

УДК 539.3

## ЗАСТОСУВАННЯ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ ДО МОДЕЛЮВАННЯ СТОХАСТИЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ПРУЖНИХ СИСТЕМ ПРИ СЕЙСМІЧНОМУ ВПЛИВІ

**О.О. Лук'янченко,**

канд. техн. наук;

**Ю.В. Ворона,**

канд. техн. наук,

**О.В. Костіна,**

канд. техн. наук,

**О.В. Герашенко,**

канд. техн. наук.

*Київський національний університет будівництва і архітектури  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680; e-mail: [lukianch0907@meta.ua](mailto:lukianch0907@meta.ua)*

Розроблена методика моделювання стохастичного поведінки пружних систем при сейсмічному впливі на основі теорій і методів вейвлет-аналізу, нелінійної механіки, скінченних елементів. Виконано імовірнісне моделювання сейсмічного впливу із заданою магнітудою і максимальною амплітудою горизонтальної сейсмічної хвилі за допомогою статистичного підходу Руїза, Пензісна та теорії рухомих хвиль. Врахована поперечна згинальна хвильова реакція системи у вигляді початкової недосконалості форми. За наявності реального запису прискорення і переміщення ґрунту імовірнісне моделювання сейсмічного впливу виконується за допомогою вейвлет-аналізу та теорії рухомих хвиль. Розв'язана тестова задача про нестационарні стохастичні коливання вертикального пружного стержня при сейсмічному впливі різної магнітуди за допомогою прямого методу чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку. Оцінено вплив хвильової реакції та осьової стискаючої сили на статичні і динамічні характеристики стержня. Виконано вейвлет-аналіз реакцій стержня на сейсмічний вплив в частотно-часовому просторі.

**Ключові слова:** сейсмічний вплив, стохастична поведінка, вейвлет-аналіз, метод скінченних елементів, нелінійна механіка, теорія рухомих хвиль.

**Вступ.** Проблема забезпечення сейсмостійкості споруд та запобігання їх руйнуванню залишається актуальною [1-13]. Важливим є вибір адекватної і ефективної моделі сейсмічного впливу та більш точного методу сейсмічного розрахунку для визначення відповідної реакції споруди. При дослідженні нестационарних стохастичних коливань складних просторових систем застосування теорій та методів вейвлет-аналізу зумовлена гострою потребою більш точного прогнозування їхньої динамічної поведінки та ідентифікації характеристик в частотно-часовому просторі [14-21]. Вперше у 1982 році французький інженер-геофізик Жан Морле запропонував вейвлет-перетворення як новий математичний метод аналізу сейсмічних сигналів. Важливо, що вейвлет-аналіз має переваги при обробці сигналів

порівняно з традиційним апаратом наближення функцій на основі рядів Фур'є. Основними є добра локалізація на частоті та в часі вейвлетних базисів і можливість застосування різноманітних базових функцій [15-19].

Оскільки сейсмічний рух ґрунту є випадковим процесом, методи розрахунку споруд засновані на імовірнісних підходах [1-6, 10, 11, 13, 21]. В теорії сейсмостійкості найбільш поширеним є спектральний метод розрахунку споруд та метод прямого чисельного інтегрування диференціальних рівнянь руху, які реалізовано в сучасних вітчизняних та зарубіжних обчислювальних комплексах SCAD, ЛІРА, ANSYS, NASTRAN [10, 22]. В нормативних вітчизняних документах [8, 12] за основний приймається спектральний метод. На думку дослідників [3, 9, 11, 13] цей метод містить суперечливі допущення і емпіричні коефіцієнти, які не відповідають дійсності. Резонансна доктрина не в повному обсязі враховує небезпеку великих сейсмічних переміщень основи, особливо в найбільш сейсмічно небезпечних слабких ґрунтах III категорії за сейсмічними властивостями. Вважається, що в основу розрахунків споруд на сейсмостійкість разом з нормуванням амплітуд прискорень ґрунту, як міру інтенсивності землетрусу, слід нормувати амплітуди його пружного переміщення і швидкості. Розрахункову модель споруди слід будувати з врахуванням її хвильової реакції на сейсмічний вплив, обчисленою за допомогою теорії рухомих хвиль.

В статті представлено методику моделювання нестационарної стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі, яка заснована на теорії і методах вейвлет-аналізу, нелінійної механіки, скінченних елементів з використанням процедур сучасних обчислювальних комплексів NASTRAN [22], Mathcad [23] і Developer Studio [24]. Виконано імовірнісне моделювання сейсмічного впливу із заданою магнітудою і максимальною амплітудою горизонтальної сейсмічної хвилі за допомогою статистичного підходу Руїза, Пензієна та теорії рухомих хвиль. Врахована поперечна згинальна хвильова реакція системи у вигляді початкової недосконалої форми. При наявності реального запису прискорення і переміщення ґрунту імовірнісне моделювання сейсмічного впливу виконується за допомогою вейвлет-аналізу та теорії рухомих хвиль. Розв'язана тестова задача про нестационарні стохастичні коливання вертикального пружного стержня при сейсмічному впливі різної магнітуди і навантаженого осью стискаючою силою. За допомогою методу прямого чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку отримано відгуки стержня у вигляді узагальнених переміщень, узагальнених швидкостей і узагальнених прискорень. Аналіз динамічних характеристик стержня виконано в частотно-часовому просторі за допомогою вейвлет-аналізу на основі вейвлет-спектрограм та Фур'є-

образів. Використані дискретні ортогональні (Добеші4) і неперервні неортогональні (Морле) одномірні комплексні вейвлет-функції. Оцінено врахування хвильової реакції та осьового навантаження на статичні і динамічні характеристики стержня.

### 1. Імовірнісне моделювання і вейвлет-аналіз сейсмічного впливу.

В статті виконано імовірнісне моделювання сейсмічного впливу на основі статистичного підходу, запропонованого Руїзом, Пензієном [3] і апробованого авторами при реалізації ефективної схеми методу статистичних випробувань для оцінки імовірностей відказів механічної системи [5]. Відповідно до цього підходу сейсмічні хвилі, поширюючись з земній корі, наштовхуються на абсолютно тверду поверхню („скелю”), потім фільтруються м'яким шаром і далі досягають фундаменту споруди. Вибіркова функція прискорення „скелі” (рис. 1)  $a_b(t)$  визначається як результат множення квазіобвідної функції  $D(t)$  на вибірку функцію  $x(t)$ , яка генерується як послідовність незалежних гаусовських ординат з тими самими середніми значеннями і дисперсіями, за формулою

$$a_b(t) = D(t)x(t). \quad (1)$$

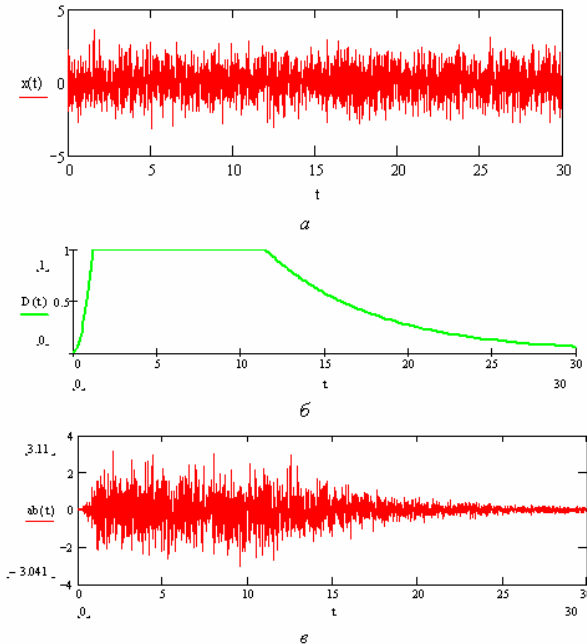


Рис. 1. Моделювання прискорення „скелі”: послідовність гаусовських ординат (а), квазіобвідна функція (б), прискорення скелі (е).

Квазіобвідна функція  $D(t)$  для нестационарного випадкового процесу приймається згладженою (рис. 1, б). Вона залежить від трьох параметрів, значення яких приймаються згідно [3]:  $t_1=1.21$  с,  $t_2=11,5$  с і  $c=0.155$  с<sup>-1</sup>. Далі враховується фільтрація прискорення „скелі” м'яким шаром, яка гасить високочастотні компоненти і підсилює складові процесу поблизу власної частоти пружної системи. Випадкове прискорення ґрунту на рівні фундаменту задається виразом

$$a_g(t) = -2\xi\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t), \quad (2)$$

де  $y(t)$  – розв'язок диференціального рівняння

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = a_b(t). \quad (3)$$

Отриманий сигнал в друге пропускається через фільтр, який подавляє компоненти з низькими частотами. Такий фільтр описується формулою

$$\ddot{z}(t) + 2\xi_1\omega_1\dot{z}(t) + \omega_1^2 z(t) = -a_g(t). \quad (4)$$

Для моделювання сейсмічного впливу з заданим максимальним значенням  $a_p$  прискорення ґрунту достатньо помножити функцію

$$a_{gf}(t) = z(t) \text{ на амплітудний коефіцієнт } Y$$

$$\bar{a}_{gf}(t) = a_{gf}(t) \cdot Y, \quad (5)$$

де  $Y = a_p / \mu_{ap}$ ,  $\mu_{ap}$  – математичне сподівання максимального значення змодельованих вибірових функцій. Оскільки математичне сподівання максимального значення змодельованих вибірових функцій відповідає умові  $P[a_{gf}(t) \geq \mu_{ap} / t] = 1/N$ , то при  $N$  порядку 1000 можна прийняти  $\mu_{ap} = 3Sa_s$ . Стандартне відхилення  $Sa_s$  випадкової величини  $a_{gf}(t)$  визначається за формулою

$$Sa_s = Sa_{gf}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Ga_{gf}(\omega) d\omega, \quad (6)$$

де  $Ga_{gf}(\omega)$  – спектральна щільність випадкового процесу  $a_{gf}(t)$ :

$$Ga_{gf}(\omega) = |A_f(\omega)|^2 |A(\omega)|^2 G_0, \quad -\infty < \omega < \infty. \quad (7)$$

Тут  $|A(\omega)|$  та  $|A_f(\omega)|$  – комплексні передаточні функції

$$|A(\omega)|^2 = \frac{1 + 4\xi^2(\omega/\omega_0)^2}{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 4\xi^2(\omega/\omega_0)^2}, \quad (8)$$

$$|A_f(\omega)|^2 = \frac{(\omega/\omega_1)^4}{\left[1 - (\omega/\omega_1)^2\right]^2 + 4\xi_1^2(\omega/\omega_1)^2}. \quad (9)$$

Тут параметри ґрунту приймаються згідно [3]:  $\omega_0 = 15,6 \text{ рад/с}$ ,  $\omega_1 = 0,897 \text{ рад/с}$ ,  $\xi = 0,6$ ,  $\xi_1 = 1/\sqrt{2}$ ,  $G_0 = \Delta t / 2\pi$ .

В статті моделювання сейсмічного впливу на відміну від вище наведеного статистичного підходу Руїза, Пензієна передбачає врахування поперечної згинальної хвилі. Вона задається у вигляді синусоїди з максимальною амплітудою сейсмічного горизонтального переміщення ґрунту  $A(t)$ , частотою рухомої хвилі  $\tilde{\omega}$ , яка залежить від значення максимального прискорення ґрунту  $a(t)$  і запізнення хвилі  $\tau$  в системі

$$x(t) = A(t) \sin \tilde{\omega}(t - \tau), \quad (10)$$

де  $A(t)$  – амплітуда горизонтального переміщення ґрунту,  $\tilde{\omega} = 2\pi/\tilde{T}$  – частота рухомої хвилі,  $\tilde{T} = 2\pi\sqrt{a(t)/A(t)}$  – період поперечних згинальних коливань,  $\tau = \frac{z}{\tilde{v}(t)}$  – запізнення рухомої хвилі,  $\tilde{v}(t)$  – швидкість хвилі,  $z$  – вертикальна координата системи.

В статті рухома хвиля (10), яка є хвильовою реакцією системи на горизонтальне переміщення ґрунту після початку землетрусу, подається у вигляді недосконалості форми системи.

При наявності реального запису прискорення і переміщення ґрунту імовірніше моделювання сейсмічного впливу може бути виконано за допомогою вейвлет-аналізу та теорії рухомих хвиль. Акселерограма ґрунту представляється у вигляді стаціонарної та обвідної частин [20]. За допомогою вейвлет-перетворення фіксується час настання максимального прискорення ґрунту  $t_1$  і час початку його затухання  $t_2$ . В момент часу  $t = t_1$  формується рухома поперечна згинальна хвиля в системі (10). В момент часу  $t_1$  обчислюється дисперсія прискорення ґрунту  $D_k$  за його спектральною щільністю, що отримана за допомогою статистичної обробки стаціонарної частини впливу

$$D_k(t) = G_{aa}(\omega_k) \Delta\omega, \quad (11)$$

де  $G_{aa}(\omega_k)$  – спектральна щільність впливу,  $\omega_k = k\Delta\omega$  – частота сейсмічного впливу. Тоді при  $t_1 > t \geq t_2$  вплив може бути змодельовано у вигляді прямокутних імпульсів

$$\begin{cases} t = t_1 & x(t) = A(t) \sin \tilde{\omega} \left( t - \frac{z}{\tilde{v}(t)} \right), \\ t_1 > t \geq t_2 & a(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \sqrt{D_k(t)}. \end{cases} \quad (12)$$

**2. Математична модель нестационарних стохастичних коливань пружних систем та методи їх дослідження.** В статті математичне моделювання та дослідження нестационарної стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі заснована на методах скінченноелементного аналізу, нелінійної механіки і вейвлет-аналізу. Скінченноелементна модель пружної системи с урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (10) будується з використанням сучасного обчислювального комплексу NASTRAN [22]. Застосовуючи покроковий метод Ньютона-Рафсона, який реалізовано в комплексі, розв'язується нелінійна задача статичної пружної системи при дії експлуатаційного навантаження. Визначаються характеристики її напружено-деформованого стану (зусилля, деформації, напруження) та стійкості (критичне значення навантаження і форма деформування). За допомогою методу Ланцоша обчислюються частоти і форми власних коливань системи без і з урахуванням експлуатаційного навантаження.

Математична модель нестационарних стохастичних коливань системи на сейсмічний вплив формується на основі принципу Даламбера-Лагранжа у вигляді диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах. Наприклад, для системи з однією степенню вільності диференціальне рівняння руху при сейсмічному впливі має вид

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = \bar{a}_{gf}(t), \quad (13)$$

де  $y(t)$  – узагальнена координата,  $\omega_0$  – власна частота коливань,  $\xi$  – коефіцієнт демпфірування,  $\bar{a}_{gf}(t)$  – прискорення ґрунту на рівні фундаменту. Важливо, при дослідженні відгуків пружних систем на сейсмічний вплив врахувати деформацію системи від експлуатаційного навантаження. Рівняння (13) в цьому випадку переписується у вигляді

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\tilde{\omega}_0\dot{y}(t) + \tilde{\omega}_0^2 y(t) = \bar{a}_{gf}(t), \quad (14)$$

де  $\tilde{\omega}_0$  – частота власних коливань навантаженої системи.

За допомогою прямого методу чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку із застосуванням програми NASTRAN [22] або Mathcad [23] знаходяться розв'язки диференціальних рівнянь руху (13), (14) у вигляді відгуків системи (узагальнених переміщень, узагальнених швидкостей та узагальнених прискорень).

За допомогою методів вейвлет-аналізу виконується аналіз сейсмічного впливу і відгуків пружних систем як одновимірних сигналів в частотно-часовому просторі. Вейвлет-перетворення такого сигналу є представлення його у вигляді узагальненого ряду із системою базисних функцій

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (15)$$

який містить материнський вейвлет  $\psi(t) \in L^2(R)$  з параметром часового масштабу  $a$  та зсуву в часі  $b$ . В якості базисних функцій можна застосовувати широкий набір вейвлетів. Наприклад, в статті декомпозиція отриманих реалізацій сейсмічного впливу і відгуків системи виконується за допомогою дискретних ортогональних Добеши4 і неперервних неортогональних Морле комплексних одновимірних вейвлет-функцій. Діадне дискретне вейвлет-перетворення (DWT) одновимірних реалізацій виконується в системі Mathcad [23] вейвлетом Добеши4 четвертого порядку функціями прямого перетворення. Значення параметрів  $a$  і  $b$  задаються у вигляді степеневих функцій

$$a = 2^m, \quad b = k \cdot 2^m, \quad \psi_{mk} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi(2^{-m}t - k), \quad (16)$$

де  $m$  і  $k$  – параметр масштабу і зсуву відповідно (цілі числа).

Базис в дискретному представлені набуває вигляду

$$\psi_{mk} = |a|^{-m/2} \psi(a^{-m}t - k). \quad (17)$$

Вейвлет-коефіцієнти прямого перетворення мають вид

$$C_{mk} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \psi_{mk}(t) dt, \quad (18)$$

де  $S(t)$  – реалізація сейсмічного впливу або відгуку пружної системи.

При неперервному вейвлет-перетворенні реалізацій вейвлет-спектр в системі Developer Studio [24] подається у вигляді функції двох аргументів: часового масштабу  $a$ , який обернений до частоти та зсуву впливу за часом  $b$

$$W(a, b) = (S(t), \psi_{ab}(t)) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (19)$$

де  $C_\psi$  – нормуючий коефіцієнт

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty, \quad (20)$$

$\Psi(\omega)$  – Фур'є-перетворення вейвлета  $\psi(t)$ .

Способи візуалізації вейвлет-спектру можуть бути різними. Найбільш широко застосовується візуалізація у вигляді площини  $ab$  з локалізацією екстремумів вейвлет-коефіцієнтів або у вигляді поверхні в трьохвимірному просторі.

**3. Тестова задача.** Досліджено стохастичну поведінку будівлі висотою 10 м, яка в першому наближенні представлена у вигляді вертикального пружного стержня з жорстко закріпленим нижнім кінцем у ґрунт і вільним верхнім кінцем. Поперечний переріз стержня прийнято  $0,4\text{ м} \times 0,4\text{ м}$ , згинальна жорсткість та погона маса задані однорідними вздовж його висоти. Матеріал стержня (бетон марки В25) має такі механічні характеристики:  $E = 30 \times 10^9 \text{ Па}$ ,  $G = 12,75 \times 10^9 \text{ Па}$ ,  $\mu = 0,167$  та  $\gamma = 2,4 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Математична модель стержня побудована із застосуванням програмного комплексу NASTRAN [22] містить 20 стержневих скінченних елементів з шістьма степенями вільності у вузлі.

При моделюванні ґрунту та поперечної згинальної рухомої хвилі в стержні максимальні прискорення ґрунту і максимальні переміщення прийнято відповідно до магнітуди сейсмічного впливу згідно рекомендацій [6] М7:  $a = 0,1g = 0,981 \text{ м/с}^2$ ,  $A = 0,04 \text{ м}$ ; М8 :  $a = 0,2g = 1,962 \text{ м/с}^2$ ,  $A = 0,08 \text{ м}$ ; М9:  $a = 0,4g = 3,924 \text{ м/с}^2$ ,  $A = 0,16 \text{ м}$ .

Як приклад, на рис. 2, *а* представлено нестационарний стохастичний сейсмічний вплив магнітудою М8 у вигляді акселерограми, що отримана згідно статистичного підходу Руїза і Пензієна. За допомогою дискретного та неперервного вейвлет-перетворення отримано вейвлет-спектрограми та Фур'є-образ акселерограми впливу (рис. 2, *б*, *в*). Це дозволило визначити локалізацію в часі максимального значення прискорення та відповідну частоту сейсмічного впливу.

Хвильова реакція стержня на сейсмічний вплив задана як початкова недосконалість форми у вигляді горизонтальних відхилень вузлів моделі від вертикалі, які визначаються за формулою (10) з  $t = \tilde{T}$  [9]. Швидкість рухомої хвилі в стержні  $\tilde{v}(t) = \sqrt{B\omega_0} = \sqrt{EI\omega_0 / m} = 47,8 \text{ м/с}$ .

На першому кроці досліджень оцінено вплив хвильової реакції стержня на його напружено-деформований стан та стійкість при дії осьового навантаження. Розв'язана нелінійна задача статички (Nonlinear Static) за допомогою модифікованого покрокового методу Ньютона-Рафсона, який реалізовано в програмі NASTRAN [22]. На рис. 3 наведені форма деформування (*а*) і крива навантаження (*б*) стержня з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою М7 при дії осьової стискаючої силою  $P = 1600 \text{ кН}$ .



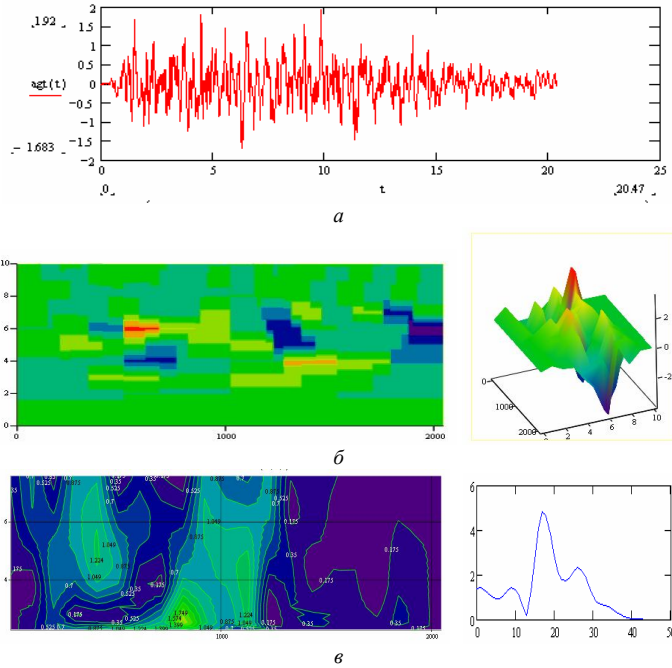


Рис. 2. Вейвлет-перетворення сейсмічного впливу (M8): акселерограма (а), вейвлет-спектрограма (Добеші4) (б), вейвлет-спектрограма та Фур'є-образ (Морле) (в)

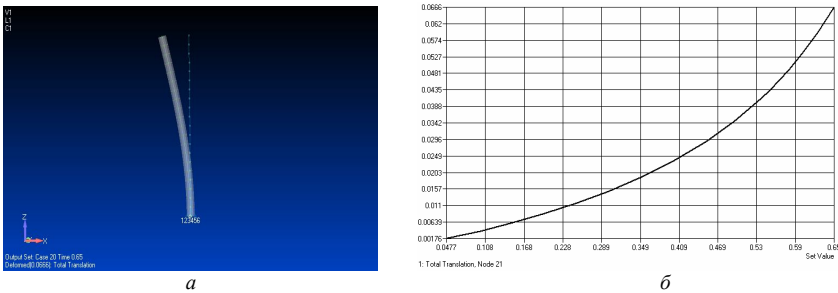


Рис. 3. Форма деформування (а) і крива навантаження (б) стержня з урахуванням хвильової реакції (M7)

Максимальним є переміщення верхнього вузла стержня. Втрата стійкості відбувається при критичному значенні осевого навантаження  $P_{кр} = 1600 \times 0,65 = 1040$  кН. Статичні характеристики стержня при втраті

стійкості з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди (M7, M8, M9) наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Статичні характеристики стержня при втраті стійкості	0*	M7	M8	M9
Критичне навантаження, $\kappa H$	1578	1040	880	859
Згинальний момент, $\kappa Hm$	158	115	159	305
0* – без урахування хвильової реакції стержня на сейсмічний вплив і осьової сили				

Таким чином, зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу критичне значення осьової сили зменшується, а згинальний момент при втраті стійкості збільшується.

Також досліджено вплив осьової стискаючої сили  $P=10^6 H$ , яке за значенням наближено до критичного, на горизонтальні переміщення стержня. Зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу та вертикальної координати вузла моделі їх горизонтальні переміщення збільшуються (рис. 4).

На другому кроці за допомогою методу Ланцоша виконано модальний аналіз стержня без і з урахуванням осьового навантаження  $P=10^6 H$ . В табл. 2 наведено перші п'ять власних частот коливань стержня ( $\Gamma\zeta$ ), отриманих із урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди.

Значення перших п'яти частот власних коливань ненавантаженого стержня зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу зменшуються відповідно на 0,03%, 0,038%, 0,033%, 0,033%, 0,009%; навантаженого осьовою силою – на 0,049%, 0,040%, 0,034%, 0,033%, 0,034%. Видно, що вплив хвильової реакції і осьової стискаючої сили на частоти власних коливань стержня незначний. Форми власних коливань однакові для стержня без і з урахуванням хвильової реакції і осьової сили  $P=10^6 H$  (рис. 5).

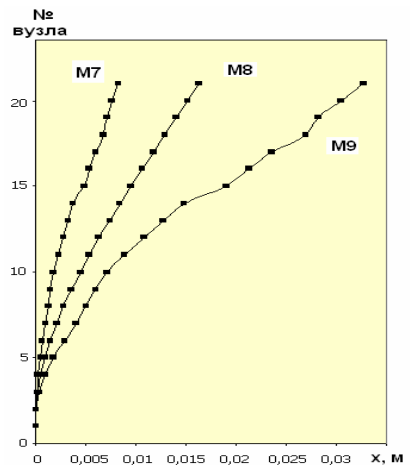


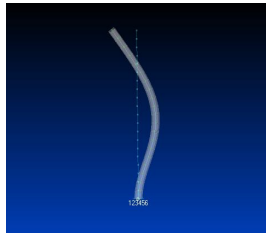
Рис. 4. Горизонтальні переміщення вузлів моделі стержня з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди при дії осьової сили  $P=10^6 H$

Таблиця 2

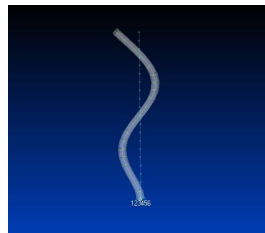
№ п/п	Частоти власних коливань ненавантаженого стержня, Гц			
	0*	M7	M8	M9
1	2,279784	2,279741	2,279614	2,279095
2	14,17506	14,17472	14,17370	14,16963
3	39,27080	39,27009	39,26772	39,25785
4	75,85801	75,85654	75,85211	75,83309
5	88,36563	88,36519	88,36386	88,35792
Частоти власних коливань навантаженого стержня, Гц				
	0*	M7	M8	M9
1	1,416019	1,415976	1,415847	1,415322
2	13,46088	13,46055	13,45955	13,45551
3	38,88688	38,88588	38,88350	38,87354
4	75,98288	75,98139	75,97688	75,95752
5	88,36563	88,36519	88,36387	88,33580
0* – без урахування хвильової реакції стержня на сейсмічний вплив і осової сили				



перша форма



друга форма



третя форма



четверта форма



п'ята форма

Рис. 5. Форми власних коливань стержня з урахуванням хвильової реакції

Сформовані математичні моделі нестационарних стохастичних коливань стержня з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив у вигляді диференціальних рівнянь руху пружної системи з однією степенню вільності другого порядку в узагальнених координатах (13) та (14). Коефіцієнт демпфірування приймається рівним  $\xi = 0,02$ . За допомогою прямого методу чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку, який реалізовано в програмі Mathcad [23], отримано розв'язки диференціальних рівнянь у вигляді узагальнених переміщень, узагальнених швидкостей та узагальнених прискорень. Як приклад, на рис. 6, 7 представлені реалізації відгуків вертикального стержня з хвильовою реакцією на сейсмічний вплив магнітудою M8 відповідно без і з урахуванням осового навантаження  $P = 10^6 H$ .

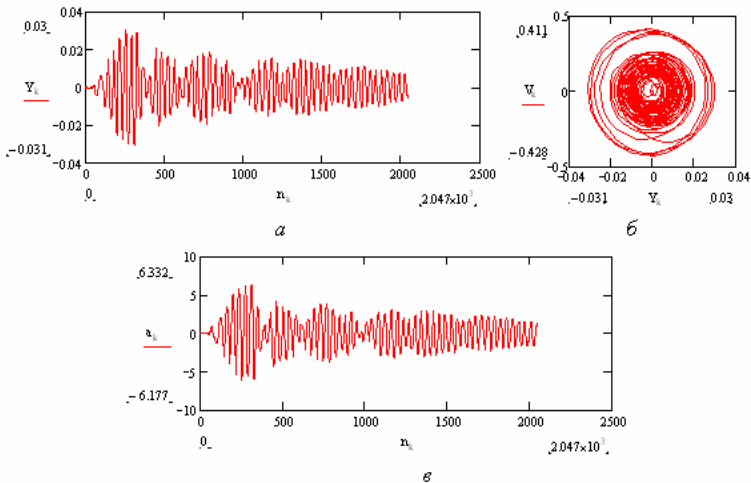


Рис. 6. Реалізації відгуків стержня без осового навантаження при сейсмічному впливі (M8): узагальнене переміщення (а), фазова траєкторія (б), узагальнене прискорення (в)

В табл. 3 наведені максимальні значення динамічних характеристик стержня без і з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив та дії осової стискаючої сили  $P = 10^6 H$ , в табл. 4 – значення горизонтальних переміщень верхнього вузла стержня.

Таблиця 3

Динамічні характеристики	M7			M8			M9		
	0*	-P	+P	0*	-P	+P	0*	-P	+P
Прискорення, $10^{-3} \text{ м/с}^2$	98,5	98,5	98,9	197,1	197,1	198,1	394,2	394,2	396,1
Швидкість, $10^{-3} \text{ м/с}$	6,6	6,6	10,7	13,3	13,3	21,4	26,7	26,7	42,7
0* – без урахування хвильової реакції стержня на сейсмічний вплив і осової сили									

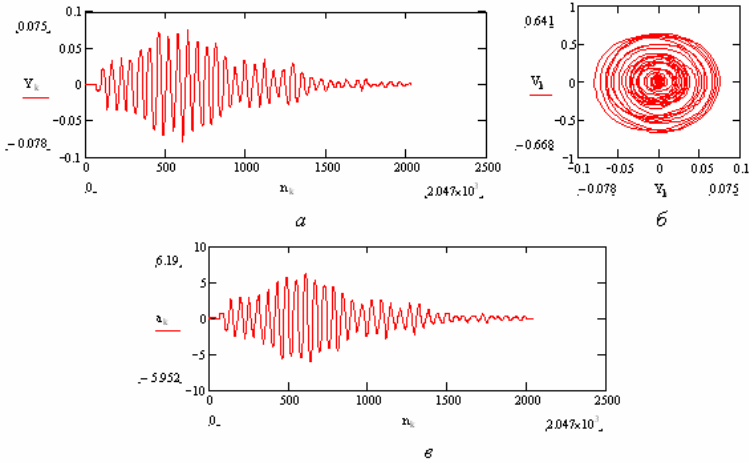


Рис. 7. Реалізації відгуків стержня з урахуванням осової сили при сейсмічному впливі (M8): узагальнене переміщення (а), фазова траєкторія (б), узагальнене прискорення (в)

Видно, що урахування поперечної згинальної хвильової реакції мало впливає на максимальні значення прискорення (0,5%) і значно більше на швидкість (30%) стержня лише при врахуванні його деформації від дії осового навантаження.

Таблиця 4

Динамічні характеристики	M7			M8			M9		
	0*	-P	+P	0*	-P	+P	0*	-P	+P
Статичні	0	8,2	8,2	0	16,4	16,4	0	32,7	32,7
Динамічні	0,5	0,5	1,2	0,9	0,9	2,5	1,9	1,9	4,9
Сумарні	0,5	8,7	9,4	0,9	17,3	18,9	1,9	34,6	37,6
0* – без урахування хвильової реакції стержня на сейсмічний вплив і осової сили									

Спостерігається значний вплив осової стискаючої сили і хвильової реакції на максимальні значення динамічної складової горизонтальних переміщень стержня (60%).

Виконано аналіз відгуків стержня з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди в частотно-часовому просторі. Застосовано дискретне (Добеші4) та неперервне (Морле) вейвлет-перетворення з використанням процедур сучасних обчислювальних комплексів Mathcad [23] і Developer Studio [24]. Як приклад, в статті представлені результати вейвлет-перетворення реалізацій узагальненого переміщення (рис. 8) та узагальненого прискорення (рис. 9) стержня при сейсмічному впливі (M8) без урахування осового навантаження.

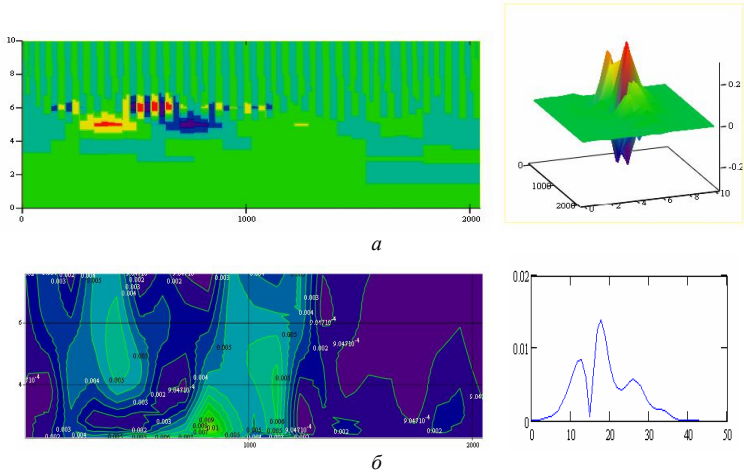


Рис. 8. Вейвлет-перетворення горизонтального переміщення ненавантаженого стержня при сейсмічному впливі (M8): дискретне (а), неперервне (б)

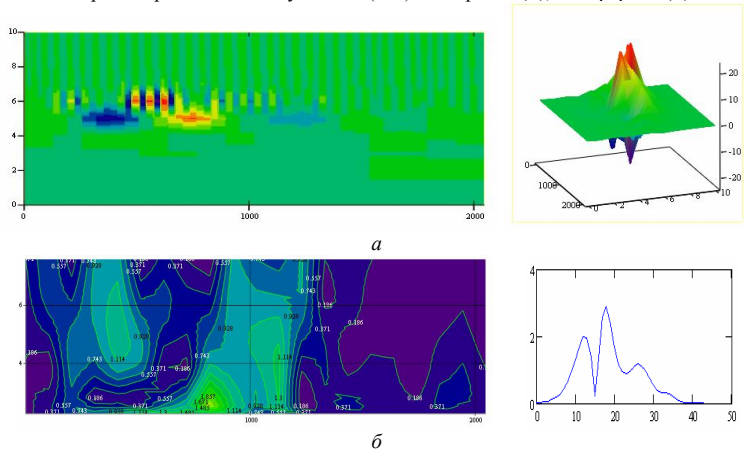


Рис. 9. Вейвлет-перетворення прискорення ненавантаженого стержня при сейсмічному впливі (M8): дискретне (а), неперервне (б)

На вейвлет-спектрограмах та Фур'є-образях спостерігаються два піки максимальних значень горизонтальних переміщень і прискорень, які локалізовані в різних часових діапазонах: на частоті власних коливань стержня і з більшою амплітудою – на частоті сейсмічного впливу.

На рис. 10, 11 представлені результати вейвлет-перетворення відгуків стержня навантаженого осью стискаючою силою  $P=10^6 \text{ H}$  при сейсмічному впливі (M8).

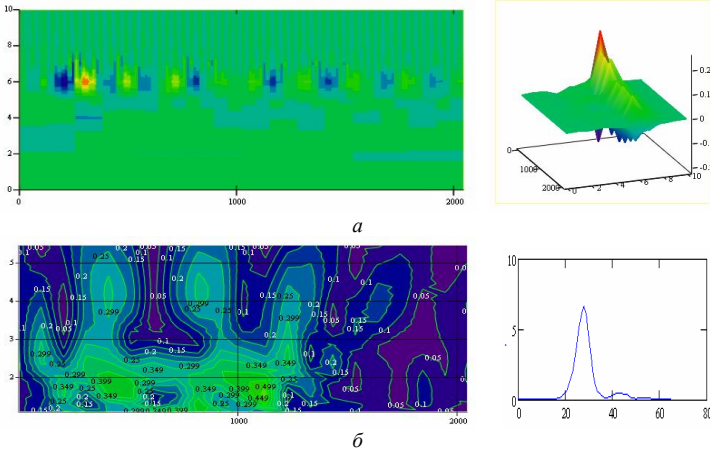


Рис. 10. Вейвлет-перетворення горизонтального переміщення навантаженого стержня при сейсмічному впливі (M8): дискретне (а), неперервне (б)

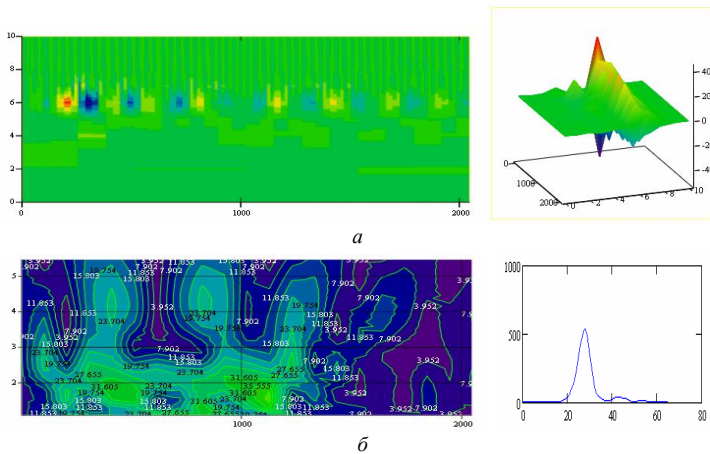


Рис. 11. Вейвлет-перетворення прискорення навантаженого стержня при сейсмічному впливі (M8): дискретне (а), неперервне (б)

На рис. 10, 11 спостерігаються квазістаціонарні стохастичні коливання стержня. На вейвлет-спектрограмах та Фур'є-образів узагальнених переміщень і узагальнених прискорень навантаженого стержня бачимо по одному піку їх максимальних значень, які локалізовані в часі настання максимального прискорення ґрунту (рис. 1, б) на частоті сейсмічного впливу.

**Висновок.** Застосування вейвлет-аналізу дає змогу якісно оцінити в частотно-часовому просторі сейсмічний вплив та відгуки пружної системи, які є нестационарними стохастичними процесами. Врахування поперечної згинальної хвильової реакції системи на горизонтальне переміщення ґрунту після початку землетрусу, яке запропоновано в методиці моделювання нестационарних стохастичних коливань пружних систем, може бути рекомендовано в розрахунках конструкцій, недосконалість форми яких значно впливає на їх втрату стійкості.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Клаф Р., Пензиен Дж.* Динамика сооружений.– М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
2. *Болотин В.В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
3. *Августин Г., Баратта А., Кашиати Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
4. *Антикаев Ф. Ф.* Сильные движения грунта при землетрясениях (сейсмические воздействия) // Автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. Москва: ИФЗ РАН, 2001. – 47 с.
5. *Мельник-Мельников П.П., Лук'янченко О.О., Лабу М.* Застосування ефективної схеми методу статистичних випробувань для оцінювання імовірностей відказів механічної системи при сейсмічному впливі // Опір матеріалів і теорія споруд. К.: КНУБА, 2002. – Вип.70. – С.81-88.
6. *Баженов В.А., Дехтярюк С.С.* Імовірнісні методи розрахунку конструкцій. Випадкові коливання пружних систем. – К.: КНУБА, 2005. – 420 с.
7. *Wang Y. H., Siu W. K.* Structure characteristics and mechanical properties of kaolinite soils. II. Effects of structure on mechanical properties // *Can. Geotech. J.*, 2006. – 43(6), pp. 601-618.
8. ДБН В.1.2-2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування. – К.: Мінбуд України, 2007. – 60 с.
9. *Курзанов А.М.* Предложения по нормативному расчету сооружений на волновую сейсмическую нагрузку // *Промышленное и гражданское строительство*, 2010. – № 9. – С. 54-55.
10. *Пащинський В.А.* Імовірнісні моделі для розрахунків надійності та нормування кліматичних навантажень і впливів на будівельні конструкції // *Строительная механика и строительные конструкции: Сборник статей посвященный восьмидесятилетию А.В. Перельмутера.* – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2013. – С. 323-332.
11. *Немчинов Ю.І., Хавкін О.К., Мар'снков М.Г.* та ін. Практичні питання динаміки будівель // *Будівництво України*, 2013. – №6. – С. 6-21.
12. ДБН В.1.1–12:2014. Будівництво у сейсмічних районах України. – К.: Мінрегіон України, 2014. – IV. – 110 с.
13. *Кендзера О.В.* Сейсмічна небезпека і сейсмічний захист в Україні // *Укр. географ. журн.*, 2015. – № 3. – С. 9-15.
14. *Christopher Torrence and Gilbert P. Compo* A Practical Guide to Wavelet Analysis // *Bulletin of the American Meteorological Society*, Vol. 79, No. 1, January 1998, pp. 61-78.
15. *Goswami J.C., Chan A.K.* Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms and Applications, A Wiley. Intersciens Publ. John Wiley&Sons, Inc, 1999, p. 359.
16. *Percival D.B., Walden A.T.* Wavelet Methods for Time Series Analysis, Cambridge University Press, 2000, p. 622.
17. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам / пер. с англ. Е. Мищенко; под ред. А. Петухова. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 454 с.



18. *Mukherjee S., Gupta V.K.*. Wavelet-based generation of spectrum-compatible time-histories, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, Issues 9-12, 2002, pp. 799-804.
19. *Блаттер К.* Вейвлет-анализ. Основы теории. Перевод с немецкого Т.Э. Кренкеля под редакцией А.Г. Кюркчана. Москва, 2004. – 280с.
20. *Мкртычев О.В., Реуцетов А.А.* Применение вейвлет-преобразований при анализе акселерограмм // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Vol. 7, Issue 3, 2011, pp. 118-126.
21. *Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В., Кузько О.В.* Wavelet analysis features to study stochastic behavior of complex casing construction // VIII Міжнародна Антарктична Конференція. Київ. –16-18 травня 2017 р. – Тези. – С. 186 -187.
22. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.
23. *Кирьянов Д.В.* Самоучитель Mathcad 13.– СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 528 с.
24. *Балтер Э.* Профессиональное программирование в Microsoft Office Access 2003.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1296 с.

#### REFERENCES

1. *Clough R., Penzien J.* *Dinamika sooruzheniy (Dynamics of structures)*. – М.: Stroyizdat, 1979. – 320 p. (rus)
2. *Bolotin V.V.* *Metody teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetakh sooruzheniy (Methods of the probability theory and reliability theory in analysis of constructions)*. – М.: Stroyizdat, 1982. – 351 – 600 s. (rus)
3. *Augusti G., Baratta A., Kashiati F.* *Veroyatnostnyie metodyi v stroitelnom proektirovanii (Probabilistic methods in building design)*. – М.: Stroyizdat, 1988. – 584 s. (rus)
4. *Артикаев F.F.* *Silnyie dvizheniya grunta pri zemletryaseniyah (seysmicheskie vozdeystviya) (Strong ground motion with earthquake (seismic loads))* // Avtoref. dis. d-ra fiz.-mat. nauk. Moskva: IFZ RAN, 2001.– 47 s. (rus).
5. *Melnyk-Melnykov P.P., Lukianchenko O.O., Labou M.* *Zastosuvannia efektyvnoi skhemy metodu statystychnykh vyprobuvan dlia otsiniuvannia imovirnostei vidkaziv mekhanichnoi systemy pry seismichnomu vplyvi (Application of an effective scheme of the statistical trials method for estimating the mechanical system failure probability under seismic loadings)* // *Opir materialiv i teoriya sporud*. K.: KNUBA, 2002. – Vyp. 70. – S. 81-88. (ukr).
6. *Bazhenov V.A., Dekhtariuk Ie.S.* *Imovirnisni metody rozrakhunku konstrukttsii. Vypadkovi kolyvannia pruzhnykh system (Probabilistic methods of structure analysis. Random oscillations of elastic systems)*. – K.: KNUBA, 2005. - 420 p. (ukr)
7. *Wang Y.H., Siu W.K.* *Structure characteristics and mechanical properties of kaolinite soils. II. Effects of structure on mechanical properties* // *Can. Geotech. J.*, 2006. – 43(6), pp. 601-618.
8. *DBN V.1.2-2:2006. Derzhavni budivelni normy Ukrayiny. Systema zabezpechennia nadinosti ta bezpeky budivelynykh ob'ektiv. Navantazhennia i vplyvy. Normy proektuvannia. (National Structural Rules and Regulations. The system of reliability and safety provision of constructional projects. Loads and effects. Design codes.)* – K.: Minbud Ukrainy, 2007. – 60 p.
9. *Kurzanov A.M.* *Predlozheniya po normativnomu raschetu sooruzheniy na volnovuyu seysmicheskuyu nagruzku (Proposals for the normative analysis of constructions under wave seismic loading)* // *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo*, 2010. – № 9. – S. 54-55. (rus).
10. *Pashynskiy V.A.* *Imovirnisni modeli dlia rozrakhunkiv nadiinosti ta normuvannia klimatychnykh navantazhen i vplyviv na budivelni konstrukttsii // Stroytelnaia mekhanika y stroytelnye konstruktssy: Sbornyk statei posviashchenniy vosmydesiatyletiu A.V. Perelmutera.(Probabilistic models for the reliability analysis and standardization of environmental loads and impacts on the constructions // Structural mechanics and*

- constructions: A collection of articles dedicated to the A.V. Perelmouter 80 anniversary.) – M.: Yzdatelstvo SKAD SOFT, 2013. – 323-332 p. (ukr).
11. *Nemchynov Yu.L., Khavkin O.K., Mar'yankov M.H. ta in.* Praktichni pytannya dynamiky budivel' (Practical issues of buildings dynamics) // *Budivnytstvo Ukrainy*, 2013. – #6. – S. 6-21. (ukr)
  12. DBN V.1.1-12:2014. Derzhavni budivnelni normy Ukrainy. Budivnytstvo u seysmichnykh rayonakh Ukrainy (National Structural Rules and Regulations. Construction in the seismic regions of Ukraine) – K.: Minrehion Ukrainy, 2014. – IV. – 110 s. (ukr).
  13. *Kendzera O. V.* Seysmichna nebezpeka i seysmichnyy zakhyst v Ukraini // *Ukr. heohraf. zhurn.* (Seismic hazards and seismic protection in Ukraine. *Ukr. geographical journ.* , 2015. – # 3. – S. 9-15. (ukr).
  14. *Torrence C., Compo G.P.* A Practical Guide to Wavelet Analysis // *Bulletin of the American Meteorological Society*, Vol. 79, No. 1, January 1998, pp. 61-78.
  15. *Goswami J.C., Chan A.K.* Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms and Applications. A Wiley. Intersciens Publ. John Wiley&Sons, Inc, 1999, p. 359.
  16. *D.B. Percival, A.T. Walden.* Wavelet Methods for Time Series Analysis, Cambridge University Press, 2000, p. 622.
  17. *Daubechies I.* Desyat' lektsiy po veyvletam (Ten Lectures on Wavelets). Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika» publ., 2001, 454 p. (rus).
  18. *Mukherjee S., Gupta V. K.* Wavelet-based generation of spectrum-compatible time-histories, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, Issues 9-12, 2002, pp. 799-804.
  19. *Blatter C.* Veyvlet-analiz. Osnovy teorii (Wavelets — Eine Einführung). Moskva, 2004. – 280 s. (rus).
  20. *Mkrtychev O.V., Reshetov A.A.* Primenenie veyvlet-analiza dlya polucheniya harakteristik akselerogramm (Application of wavelet analysis for the determination of accelerograms characteristics) // *Herald MGSU*. - 2013, # 7. – P. 59-67. (rus).
  21. *Luk'yanchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Kuz'ko O.V.* Wavelet analysis features to study stochastic behavior of complex casing construction // VIII International Antarctic Conf. Kyiv. 2017. – P. 186 -187.
  22. *Shimkovich D.G.* Raschet konstruksiy v MSC/NASTRAN for Windows (Structural analysis in MSC/NASTRAN for Windows) - M.: DMK Press, 2001.- 448 p. (rus)
  23. *Kiryakov D.V.* Samouchitel Mathcad 13 (Mathcad 13 self-tutorial)– SPb.: BHV-Peterburg, 2006. – 528 s.
  24. *Balter A.* Professionalnoe programmirovaniye v Microsoft Office Access 2003. (Alison Balter's Mastering Microsoft Office Access 2003). – M.: Izdatelskiy dom «Vilyams», 2006. – 1296 s.

*Lukyanchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Geraschenko O.V.*

#### **APPLICATION OF WAVELET ANALYSIS TO THE MODELING OF ELASTIC SYSTEMS STOCHASTIC BEHAVIOR UNDER SEISMIC LOADING**

The technique for simulation of elastic systems stochastic behavior under seismic loading is developed on the grounds of theories and methods of wavelet analysis, nonlinear mechanics and finite element method. A probabilistic simulation of seismic effects was performed using the Ruiz & Penzien statistical method and the traveling wave theory. The transverse bending wave reaction of the system was taken into account as initial shape imperfection. The test problem of non-stationary stochastic oscillations of an elastic vertical rod under seismic actions of different magnitudes is solved. The analysis of the wave reaction and the action of the axial compressive force influence on the static and dynamic characteristics of the rod is carried out. The nonlinear static problem is solved with the help of the modified Newton-Raphson method. It has been found that geometrical imperfections of the rod reduce the values of the critical axial load and increase the bending moment. A modal analysis of the rod is performed both with and without consideration of the axial compressive force. The influence of the wave reaction on the eigenfrequencies and eigenmodes is insignificant. Mathematical models of seismic oscillations of the rod are present as

differential equations of motion in generalized coordinates. The dynamic problem is solved using a fourth-order Runge-Kutta method. It was found that transverse bending wave affects horizontal displacements and velocities of the rod only if axial load is taken into account. The influence of the wave response and axial load on the dynamic parameters of the rod in the time frequency space is estimated using discrete orthogonal Daubechies wavelet functions, continuous non-orthogonal Morlet complex wavelet functions and wavelet analysis techniques. It is worth to mention the fact that two peaks of displacements and accelerations values are observed on wavelet-spectrograms and Fourier-images for a rod without axial compressive force. They are localized at different frequencies, which correspond to the frequency of seismic action and the eigenfrequency of the rod. Meanwhile only one peak of generalized displacements and accelerations is observed at the frequency of seismic action.

**Keywords:** seismic loads, stochastic behavior, wavelet analysis, finite element method, nonlinear mechanics, traveling wave theory.

*Лук'яненко О.А., Ворона Ю.В., Костина Е.В., Геращенко О.В.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА К МОДЕЛИРОВАНИЮ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ УПРУГИХ СИСТЕМ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

Разработана методика моделирования стохастического поведения упругих систем при сейсмическом воздействии на основе теорий и методов вейвлет-анализа, нелинейной механики, конечных элементов. Выполнено вероятностное моделирование сейсмического воздействия с заданной магнитудой и максимальной амплитудой горизонтальной сейсмической волны с помощью статистического подхода Руиза, Пензиена и теории бегущих волн. Учтена поперечная изгибная волновая реакция системы на сейсмическое воздействие в виде начального несовершенства формы. При наличии реальной записи ускорения и перемещения грунта вероятностное моделирование сейсмического воздействия выполняется с помощью вейвлет-анализа и теории бегущих волн. Решена тестовая задача о нестационарных стохастических колебаниях упругого вертикального стержня при сейсмическом воздействии разной магнитуды с помощью прямого метода численного интегрирования Рунге-Кутты четвертого порядка. Оценено влияние волновой реакции и действия осевой сжимающей силы на статические и динамические характеристики стержня. Выполнен вейвлет-анализ реакций стержня на сейсмическое воздействие в частотно-временном пространстве.

**Ключевые слова:** сейсмическое воздействие, стохастическое поведение, вейвлет-анализ, метод конечных элементов, нелинейная механика, теория бегущих волн.

УДК 539.3

*Лук'яненко О.О., Ворона Ю.В., Костина О.В., Геращенко О.В.* **Застосування вейвлет-аналізу до моделювання стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 99. – С. 160 – 180.

*Розроблена методика моделювання стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі на основі теорій і методів вейвлет-аналізу, нелінійної механіки, скінченних елементів і рухомих хвиль.*

Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 25 назв.

*Luk'yanchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Geraschenko O.V.* **Application of wavelet analysis to the modeling of elastic systems stochastic behavior under seismic loading** // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2017. – Issue. 99. – P. 160 – 180.

The technique for simulation of elastic systems stochastic behavior under seismic loading is developed on the grounds of theories and methods of wavelet analysis, nonlinear mechanics and finite element method.

Tab. 0. Fig. 2. References 25 items.

*Лук'яненко О.А., Ворона Ю.В., Костина Е.В., Геращенко О.В.* **Применение вейвлет-анализа к моделированию стохастического поведения упругих систем при сейсмическом воздействии** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2017. – Вып. 99. – С. 160 - 180. – Укр.

Разработана методика моделирования стохастического поведения упругих систем при сейсмическом воздействии на основе теорий и методов вейвлет-анализа, нелинейной механики, конечных элементов и бегущих волн.

Табл. 0. Ил. 2. Библиогр. 24 назв.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олексіївна.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

**Адреса домашня:** 02152, Україна, м. Київ, вул. Івана Миколайчука 5/1, кв. 2, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олексіївні.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-54-20.

**Мобільний тел.:** +38(067) 931-30-27.

**E-mail:** [lukianch0907@meta.ua](mailto:lukianch0907@meta.ua)

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВОРОНА Юрій Володимирович

**Адреса робоча:** 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ВОРОНИ Юрію Володимировичу

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**Мобільний тел.:** +38(050)750-13-61

**E-mail:** [yuvv@ukr.net](mailto:yuvv@ukr.net)

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КОСТИНА Олена Володимирівна.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТИНІЙ Олені Володимирівні.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-54-20.

**Мобільний тел.:** +38(098) 275-19-93.

**E-mail:** [kl0867@meta.ua](mailto:kl0867@meta.ua)

**Автор(вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА *ГЕРАЩЕНКО Олег Валерійович*

**Адреса робоча:** 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, *ГЕРАЩЕНКУ Олегу Валерійовичу*

**Мобільний тел.:** +38(095)661-6052

**E-mail:** [olg\\_guera@ukr.net](mailto:olg_guera@ukr.net)