

УДК 517.11+519.92+539.3

## **ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ НАВАНТАЖЕННЯ СТИСНУТОЇ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНОКИ В УМОВАХ ВИПАДКОВОЇ, НЕЧІТКОЇ І НЕТОЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ**

**В.О. Бараненко,**

д-р техн. наук, професор кафедри будівельної механіки

**Д.Л. Волчок,**

канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури  
вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпро, 49600*

В даній роботі розглядається задача визначення максимального значення стискаючої сили стиснутої ортотропної циліндричної оболонки при одночасному виконанні умов трьох граничних станів (міцності, загальної та місцевої втрати стійкості) в умовах неповної інформації. Оболонка виконана із склопластику, армованого в двох взаємно перпендикулярних напрямках, які співпадають з осьовим та окружним напрямками. В роботі наведено результати впливу характеристик інформаційної гранули тої чи іншої невизначеності на оптимальні розв'язки. Розроблено алгоритм реалізації поставлених оптимізаційних моделей. Наведено числові приклади.

**Ключові слова:** циліндрична армована оболонка, нечіткі величини, неточні величини, випадкові величини, інформаційна гранула, оптимальне проектування конструкцій.

### **Вступ**

В області методології оптимального проектування конструкцій та їх елементів зроблено чимало. У той же час, при формуванні проектних рішень ще рідко враховуються невизначеності в завданні характеристик матеріалів конструкцій, факторів середовища, параметрів силових впливів і геометрії, структури та ін.

На початкових етапах проектування практично не розглядаються питання неточності вихідної проектної інформації. Введення цих питань в традиційні суворі методи реалізації оптимізаційних задач теж не розглядаються. Сама задача пошуку ефективного проекту стає некоректною і можна говорити лише про прийнятне рішення.

Таким чином, в теорії проектування конструкцій, в тому числі й оптимального, де переважає детерміністичний підхід, викликає певний інтерес розгляд більш загальних задач, в яких би враховувалась та чи інша невизначеність: випадковість реалізації, нечіткість опису, неточність завдання вихідної інформації про перелічені вище характеристики. Для формулювання оптимізаційних задач та їх розв'язання необхідний такий математичний апарат, який мав би можливість апіорі враховувати ці невизначеності [1]. Таким апаратом для урахування чинників випадкової природи стала теорія ймовірностей, на базі якої була розвинена теорія

надійності, що широко використана в інженерії [2, 3, 4]. Априорне врахування факторів, які описані нечітким і неточним чином, стало можливим, відповідно, в рамках теорії нечітких і неточних множин [5 - 10]. Методи реалізації задач проектування, що розроблені в рамках зазначених теорій, а також методи дослідження такі, як генетичні алгоритми, нейронні мережі та ін. демонструють значні успіхи при розв'язанні багатьох задач оптимізації. Об'єднання і комбінування перелічених підходів дослідження утворюють новий напрям в обчислювальній математиці, який називається м'які обчислення". Цей термін був уведений в 1994 р. фундатором теорії нечітких множин американським математиком Лотфі Заде. Сутність такого напрямку відповідно до вислову цього вченого полягає в тому, "що на відміну від традиційних жорстких обчислень методи м'яких обчислень націлені на пристосування до неточності опису реального світу – «терпимості» до неточності, невизначеності та часткової істинності ... для кращого узгодження з реальністю".

У даній роботі розглянуті теоретичні основи створення імітаційних, нечітких і неточних моделей стосовно задачі визначення максимального значення осьової сили, яка стискує оболонку з урахуванням трьох граничних станів (місцевої та загальної втрати стійкості, міцності) в умовах невизначеності (стохастичної, нечіткої і неточної природи) про деякі параметри.

### 1. Визначення та об'єкт оптимізації

Розглядається ортотропна кругова циліндрична оболонка, шарнірно оберта по кінцях, з геометричними параметрами: товщиною  $h$ , радіусом  $R$  і довжиною  $L$ . Оболонка виконана зі склопластику. Матеріал армований в двох взаємно перпендикулярних напрямках, які збігаються з поздовжнім і окружним напрямками оболонки [11].

Передбачається, також що:

- 1) коефіцієнт об'ємного армування є постійною величиною;
- 2) відносний вміст армованих волокон  $\theta$  в поздовжньому (осьовому) напрямку є величина змінна.

Відповідно до лінійним наближенням в теорії армування має місце для модулів пружності оболонки

$$E_1 = \theta E; \quad E_2 = (1 - \theta)E, \quad (1)$$

де  $E$  визначається модулем пружності армуючих волокон в осьовому напрямку [12];

- 3) оболонка стиснута в осьовому напрямку силою  $F$ ;

- 4) межа міцності на стиск дорівнює  $\sigma_0$ .

Сформулюємо таку задачу оптимізації: при заданих значеннях параметрів  $h, R, L, \theta, \sigma_0, E$  і умов збереження стійкості і міцності знайти максимальне значення стискаючої сили  $F^*$ .

В якості фізичних обмежень сформульованої задачі призначимо наступні співвідношення [13]

$$F_{kp}^M \geq F^*; F_{kp}^O \geq F^*; F_R \geq F^*, \quad (2)$$

де

$$F_{kp}^M = g_1(h, \theta) = Bh^2 \sqrt{\theta(1-\theta)}; B = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} E; \quad (3)$$

$$F_{kp}^O = g_2(h, R, \theta) = ChR^3\theta; C = \frac{\pi^3}{L^2} E; \quad (4)$$

$$F_R = g_3(h, R, \theta) = DhR^3\sqrt{\theta^2}; D = 2\pi\sigma_0. \quad (5)$$

Функції  $g_j$ ;  $j=1,2,3$  є дійснозначні. У співвідношеннях (2) - (5) наведені наближені вирази для:  $F_{kp}^M$  – критичного осьового зусилля при шарнірному закріпленні оболонки в припущенні достатньої зсувної жорсткості в трансверсальній площині і площині оболонки;  $F_{kp}^O$  – критичного зусилля в разі шарнірного обпирання стержня з кільцевих поперечним перерізом;  $F_R$  – міцності оболонки на стиск.

Перше обмеження в (2) визначає можливість місцевої втрати стійкості оболонки. Друге обмеження в (2) визначає можливість повної втрати стійкості стержня. Можливість руйнування оболонки на стиск її силою  $F$ , визначає третє обмеження в (2).

Сформулюємо детерміновану задачу знаходження максимального значення  $F^*$ , яка задовольняє умовам (2)-(5). Нехай вихідні дані  $h, R, L, \theta, \sigma_0, E$  утворюють сукупність  $u = \{u_i\}$ ;  $i=1,2,\dots,n$ ; ( $n=6$ ). За змістом задачі компоненти цієї сукупності є додатними величинами. Сформульовану вище оптимізаційну задачу запишемо в термінах уведених вище позначень

$$F_{det}^* = \arg \left\{ \max_{F^- \leq F \leq F^+} F \mid g_j(u) \geq F^*; j=1,2,3 \right\}. \quad (6)$$

Вона буде в подальшому прототипом інших задач в умовах невизначеності.

## 2. Задача максимізації критичної сили при наявності невизначеності в завданні вихідних параметрів

Нехай в сукупності  $u$  деяка частина є невизначеною  $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r\}$ ;  $r \leq n$ . Цими параметрами можуть бути  $E, \sigma_0, \theta$  та інші. Інформація про

природу невизначеності компонентів вектора  $\xi$  задається, відповідно, функцією щільності ймовірності (для випадкових величин), функцією належності (для нечітких величин), функцією з простору наближень (для неточних величин).

Введемо вектор  $\xi$  в формулювання задачі (6). Функції  $g_j$  в обмеженнях (6) будуть також невизначеними і задача (6) набуде вигляду

$$F^* = \arg \left\{ \max F \mid g_j(u, \xi) \geq F^*; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (7)$$

Однак модель (7) не має сенсу, оскільки наявність в обмеженнях (2) параметра  $\xi$  не визначає будь-яку детерміновану область можливих (допустимих) розв'язків. Для подолання цієї ситуації введемо в розгляд [14]:

- міру *Prob* в імовірнісному просторі (для випадковості);
- міру *Pos* в можливісному просторі (для нечіткості);
- міру *Tr* в просторі наближень (для неточності).

Та чи інша міра реалізує ідею використання бажаного рівня  $\beta$  ( $0 < \beta \leq 1$ ) задоволення обмежень з невизначеними параметрами. Перелічені міри об'єднаємо одним позначенням  $Ch(S_j)$ , тобто

$$Ch(S_j) = \begin{cases} \text{Prob}(S_j), & \text{для випадкової величини } \xi; (\text{ймовірність}) \\ \text{Pos}(S_j), & \text{для нечіткої величини } \xi; (\text{можливість}) \\ \text{Tr}(S_j), & \text{для неточної величини } \xi; (\text{довіра}), \end{cases} \quad (8)$$

де  $S_j$  - невизначена подія, що полягає в тому, що виконується обмеження

$$S_j : g_j(u, \xi) \geq F^*; j = 1, 2, 3. \text{ и } 0 \leq Ch(S_j) \leq 1. \quad (9)$$

І тоді задача (7) запишеться як:

$$F^* = \arg \left\{ \max F \mid Ch(S_j) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (10)$$

Зауваження 1. Події  $S_j$ ;  $j = 1, 2, 3$ . передбачаються незалежними.

Зауваження 2. Задача (10) відноситься до так званих ССР- моделей невизначеного програмування [14].

### 3. Метод Монте-Карло

Реалізація задачі (6) була виконана на основі чисельного методу статистичних випробувань, відомого як метод Монте-Карло [15]. Суть цього методу полягає в генеруванні випадкової величини  $\xi \in [0, 1]$ , розподіленої по рівномірному закону. За допомогою цієї величини із заданого інтервалу  $[F^-, F^+]$  формується змінна  $F$  з метою подальшої її підстановки в обмеження (2). Якщо вони виконуються, то можна обирати максимальне значення  $F$ , інакше виконується нове випробування.

Кількість  $N$  випробувань задається досить великим. Це один з недоліків методу. Однак можливості сучасної обчислювальної техніки долають вказану незручність. Крім того, в разі не дуже великих значень  $N$  можуть бути використані методи випадкового пошуку [16], засновані також на методі Монте-Карло.

Розв'язання тестового прикладу для детермінованої задачі (6) методом Монте-Карло виконано при наступних вихідних даних:  $E = 35 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_0 = 0.4 \text{ GPa}$ ;  $L = 30 \text{ см}$ ;  $h = 0.1 \text{ см}$ ;  $R = 10 \text{ см}$ ;  $\theta = 0.75$ ; При цьому взято  $F^- = 10 \text{ кН}$ ;  $F^+ = 1000 \text{ кН}$  - для 1 експерименту і  $F^- = 10 \text{ кН}$ ;  $F^+ = 200 \text{ кН}$  - для 2 уточнюючого експерименту. В таблиці 1 показана збіжність методу до граничної точки  $F_{\text{det}}^* = 54.98 \text{ кН}$  для різних величин  $N$ .

Таблиця 1

Збіжність обчислень процесу до граничної точки  $F_{\text{det}}^* = 54.98 \text{ кН}$   
для різних величин  $N$

lg $N$	$F^*$ , кН	
	1 експеримент	2 експеримент
3	54,68	54,95
4	54,86	54,972
5	54,970	54,976
6	54,977	54,978
7	54,978	54,978
8	54,978	54,978

Метод Монте-Карло в даній роботі використаний як основний інструмент імітаційного, стохастичного, нечіткого і неточного моделювання.

#### 4. Стохастичний підхід

Нехай величина  $\xi$  є стохастичної природи. В цьому випадку задача (10) переписється як

$$F_{\text{rand}}^* = \arg \left\{ \max F \mid \Pr \text{ob}(S_j) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right\}. \quad (11)$$

Основною обчислювальною операцією в моделі (11) є визначення ймовірності подій  $S_j$ ;  $j = 1, 2, 3$ . для випадкової величини  $\xi_i$ ;  $\xi_i \in [\xi_i^-, \xi_i^+]$   $i = 1, 2, \dots, r$ . Сутність процесу статистичного моделювання полягає в наступному. Нехай  $N$  є число всіх виконаних випробувань. У кожному випробуванні формується випадковий вектор  $\{\zeta_k\}$ ;

$\zeta_k = \xi_i^- + (\xi_i^+ - \xi_i^-) \cdot \eta_k$ ;  $i = 1, 2, \dots, r$ ;  $k = 1, 2, \dots, N$ ;  $\eta_k \in [0, 1]$  - *random* відповідно до функції розподілу величин  $\xi_i$ .

Серед векторів  $\zeta_k$ , очевидно, є такі, які задовольняють події (9). Нехай їх число буде  $N^*$ , причому  $N^* \leq N$ . Введемо до розгляду таку функцію

$$f(\zeta_k) = \begin{cases} 1, & \text{для } g_j(u, \zeta_k) \geq F \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (12)$$

Величина  $\sum_{k=1}^N f(\zeta_k)$  є в точності число  $N^*$  випадкових векторів, що задовольняють події (9), (11). Співвідношення  $N^*/N$  визначає відносну частоту появи події  $S_j$ . Відповідно до посиленого закону великих чисел (теорема Бореля) зі збільшенням числа  $N$  незалежних випробувань відносна частота  $N^*/N$  прагне до істинної ймовірності події  $S_j$ , тобто

$$\frac{N^*}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i) \rightarrow \text{prob}(S_j), j = 1, 2, 3 \text{ при } N \rightarrow \infty. \quad (13)$$

Максимальне значення  $F^*$  досягається при виконанні рівності  $\text{Prob}(S_j(F)) = \beta$ ;  $j = 1, 2, 3$ . Урахування визначення (13) визначає, що  $N^* = \lfloor \beta N \rfloor$ , де  $\lfloor \cdot \rfloor$  - функція Антьє. Тоді за шукане значення  $F_{rand}^*$  можна взяти  $N^*$  найбільший елемент в послідовності  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ , де  $v_i = \min_j \{g_j(u, \zeta_i)\}$ ;  $j = 1, 2, 3$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ .

#### 4.1. Чисельна ілюстрація

За запропонованою тут обчислювальною процедурою виконано чотири числових експерименти, в яких випадковими величинами є  $\xi_1 = E$  і  $\xi_2 = \sigma_0$ , розподілені по трикутному закону  $T(a, m, b)$  з функцією щільності ймовірності: якщо  $a < x \leq m$ , то  $f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}$ ; якщо

$m < x \leq b$ , то  $f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}$ , в інших випадках  $f(x) = 0$ . Тут

$a < m < b$ ;  $a = m - \Delta$ ;  $b = m + \Delta$ . Через  $\Delta$  позначено величину відхилення (розкиду) від модального значення  $m_\xi$  випадкової величини  $\xi$ . Вихідні характеристики цих експериментів наводяться в таблиці 2.

Таблиця 2

Початкові дані експериментів при

$h = 0,1 \text{ см}; R = 10 \text{ см}; L = 30 \text{ см}; \theta = 0,75; m_E = 35 \text{ GPa}; m_{\sigma_0} = 0,4 \text{ GPa};$   
 $\Delta_{\sigma_0} = 0,005 \text{ GPa}; N = 2 \cdot 10^5$

№ експерименту	1	2	3	4
$\Delta_E, \text{ GPa}$	3	1	0,5	0,1
% відхилення $\Delta$ від $m_E$	8,6	2,9	1,4	0,3
% відхилення $F_{rand}^*$ від $F_{det}^*$	8,6	1,8	0,4	0,1

Результати обчислень максимального значення  $F_{rand}^*(\beta)$  представлені на рис. 1.

Як і очікувалося, збіжність значення  $F_{rand}^*$  до  $F_{det}^*$  відбувається за рахунок зменшення величини відхилення  $\Delta_E$ . При цьому величина  $\Delta_{\sigma_0}$  в трьох експериментах не змінювалася. Аналізуючи дані рядка % таблиці 2, робимо висновок, що помилки завдання вихідних  $E$  і  $\sigma_0$  стохастичної природи тягнуть за собою помилки такого порядку, і в результаті. На рис. 1 графічно представлена залежність поведінки функції

$F_{rand}^*(\beta)$  від рівня ймовірності  $\beta$ . З цього рисунку видно, що наслідком збільшення рівня ймовірності ( $0,5 < \beta \leq 1$ ) виконання всіх трьох обмежень в (11) є зменшення величини сили  $F_{rand}^*$ . І навпаки, зменшення рівня ймовірності ( $0 < \beta < 0,5$ ) є результат збільшення значень  $F_{rand}^*$ . При  $\beta = 0,5$  результат реалізації стохастичною задачі нелінійного програмування є таке ж розв'язання, як і при детермінованих даних ( $F_{rand}^*(\beta) = 54,98 \text{ кН}$ ).

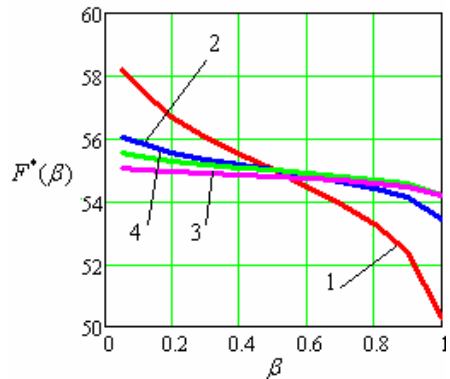


Рис. 1. Графік поведінки значення критичної сили  $F_{rand}^*(\beta)$  в чотирьох експериментах в залежності від рівня заданої ймовірності  $\beta$

## 5. Нечітке моделювання

Нехай компоненти вектора  $\xi$  описуються нечітким чином: словесними квантифікаторами лінгвістичної змінної «точність даних» - «приблизно», «близько», «трохи більше», «трохи менше», «в інтервалі» і т.д. Тоді події  $S_j$ , визначені в (9), є також нечіткі і задача (10) з урахуванням уведення міри нечіткості - можливості - буде такою

$$F^* = \arg \left\{ \max F \mid \text{Pos}(S_j(u, F, \xi)) \geq \beta; j=1, 2, 3 \right\}. \quad (14)$$

Основною процедурою в реалізації моделі (14) є обчислення можливості [14]. Під нечітким моделюванням тут розуміється процес виконання наступних етапів дослідження: фаззифікації, аналіз (або оптимізація) і дефаззифікація. Сутність першого етапу полягає в моделюванні нечітко заданих вихідних даних в термінах теорії нечітких множин (ТНМ). Тут вводиться в розгляд так звана функція належності  $\mu(x)$ ;  $0 \leq \mu(x) \leq 1$ . При розв'язанні практичних задач вона дається поза ТНМ. Другий етап моделювання полягає у встановленні відповідності між нечіткими даними і простором відображення результатів. Цей етап виконується на основі рівневого підходу ТНМ, аналітичних, обчислювальних методів і комп'ютерних комплексів. На третьому етапі - дефаззифікації - виконується процес перетворення отриманих нечітких результатів до детермінованих.

### 5.1. Алгоритм

Виходячи з визначеної нижньої оцінки  $\beta_j$ ,  $j=1, 2, 3$ ; можливості  $\text{Pos}(S_j(u, F, \xi))$  виконання події  $S_j$ , визначимо  $\beta$ -рівневу множину  $Q_i$  нечітких величин  $\xi_i(a_i, m_i, b_i)$  як

$$Q_i(\beta) = [X_{L_i}(\beta), X_{R_i}(\beta)]; \quad i=1, 2, \dots, r, \quad X_{R_i} \geq X_{L_i}, \quad (15)$$

де  $X_{L_i}$ ,  $X_{R_i}$  результат розв'язання рівняння  $\beta = \mu(x)$ . Трійка параметрів  $a_i, m_i, b_i$  є характеристика нечіткої гранули, яка задається.

Так, наприклад, для нечіткої величини  $\xi$  з функцією належності трикутного виду

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{m-a}, & \text{для } a \leq x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{для } m < x \leq b \\ 0, & \text{для інших } x; \end{cases} \quad (16)$$



$$X_{L_i}(\beta) = \beta m_i + (1 - \beta)a_i; \quad X_{R_i}(\beta) = \beta m_i + (1 - \beta)b_i; \quad 0 \leq \beta \leq 1. \quad (17)$$

Для функції належності виду

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{гаусова функція}) \quad (18)$$

маємо

$$X_{L_i}(\beta) = m_i - k; \quad X_{R_i}(\beta) = m_i + k; \quad k = \sigma_i \sqrt{-2 \ln \beta}, \quad (19)$$

де  $m_i, \sigma_i$  – параметри інформаційної гранули.

Сформулюємо наступні кроки алгоритму оптимізації:

1. Побудувати множину  $Q$ , яка включає в себе  $\beta$  – рівневі підмножини  $Q_i(\beta)$ ;  $i = 1, 2, \dots, r$ ,  $Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_r$ .

2. Випадковим чином отримати в множині  $Q$  вектор  $v$ , компоненти якого обчислюються згідно:  $v_i = x_{L_i} + (x_{R_i} - x_{L_i})\zeta$ ;  $\zeta \in [0, 1]$ ;

$v = \{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  - величина, розподілена за рівномірним законом.

3. Обчислити  $U = \max(U, s)$ ;  $G = \min(G, q)$ , де  $s = \min_j(g_j(u, v))$ ;  $q = \max_j(g_j(u, v))$ ;  $j = 1, 2, 3$ . Початкові значення  $U$  і  $G$  призначаються як  $U = -\infty$ ;  $G = +\infty$ .

4. Повторити  $N$  разів етапи 2-3, де  $N$  – ціле число випробувань, досить велике.

В результаті буде отримано  $F_L^*(\beta) = U$ ;  $F_R^*(\beta) = G$ ; для  $0 \leq \beta \leq 1$ .

Визначення [14]. Нехай  $F_f$  - нечітка величина і  $\alpha \in (0, 1]$ .

Тоді

1)  $F_{\text{sup}}(\alpha) = \sup\{F_f | \text{Pos}(g_j) \geq F_f\} \geq \alpha$ ;  $j = 1, 2, 3$  називається  $\alpha$  – оптимістичним значенням сили  $F_f$ . Воно являє собою найбільшу верхню межу, можливість досягнення якої для  $F_f$  становить  $\alpha$ .

2)  $F_{\text{inf}}(\alpha) = \inf\{F_f | \text{Pos}(g_j) \leq F_f\} \geq \alpha$ ;  $j = 1, 2, 3$  називається  $\alpha$  – песимістичним значенням сили  $F_f$ . Воно представляє собою найменшу нижню межу, можливість досягнення якої для  $F_f$  становить  $\alpha$ .

Відповідно до цих визначень маємо, що  $F_R^*$  - це  $\beta$  -оптимістичне значення, а  $F_L^*$  - це  $\beta$  -песимістичне значення для величини  $F_{\text{fuzzy}}^*(\beta)$ .

Зауваження. При  $\beta \rightarrow 1$  має місце  $F_L^*(\beta) \rightarrow F_{\text{det}}^*$ ;  $F_R^*(\beta) \rightarrow F_{\text{det}}^*$ .

## 5.2. Чисельні приклади

А. Нехай нечіткими будуть величини модуль пружності і межа міцності, тобто  $\xi_1 = E$  і  $\xi_2 = \sigma_0$ , а функція належності їх описується в вигляді (16).

Таблиця 3

Вихідні дані і результати експериментів

$$m_E = 35 \text{ GPa}; m_{\sigma_0} = 0.4 \text{ GPa}; \Delta_{\sigma_0} = 0.005 \text{ GPa}; a_E = m_E - \Delta_E;$$

$$b_E = m_E + \Delta_E; a_\sigma = m_\sigma - \Delta_\sigma; b_\sigma = m_\sigma + \Delta_\sigma; h = 0,1 \text{ см}; R = 10 \text{ см};$$

$$L = 30 \text{ см}; \theta = 0,75.$$

№ ек-та.	1	2	3	4
$\Delta_E, \text{GPa}$	3	1	0.5	0.1
$F_L^*(\beta)$	$4.71\beta + 50.27$	$1.57\beta + 53.41$	$0.79\beta + 54.19$	$0.16\beta + 54.82$
$F_R^*(\beta)$	$-4.71\beta + 59.69$	$-1.57\beta + 56.55$	$-0.79\beta + 55.77$	$-0.16\beta + 55.14$
%	8,6	2,9	1,4	0,3

Відповідно до запропонованого алгоритму виконано чотири експерименти, вихідні характеристики і результати яких наведені в таблиці 3 і на рис. 3. У графі % таблиці 3 наведені відносні оцінки відхилення розв'язку  $F_{fuzzy}^*(0)$  від величини  $F_{det}^*$ . Вони є такими ж, як і відхилення параметра  $\Delta_E$  (у %) (табл. 2).

$F^*(1), \text{кН}$

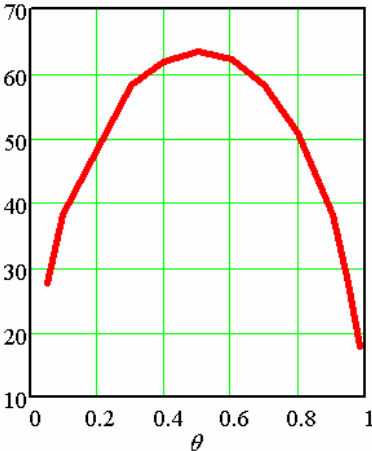


Рис. 4. Залежність  $F_{fuzzy}^*(1)$  від параметра  $\theta$

Б. Для нечітко заданих  $E$  і  $\sigma_0$  з функцією належності гаусова виду (18), в якій прийнято  $\Delta_E = 0,1 \text{ GPa}$ ;  $m_E = 35 \text{ GPa}$ ; і  $\Delta_{\sigma_0} = 0.005 \text{ GPa}$ ;  $m_{\sigma_0} = 0.4 \text{ GPa}$ . Проведено дослідження впливу параметра  $\theta$  на величину сили  $F_{fuzzy}^*(1)$  (рис. 4), з якого видно, що найбільше значення величини  $F_{fuzzy}^*(1) = 63,5 \text{ кН}$  досягається при  $\theta = 0,5$ .

В. При значеннях вихідних незмінних параметрів  $E = 35 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_0 = 0.4 \text{ GPa}$ ;  $L = 30 \text{ см}$  виконано обчислення максимальної сили  $F_{fuzzy}^*(F_L^*, F_R^*)$  в припущенні, що

величини  $h$ ,  $R$ ,  $\theta$  будуть нечітко заданими. Нехай функція належності для цих трьох параметрів буде задана в вигляді (16). Вихідні дані про нечіткі величини  $\xi(a, m, b)$  і результат обчислень представлений в таблиці 4.

Таблиця 4

Дані про нечіткі величини  $\tilde{h}, \tilde{R}, \tilde{\theta}$  і результати обчислення  $F_{fuzzy}^*(0)$

№	$\tilde{h}$	$\tilde{R}$	$\tilde{\theta}$	$F_L^*(0)$ , кН	$F_R^*(0)$ , кН	%
1	$h(0.09, 0.1, 0.11)$	$R(9.5, 10, 10.5)$	$\theta(0.705, 0.75, 0.8)$	41,1	70,4	28
2	$h(0.09, 0.1, 0.11)$	$R(9.5, 10, 10.5)$	$\theta(0.745, 0.75, 0.755)$	44,2	67	22
3	$h(0.095, 0.1, 0.105)$	$R(9.9, 10, 10.1)$	$\theta(0.74, 0.75, 0.76)$	48,4	61,4	12
4	$h(0.099, 0.1, 0.101)$	$R(9.9, 10, 10.1)$	$\theta(0.695, 0.75, 0.755)$	53,5	56,5	3

Як видно з таблиці 4, наприклад, для експериментів 1 і 4 відхилення  $\Delta$  від модальних значень  $m_h, m_R, m_\theta$  складають: 1)  $\Delta_h = 10\%; \Delta_R = 5\%; \Delta_\theta = 6.7\%$ ; 2)  $\Delta_h = 1\%; \Delta_R = 1\%; \Delta_\theta = 0.7\%$ .

Найбільші відхилення результату  $F_{fuzzy}^*$  від  $F_{det}^*$  відповідно дорівнюють: 1) 28%; 2) 3%, тобто не дуже грубі дані першого експерименту спричиняють грубий результат. У четвертому експерименті прийнятні помилки в даних дають також прийнятний результат.

## 6. Підхід до задачі з позиції неточних множин

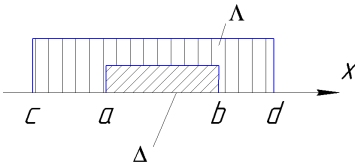
### 6.1. Визначення та алгоритм

Припустимо, що компоненти вектора  $\xi$  є неточними величинами, які задаються у вигляді

$$\xi_i([a_i, b_i], [c_i, d_i]), \quad (22)$$

причому  $c_i \leq a_i \leq b_i \leq d_i$ ;  $i = 1, 2, 3$ . При  $c_i = a_i$ ;  $b_i = d_i$  отримують інтервальну величину [17].

Відповідно до теорії неточних множин [8, 14] неточна величина представляє собою вимірну функцію з так званого простору наближень в дійсну пряму. Цей простір складається з двох непустих, чітких множин  $\Lambda$  і  $\Delta$ . Вони породжуються відношенням еквівалентності: рефлексивності (подібності), симетричності, транзитивності і відповідно називаються верхнім і нижнім наближенням (рис. 5), тобто  $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$  і  $\Delta = \{x | a \leq x \leq b\}$ ;  $\xi(x) = x$ ;  $\forall x \in \Lambda$ .

Рис. 5. До визначення неточної величини  $\xi$ 

Передбачається, що всі елементи множин  $\Lambda$ ,  $\Delta$  можуть з'явитися з рівною можливістю. Мірою  $\pi$  цих множин, відповідно  $[a_i, b_i], [c_i, d_i]$ , є їх довжина (потужність континууму).

Невизначена подія  $S_j(u, \xi)$  у випадку наявності неточних величин  $\xi$  є неточна. Мірою неточності виконання цієї події є довіра  $Tr(S_j)$ ;  $j = 1, 2, 3$ . Задача (10) визначення величини сили стиснення  $F^*$  циліндричної оболонки в цьому випадку описується таким чином:

$$F^* = \arg \left\{ \max F \mid Tr(g_j(u, \xi) \geq F) \geq \beta; j = 1, 2, 3 \right\}, \quad 0 \leq \beta \leq 1.$$

Міра довіри для неточних подій  $f(\xi) = F - g_j(u, \xi) \leq 0$ ;  $j = 1, 2, 3$  в теорії неточних множин визначається як [14]

$$Tr(f(x) \leq 0) = \frac{1}{2} (Tr^{\bar{}}(f(\xi) \leq 0) + Tr^{\underline{}}(f(\xi) \leq 0)),$$

де

$$Tr^{\bar{}}(f(\xi) \leq 0) = \frac{\pi(x \in \Lambda \mid f(\xi) \leq 0)}{\pi(\Lambda)}, \quad Tr^{\underline{}}(f(\xi) \leq 0) = \frac{\pi(x \in \Delta \mid f(\xi) \leq 0)}{\pi(\Delta)}.$$

Обчислюється  $Tr(f(x) \leq 0)$  наступним чином:

1. Випадковим чином робиться вибірка  $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_N$ , із  $\Delta$  і  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N$ , із  $\Lambda$  згідно мірі  $\pi$ .

2. Для будь-якого  $v \in [F^-, F^+]$  відшукується  $\underline{N}(v)$ , яке означає число  $\underline{x}_i$ , що задовольняє умові  $v - g_j(u, \xi(\underline{x}_i)) \leq 0$  для  $j = 1, 2, 3$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ , а  $\bar{N}(v)$  означає число  $\bar{x}_i$ , що задовольняє умові  $v - g_j(u, \xi(\bar{x}_i)) \leq 0$  для  $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, \dots, N$ . Величини  $F^-$ ,  $F^+$  - задаються як границі інтервалу можливого значення сили  $F^*$ .

Серед чисел отриманої послідовності  $\{v\}$  вибирається таке число  $v$ , яке задовольняє умові

$$v^* = \arg \left\{ \max_v \left| \frac{\underline{N}(v) + \bar{N}(v)}{2N} \geq \beta \right. \right\}.$$

Значення  $v^*$  при цьому є шуканою оцінкою  $F_{rough}^*$ .

## 6.2. Чисельний приклад

При даних  $E = 35 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_0 = 0.4 \text{ GPa}$ ,  $L = 30 \text{ см}$  і вихідних параметрах опису неточних величин  $\xi(a, b, c, d)$ , заданих у таблиці 5 проведені чотири чисельних експерименту при наступних детермінованих даних:  $h = 0.01$ ;  $R = 10$ ;  $\theta = 0.75$ ;  $F^- = 30 \text{ кН}$ ;  $F^+ = 120 \text{ кН}$ ;  $N = 5 \cdot 10^3$ .

Таблиця 5

Вихідна інформація про неточні вихідні дані

№ екс-ту	Неточні параметри	$a$	%	$b$	%	$c$	%	$d$	%
1	$h$	0,08	20	0,12	20	0,05	50	0,15	50
	$R$	9,5	5	10,8	8	8	20	11	10
	$\theta$	0,72	4	0,76	1,3	0,7	6,7	0,8	6,7
2	$h$	0,095	5	0,102	2	0,094	6	0,105	5
	$R$	9,95	0,5	10,06	0,6	9,99	0,1	10,08	0,8
	$\theta$	0,745	0,7	0,752	0,3	0,74	13,3	0,755	0,7
3	$h$	0,09	10	0,104	4	0,088	12	0,11	10
	$R$	9,9	1	10,12	1,2	9,86	1,4	10,16	1,6
	$\theta$	0,74	1,3	0,754	0,5	0,73	2,7	0,76	1,3
4	$h$	0,099	1	0,101	1	0,097	3	0,103	3
	$R$	9,975	0,25	10,03	0,3	9,965	0,35	10,04	0,4
	$\theta$	0,7475	0,3	0,751	0,13	0,745	0,7	0,7525	0,3

У графі % наводиться відносно відхилення параметрів  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (в %) від точних  $h$ ,  $R$ ,  $\theta$ .

Результати цих експериментів відображені у таблиці 6. За даними таблиці побудовані графіки (рис. 5) впливу рівня  $\beta$  на величину критичної сили  $F^*(\beta)$  - збільшення рівня довіри веде до розв'язання, отриманого при точних даних ( $F_{\text{det}}^* = 54.98 \text{ кН}$ ).

Таблиця 6

Значення критичної сили  $F_{\text{rough}}^*(\beta)$ ;  $0 < \beta \leq 1$  в чотирьох експериментах при неточних даних

$\beta$ / № екс-ту	Значення $F_{\text{rough}}^*$ , кН			
	1	2	3	4
0,05	-	60,18	65,27	57,96
0,1	-	59,20	63,29	57,51

0,2	79,44	57,10	59,59	56,25
0,3	72,19	56,22	57,43	55,84
0,4	66,52	55,31	55,90	55,49
0,5	59,32	54,37	54,90	55,17
0,6	54,31	53,51	52,72	54,81
0,7	47,32	52,58	50,37	54,55
0,8	41,55	51,53	48,49	54,21
0,9	35,78	50,68	46,37	53,55
1	15,6	49	43,54	51,92
відхилення $F_{rough}^*$ від $F_{det}^*$ (%). Авторська експертна оцінка	71,6 Дуже грубий розв'язок	10,7 Прийнятний розв'язок	20,7 Грубий розв'язок	5,6 Добрий розв'язок

За даними таблиці 6 побудовані графіки (рис. 6) зміни величини сили  $F_{rough}^*$  від рівня довіри  $\beta$ . Врахування неточності початкових даних призводить до отримання, як і очікувалося, неточного результату. Так, наприклад, у другому експерименті максимальна неточність для  $h$  становила 6%, для  $R$  - 0,7%, для  $\theta$  - 13%. Отриманий при цьому результат  $F_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$  відрізняється від детермінованого

( $F_{det}^* = 55 \text{ кН}$ ) на 10,7%. На рисунку 6 представлено графічне зображення функції  $F_{rough}^*(\beta)$  від рівня довіри для чотирьох експериментів, інформація про вихідні дані яких задана в таблиці 6. Характер поведінки кривих  $F_{rough}^*$  тут майже такий же, як і для  $F_{rand}^*$  (рис. 2). Тобто зі збільшенням рівня довіри ( $0.5 < \beta < 1$ ) до виконання неточної події є зменшення величини сили  $F_{rough}^*$  (оптимістична оцінка). Зменшення ж рівня

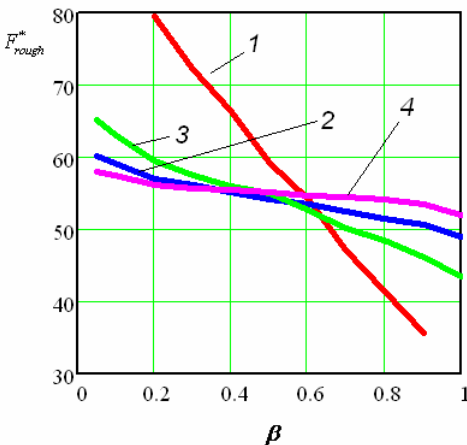


Рис. 6. Зміна величини сили  $F_{rough}^*$  від рівня довіри  $\beta$  (1, 2, 3, 4 – номери експериментів)

довіри ( $0 < \beta < 0.5$ ) призводить до збільшення значень  $F_{rough}^*$  (песимістична оцінка). А збіжність значень  $F_{rough}^*$  до  $F_{det}^*$  відбувається за рахунок зменшення "розмірів" нижнього і верхнього наближень.

### 6.3. Задача з інтервальними числами

Покладемо, що у визначенні неточного числа  $\xi([a,b];[c,d])$ ;  $c \leq a \leq b \leq d$  може бути  $c = a$  і  $d = b$  (випадок А) або  $a = c; b = d$  (випадок В). Тоді має місце так зване інтервальне число [17]. В рамках визначення неточного числа маємо  $\xi[a,b] = \xi([a,b];[a,b])$ ;  $a \leq x \leq b$ ; (випадок А) або  $\xi[c,d] = \xi([c,d];[c,d])$ ;  $c \leq x \leq d$ ; (випадок В). Скориставшись процедурою обчислення критичної сили для неточних чисел, визначимо значення  $F_{interval}^*(1)$  у випадку інтервальних значень  $\tilde{h}$ ,  $\tilde{R}$ ,  $\tilde{\theta}$ .

Інтерпретуючи результати розрахунку для даних другого експерименту (табл. 6), робимо наступний висновок: «стискаючи» зовнішнє наближення до внутрішнього (випадок А), отримуємо  $F_{interval}^*(1) = 48.40 \text{ кН}$ , що на 1.2% менше від величини  $F_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$ ; «розтягуючи» внутрішнє наближення у визначенні неточного числа, до зовнішнього (випадок В), отримуємо  $F_{interval}^*(1) = 49.68 \text{ кН}$ , що на 1.4% більше від величини  $F_{rough}^*(1) = 49 \text{ кН}$ , тобто результат у випадку В «грубіше», ніж результат, отриманий у випадку А. Таким чином, метод, що описує неточні множини, дає меншу помилку, ніж при підході до оптимізаційної задачі з позицій інтервальних чисел.

### Висновки

1. На прикладі задачі нелінійної оптимізації - визначення максимального значення осьової сили, що стискає ортотропну оболонку, яка знаходиться в умовах трьох граничних станів (по міцності і стійкості) і завдання деяких параметрів невизначеної природи (випадкової, нечіткою, неточної, інтервальної), показана принципова можливість застосування сучасних методів математики м'яких обчислень - імітаційного, нечіткого, неточного моделювання.

2. На основі методу Монте-Карло та впровадження мір невизначеності - ймовірності, можливості, довіри розроблено чисельні процедури обчислення максимального значення осьової сили, що стискає циліндричну оболонку.

3. Проведення числових експериментів показало, що врахування грубості вихідних даних тієї чи іншої невизначеності, природно, веде так само до грубих результатів. Були отримані оцінки грубості шуканої сили шляхом порівняння з розв'язанням задачі при точних даних.

4. Описані тут підходи з уведенням відповідних експертних оцінок щодо грубості значень параметрів дозволяють проаналізувати границі «терпимості» проєктованої системи до можливих помилок в завданні вихідних даних випадкового характеру, нечіткого і неточного опису.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баничук Н.В.* Введение в оптимизацию конструкций.- М.: Наука. - 1986.- 302 с.
2. *Аугустини Г., Баратта А., Кошиати Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании, М.: Стройиздат.-1988.-584 с.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmaki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties Springer Science + Business Media B.V..- Dordrecht Heidelberg London New York 2010. - p. 233.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmaki P.J.* On structural optimization with incomplete information // Mechanics Based Design of Structures and Machines. V.35, № 1 - 2007. - p. 76 - 95.
5. *Zadeh L.* Fuzzy sets . Information and Control, 8. - 1965 p. 338 - 353.
6. *Кофман А.* Введение в теорию нечётких множеств.- М.: Радио и связь.- 1982.-432 с.
7. *Дюбуа Д. Прад А.,* Теория возможностей: Приложение к представлению знаний в информатике. -М.: Радио и связь.-1990 -288 с.
8. *Pawlak Z.* Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,- 1991. - p. 224.
9. *Baranenko V., Vojnakov A.* Optimal structural design at random and fuzzy information about loading. In Theoretical Foundation of Civil Engineering – XV, W.Szczesnik, ed. OW PW, Warsaw, 2007. - p. 25-32.
10. *Бараненко В.А.* Нечёткая оптимизация в проектировании конструкций//Прикладная математика и механика/Труды Грузинского технического университета,-Тбилиси.- 2012.-с.113 – 120.
11. *Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л.* Оптимизация оболочек из слоистых материалов - Рига: Зинатне.– 1978.- 240 с.
12. *Рикардс Р.Б.,Тетерс Г.А.,*Устойчивость оболочек из композитных материалов - Рига: Зинатне.– 1974.- 312 с.
13. *Рикардс Р.Б.* Двойственная задача оптимизации ортотропной цилиндрической оболочки – Механика полимеров.- 1973.- № 5.- с.865 -871.
14. *Liu Baoding* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag Springer – Verlag Company Heidelberg . 2002. - p. 416.
15. *Соболь И.М.* Численные методы Монте-Карло. – М.: Физматлит. - 1973.-311 с.
16. *Растрингин Л. А.* Статистические методы поиска.- М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит. - 1968.- 376 с.
17. *Шокин Ю.И.* Интервальный анализ -Наука - Сибир. Отд. АН – Новосибирск. - 1981. - 111 с

#### REFERENCES

1. *Banichuk N.V.* Vvedenie v optimizatsiyu konstruksiy (Introduction to Structural Optimization).- М.: Nauka. - 1986.- 302 p.



2. *Augusti G., Baratta A., Koshiati F.* Veroyatnostnyie metodyi v stroitelnom proektirovani (Probabilistic methods in construction design), M.: Stroyizdat.-1988.-584 p.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmaki P.J.* Structural Optimization wih Uncertainties Springer Science + Business Media B.V..- Dordrecht Heidelberg London New York 2010. - p. 233.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmaki P.J.* On structural optimization with incomplete information // Mechanics Based Design of Structures and Machines. V.35, № 1 - 2007. - p. 76 - 95.
5. *Zadeh L.* Fuzzy sets. Information and Control, 8.- 1965 p. 338 - 353.
6. *Kofman A.* Vvedenie v teoriyu nechyotkih mnozhestv (Introduction to the theory of fuzzy sets).- M.: Radio i svyaz.- 1982.-432 p.
7. *Dyubua D. Prad A.* Teoriya vozmozhnostey: Prilozhenie k predstavleniyu znaniy v informatike (Theory of possibilities: Application to knowledge representation in computer science). -M.: Radio i svyaz.-1990 -288 s.
8. *Pawlak Z.* Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,- 1991. - p. 224.
9. *Baranenko V., Vojnakov A.* Optimal structural design at random and fuzzy information about loading. In Theoretical Foundation of Civil Engineering – XV, W.Szczesnik, ed. OW PW, Warsaw, 2007. - p. 25-32.
10. *Baranenko V.A.* Nechyotkaya optimizatsiya v proektirovanii konstruksiy (Fuzzy optimization in the design of structures) // Prikladnaya matematika i mehanika/Trudy Gruzinskogo tehnikeskogo universiteta,-Tbilisi.-2012.- p.113 – 120.
11. *Teters G.A., Rikards R.B., Narusberg V.L.* Optimizatsiya obolochek iz sloistyih materialov (Optimization of shells made of laminated materials) - Riga: Zinatne.– 1978.- 240 s.
12. *Rikards R.B.,Teters G.A.* Ustoychivost obolochek iz kompozitnyih materialov (Stability of shells made of composite materials) - Riga: Zinatne.– 1974.- 312 s.
13. *Rikards R.B.* Dvoystvennaya zadacha optimizatsii ortotropnoy tsilindricheskoy obolochki (The dual problem of optimization of an orthotropic cylindrical shell)– *Mehanika polimerov.- 1973.- # 5.- s.865 -871.*
14. *Liu Baoding* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag Springer – Verlag Company Heidelberg . 2002. - p. 416.
15. *Sobol I.M.* Chislennyye metodyi Monte-Karlo (Numerical Monte Carlo methods). – M.: Fizmatlit. - 1973.-311 p.
16. *Rastrigin L. A.* Statisticheskie metodyi poiska (Statistical methods of search).- M.: Nauka. Gl. red. Fiz.-mat. lit. - 1968. - 376 p.
17. *Shokin Yu.I.* Intervalnyiy analiz (Interval Analysis) -Nauka - Sibir. Otd. AN – Novosibirsk. - 1981. - 111 p.

*Baranenko V.A., Volchok D.L.*

#### **METHODS OF SOFT CALCULATIONS FOR OPTIMUM DESIGN OF ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELLS IN CONDITIONS OF RANDOMLY FUZZY AND ROUGH INFORMATION**

In this paper we consider the problem of determining the maximum value of the compressive force of a compressed orthotropic cylindrical shell while simultaneously meeting the conditions of three limiting states (strength, general and local loss of stability) under complete and incomplete information. The shell is made of fiberglass reinforced in two mutually perpendicular directions, which coincide with the axial and circumferential directions. The shell has swing joints at the ends.

Realization of the problem was provided with Monte Carlo method. Two experiments for deterministic problem show that the method has convergence and can be used as a basic method for different experiments with uncertain information in initial data. To make optimal problem with uncertain information useable the measures such as probability, possibility and trust was involved.

The paper presents the results of the influence of the information granule characteristics of the uncertainty on optimal solutions. An algorithm to implement the optimization models is developed. Numerical examples are given.

The approaches described here with the introduction of appropriate expert estimations of the uncertainty of the parameter values allow us to analyze the boundaries of the "tolerance" of the projected system with possible errors of initial data. Also for uncertain data of a random character, fuzzy and rough description we can estimate influence intensity of different uncertainties on final result of calculation. Special case of rough information such as interval numbers is considered. On the base of proposed problems and theirs calculations we are able to estimate the most dangerous kind of uncertainty on expected result for different levels of probability, possibility and trust.

**Keywords:** cylindrical reinforced shell, fuzzy values, rough values, random values, information granule, the optimal design of structures.

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л.*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ НАГРУЗКИ СЖАТОЙ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОЙ НЕЧЕТКОЙ И НЕТОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

В данной работе рассматривается задача определения максимального значения сжимающей силы сжатой ортотропной цилиндрической оболочки при одновременном выполнении условий трех предельных состояний (прочности, общей и местной потери устойчивости) в условиях неполной информации. Оболочка выполнена из стеклопластика, армированного в двух взаимно перпендикулярных направлениях, которые совпадают с осевым и окружным направлениям. В работе приведены результаты влияния характеристик информационной гранулы той или иной неопределенности на оптимальные решения. Разработан алгоритм реализации поставленных оптимизационных моделей. Приведены числовые примеры.

**Ключевые слова:** цилиндрическая армированная оболочка, нечеткие величины, неточные величины, случайные величины, информационная гранула, оптимальное проектирование конструкций.

УДК 517.11+519.92+539.3

*Бараненко В.О., Волчок Д.Л.* **Визначення максимального значення навантаження стиснутої ортотропної оболонки в умовах випадкової, нечіткої і неточної інформації** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 99. – С. 71 – 89.

*Розглянуто задачу визначення максимального значення освової сили, яка стискує кругову циліндричну ортотропну оболонку за умов стійкості та міцності, при випадковому, нечіткому і неточному завданні вихідних даних.*

Табл. 6. Іл. 6. Бібліогр. 17 назв.

*Baranenko V.A., Volchok D.L.* **Calculation of the maximum load value of a compressed orthotropic shell under conditions of random, fuzzy and rough information** // Strength of material and theory of structures. – 2017. – Issue 99. – P. 71 – 89. – Ukr.

*The problem of calculation of axial force maximum value that compresses a circular cylindrical orthotropic shell under the conditions of stability and strength, with a random, fuzzy and rough initial data is considered.*

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л. Определение максимального значения нагрузки сжатой ортотропной оболочки в условиях случайной, нечеткой и неточной информации // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2017. – Вып. 99. – С. 71 – 89.*

*Рассмотрена задача определения максимального значения осевой силы, которая сжимает круговую цилиндрическую ортотропную оболочку в условиях устойчивости и прочности, при случайном, нечетком и неточном задании исходных данных.*

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор БАРАНЕНКО Валерій Олексійович

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а. ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», БАРАНЕНКО Валерій Олексійович.

**Адреса домашня:** 49005 Україна, м. Дніпро, вул. Писаржевського, 8а/70, Бараненко Валерій Олексійович

**Роб. тел.:** +38(056)7563422

**Мобільний тел.:** +38(066) 125-459-7

**E-mail:** baranenko1941@ukr.net

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету ПЦБ. ВОЛЧОК Денис Леонідович

**Адреса робоча:** 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а. ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», ВОЛЧОК Денис Леонідович

**Адреса домашня:** 49094 Україна, м. Дніпро, вул. Мандриківська 149/60, ВОЛЧОК Денис Леонідович

**Роб. тел.:** +38(056)7563422

**Мобільний тел.:** +38(066) 727-656-0

**E-mail:** Denys.L.Volchok@gmail.com