г.А.* Микромеханика композиционных материалов. – К.: Наукова думка, 1971 – 304 с.
  22. *Кильчинский А.А.* Об одной модели для определения термоупругих характеристик материалов, армированных волокнами // Прикл. механика, 1965. – Т.12, №1 – С. 65-75.
  23. *Гоменюк С.И.* Применение различных теорий определения упругих характеристик композиционного материала при расчете конструкций / *С.И. Гоменюк, С.Н. Гребенюк, В.Е. Ольшанецкий, А.С. Лавренко* // Вестн. двигателестроения. — 2009. — № 2. — С. 139-142.

## REFERENCES

1. *Novyie materialyi / Koll. avtorov. Pod nauchnoy redaktsiye Yu.S. Karabasova.* – М.: MISIS, 2002. – 736 p.
2. *Yuskayev V.B.* Kompozytsiini materialy: Navchalnyi posibnyk. – Sumy: Vydavnytstvo SumDU, 2006. – 199 p/
3. *Margolin G.G.* Mehaniki vivchayut kompoziti. – К.: Т-во «Знання» URSR, 1985. – 48 p.
4. *Meleshko A.I., Polovnikov S.P.* Uglerod. Uglerodnyie volokna. Uglerodnyie kompozityi. – М.: Sayns-press, 2007. – 192 p.
5. *Uglerodnyie volokna i uglekompozityi: Per. s angl. / Pod red. E.Fittsera.* – М.: Mir, 1988. – 336 p.
6. *Alfutov N.A., Zinovev P.A., Popov B.G.* Raschet mnogoslownyih plastin i obolochek iz kompozitsionnyih materialov. - М.: Mashinostroenie, 1984. - 264 p.

7. *Kucher M.K.* Otsinka mikromekhanichnykh modelei prohnouzuvannia efektyvnykh konstant pruzhnosti voloknistykh kompozytiv / *M.M. Zarazovskyi, M.K. Kucher* // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskiy politekhnichnyi instytut». Seria Mashynobuduvannia. – 2010. – №58. – P. 24 – 29.
8. *Bondar V.G., Byichkov S.A., Korol V.N.* Reshenie problemy sozdaniya aviakonstruktсий iz polimernykh kompozitsionnykh materialov na ANTK "Antonov" // Aviatcionno-kosmicheskaya tehnika i tehnologiya: nauchno-tehn. zhurnal. Vip. 8(43). Nats. aerokosmich. un-t im. N.E. Zhukovskogo "HAI". – Harkov: HAI, 2003. – P. 5-13.
9. *Kondratenko A.N.* Polimernyye kompozitsionnyie materialy v izdeliyakh zarubezhnoy raketno-kosmicheskoy tehniki (Obzor) / *A.N. Kondratenko, T.A. Golubkova* // Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov. – 2009. – N 2. – P. 24-35.
10. *Mettyuz F., Rolings R.* Kompozitnyie materialy. Mehanika i tehnologiya – M.: Tehnosfera, 2004. – 407 p.
11. *Narusberg V.L., Teters G.A.* Ustoychivost i optimizatsiya obolochek iz kompozitov. – Riga: Zinatne, 1988. – 297 p.
12. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure [in Ukraine] – ZAT «Vipol», (Kyiv), 2010. – 316 p.
13. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure: Models, Methods, Algorithms, Poorly Studied and New Problems [in Russian]. – Book House "LIBRIKOM" (Moscow), 2013. – 336 p.
14. *Solovei N. A., Krivenko O. P., Mishchenko O.A., Kalashnikov A.B.* Vrakhuвання kharakterystyk kompozytnoho materialu v skinchennoelementnii modeli neodnorodnoi obolonky // Strength of materials and theory of structures. - K.: KNUBA, 2012. - Vol. 89. – P. 172-180.
15. *Solovey M.O., Krivenko O.P., Mischenko O.O.* Vznachennya effektivnih fiziko-mehanichnih kharakteristik odnospryamovanogo voloknistogo kompozitnogo materialu // Strength of materials and theory of structures. – K.: KNUBA, 2013. – Vol. 92. – P. 30-49.
16. *Bolotin V.V., Novichkov Yu.I.* Mehanika mnogoslonykh konstruktсий. – M.: Mashinostroenie, 1980. – 375 p.
17. Kompozitsionnyie materialy. V 8-mi t./Pod red. *L.Brautmana i R.Kroka.* / T. 2. Mehanika kompozitsionnykh materialov / Pod red. *Dzh.Sendetski.* – M.: Mir, 1978. – 568 p.
18. *Kristensen R.* Vvedenie v mehaniku kompozitov. – M.: Mir. – 1982. – 334 p.
19. *Abolins D.S.* Tenzor podatlivosti odnonapravleno armirovannogo uprugogo materiala / *D.S.Abolins* // Mehanika polimerov, 1965. – N4. – P. 52-59.
20. *Vanin G.A.* Mikromekhanika kompozitsionnykh materialov. – K.: Naukova dumka, 1971. – 304 p.
21. *Kilchinskiy A.A.* Ob odnoy modeli dlya opredeleniya termouprugih kharakteristik materialov, armirovannykh voloknami // Prikl. mehanika, 1965. – T.12, N1. – P. 65-75.
22. *Homenyuk S.I.* Primenenie razlichnykh teoriy opredeleniya uprugih kharakteristik kompozitsionnogo materiala pri raschete konstruktсий / *S.I. Gomenyuk, S.N. Grebenyuk, V.E. Olshanetskiy, A.S. Lavrenko* // Vestn. dvigatelestroeniya. — 2009. — N 2. — P. 139-142.
23. *Rychkov S.P.* MSC. Visual NASTRAN for Windows – M.: NT Press, 2004. – 552 p.
24. *Vol'mir A.S.* Ustojchivost' deformiruemykh sistem. – M.: Nauka, 1967. – 984 p.

*Баженов В.А., Кривенко О.П.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИК ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА В КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ОБОЛОЧКИ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ**

Рассмотрена методика учета в конечноэлементной модели оболочки неоднородной структуры микромеханических параметров компонентов композитного материала, армированного однонаправленными волокнами. Определение эффективных характеристик материала реализуется по структурным параметрам его составляющих на основе известных методик прогнозирования упругих постоянных для данной модели композитного материала. Приведены результаты численных исследований многослойной композитной панели с использованием различных микромеханических методик.

**Ключевые слова:** тонкая упругая оболочка, многослойный конечный элемент, композитный материал, микромеханические параметры.

*Bazhenov V.A., Krivenko O.P.*

### **APPLICATION OF TECHNIQUES FOR PREDICTING ELASTIC PROPERTIES OF THE COMPOSITE MATERIAL IN THE FINITE ELEMENT MODEL OF THE SHELL WITH INHOMOGENEOUS STRUCTURE**

The method of accounting of the finite element model of the shell inhomogeneous structure of the micromechanical component parameters of a composite material is considered. By the inhomogeneity of a shell is meant that (i) its thickness is continuously or stepwise variable and (ii) it consists of combinations of multilayer stacks along the thickness and in plan. The casing of the shell and the ribs reinforcing it can consist of an arbitrary number of layers of varying thickness bonded into a single piece. Each layer can be anisotropic and different from the others. Thus, thin multilayer shells of variable thickness and complex geometry are considered as three-dimensional bodies that can be reinforced with ribs and cover plates, weakened by cavities, channels, and holes, and have sharp bends in the mid-surface.

To simulate the elastic properties of a non-uniform shell material, an approach is used that is based on structuring the material inhomogeneities in thickness and in the shell plane using a multilayer spatial finite element. Materials of the shell layers are presented as homogeneous anisotropic materials with specified elastic properties. It is accepted that any layer materials whose elastic properties are set directly as known technical constants are classified as traditional materials. Those materials whose properties are determined through the micromechanical characteristics of their components belong to the class of composite materials.

Determination of the effective characteristics of a composite material reinforced with unidirectional fibers is realized by the structural parameters of its components on the basis of known methods for predicting elastic constants for a given material model. The results of numerical studies of a multilayer composite panel using various micromechanical techniques are presented.

**Key words:** thin elastic shell, multilayer finite element, composite material, micromechanical parameters.

УДК 539.3

**Баженов В.А., Кривенко О.П.** «Застосування методик прогнозування пружних характеристик композитного матеріалу в скінченноелементній моделі оболонки неоднорідної структури» / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 98. – С. 3-15.

Розглянуто методику врахування у скінченноелементній моделі оболонки неоднорідної структури мікромеханічних параметрів складових композитного матеріалу, що армований односпрямованими волокнами.

Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 24 назв.

**Баженов В.А., Кривенко О.П.** «Применение методик прогнозирования упругих характеристик композитного материала в конечноэлементной модели оболочки неоднородной структуры» / Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА., 2017. – Вып. 98. – С. 3-15. – Укр.

Рассмотрена методика учета в конечноэлементной модели оболочки неоднородной структуры микромеханических параметров компонентов композитного материала, армированного однонаправленными волокнами.

Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 24 назв.

**Bazhenov V.A., Krivenko O.P.** “Application of techniques for predicting elastic properties of the composite material in the finite element model of the shell with inhomogeneous structure” / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2017. – Issue 98. – P.3-15. – Ukr.

The method of accounting of the finite element model of the shell inhomogeneous structure of the micromechanical component parameters of a composite material reinforced with unidirectional fibers is considered.

Tabl. 0, Fig. 2, Bibliograf. 24 ref.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, академік Національної академії педагогічних наук України, директор НДІ будівельної механіки БАЖЕНОВ Віктор Андрійович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, БАЖЕНОВУ Віктору Андрійовичу

**Адреса домашня:** 02001 Україна, м. Київ, вул. Заньковецької 30, кв. 22, БАЖЕНОВУ Віктору Андрійовичу

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**Мобільний тел.:** +38(050)351-66-21

**E-mail:** [vikabazh@ukr.net](mailto:vikabazh@ukr.net)

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КРИВЕНКО Ользі Петрівні

**Адреса домашня:** 03035, Україна, м. Київ, вул. Кудряшова 7-б, кв. 145, КРИВЕНКО Ользі Петрівні

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**Мобільний тел.:** +38(066) 048-32-77

**E-mail:** [olakop@ukr.net](mailto:olakop@ukr.net)